

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

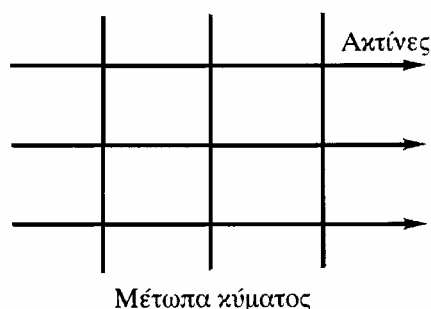
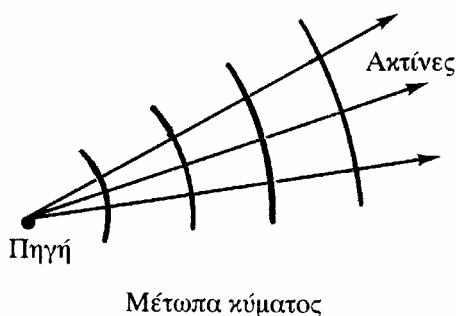
Οπτικά όργανα

Α. Οι βασικοί νόμοι της Οπτικής

3.1 Η φύση του φωτός

Το φως είναι ηλεκτρομαγνητικά κύματα που διαδίδονται στο χώρο. Δηλαδή, μεταβολές ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου που διαδίδονται στο χώρο ως κύμα. Οι συχνότητες αυτών των μεταβολών για το σύνολο των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων συνιστούν το ηλεκτρομαγνητικό φάσμα, μέρος του οποίου αντιστοιχεί στο ορατό φως. Πρωτογενείς πηγές της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας κάθε είδους είναι ηλεκτρικά φορτία σε επιταχυνόμενη κίνηση.

Η ταχύτητα διάδοσης του φωτός στο κενό είναι μια παγκόσμια σταθερά, εξ ορισμού ίση με $c \equiv 299\,792\,458$ m/s, ή, προσεγγιστικά, $c = 3 \times 10^8$ m/s. Κατά τη διάδοση ενός κύματος φωτός (ή γενικότερα ενός κύματος), τα σημεία στα οποία η φάση της ταλάντωσης είναι η ίδια ορίζουν μια επιφάνεια που ονομάζεται *μέτωπο κύματος*. Στην περίπτωση σημειακής πηγής που εκπέμπει προς όλες τις διευθύνσεις στο χώρο (τριδιάστατο κύμα), το μέτωπο κύματος είναι σφαιρική επιφάνεια που διαστέλλεται με ταχύτητα ίση με την *ταχύτητα διάδοσης του κύματος* (Σχ. 3.1α). Οι *ακτίνες φωτός* (ή *φωτεινές ακτίνες*) είναι γραμμές κατά την κατεύθυνση όδευσης του κύματος, κάθετες στο μέτωπο κύματος. Αν το φωτεινό κύμα είναι μονοδιάστατο, το μέτωπο κύματος είναι *επίπεδο* κάθετο στη διεύθυνση διάδοσης και οι ακτίνες αποτελούν δέσμη παραλλήλων ευθειών, τότε έχουμε *επίπεδο κύμα* (Σχ. 3.1β).



Σχήμα 3.1.

(α)

(β)

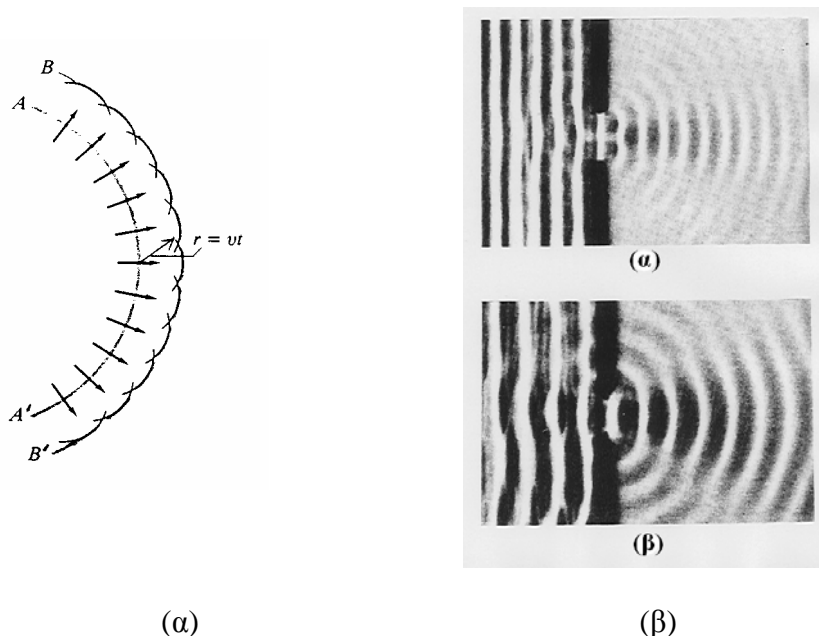
Αρκετά μακριά από μια σημειακή πηγή και σε περιορισμένη έκταση γύρω από ένα σημείο μπορούμε να προσεγγίσουμε το σφαιρικό μέτωπο με το εφαπτόμενο επίπεδο, δηλαδή το σφαιρικό με ένα επίπεδο κύμα.

Για την περιγραφή αρκετών οπτικών φαινομένων είναι επαρκής η παράσταση ενός φωτεινού κύματος με τη βοήθεια των φωτεινών ακτίνων. Ο κλάδος αυτός της οπτικής ονομάζεται *γεωμετρική Οπτική*. Ο κλάδος που πραγματεύεται τα οπτικά φαινόμενα με βάση την κυματική συμπεριφορά του φωτός ονομάζεται *φυσική Οπτική*.

Για τη μελέτη των φαινομένων της ανάκλασης και της διάθλασης του φωτός θα παραστήσουμε τα φωτεινά κύματα ως δέσμες παράλληλων φωτεινών ακτίνων και χάριν απλότητας θα σχεδιάσουμε, όπως συχνά γίνεται, μια μόνον ακτίνα για κάθε δέσμη.

3.2. Η αρχή του Huygens και η αρχή του Fermat για τη διάδοση του φωτός

Η *αρχή του Huygens* μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την περιγραφή της διάδοσης του φωτός στο χώρο. Σύμφωνα με την αρχή αυτή, ένα κύμα φωτός θεωρείται ως ένα μέτωπο κύματος, κάθε σημείο του οποίου λειτουργεί ως πηγή δευτερευόντων κυμάτων, η περιβάλλουσα των οποίων δίνει τη νέα θέση του κύματος (Σχ. 3.2).



Σχήμα 3.2. Η αρχή του Huygens για τη διάδοση του φωτός. (α) Η γεωμετρική κατασκευή του νέου μετώπου κύματος. (β) Περίθλαση κυμάτων στην επιφάνεια νερού, καθώς αυτά περνούν από στενή σχισμή. Στο όριο σχισμής μηδενικού εύρους, έχουμε την πλήρη εικόνα της αρχής του Huygens.

Η αρχή του Huygens αγνοεί τη διάδοση των δευτερευόντων κυμάτων προς τα πίσω ή πλαγίως. Επίσης, με την αρχή δεν περιγράφεται η μεταβολή της έντασης του κύματος συναρτήσει της θέσης. Με την αρχή αυτή μπορούν να εξαχθούν οι νόμοι της ανάκλασης και της διάθλασης του φωτός.

Όπως αναφέρθηκε πιο πάνω, ένα μέτωπο φωτός, ή ηλεκτρομαγνητικού κύματος γενικότερα, είναι μια ισοφασική επιφάνεια. Μια φυσική απόσταση δx μέσα σε ένα μέσον με δείκτη διάθλασης n ισοδυναμεί με οπτική απόσταση που ορίζεται ως $n\delta x$. Ο χρόνος που απαιτείται για να τη διανύσει το φως είναι $\delta t = \delta x/v = n\delta x/c$, όπου v η ταχύτητα του φωτός στο μέσον και c η ταχύτητα του φωτός στο κενό. Κάθε σημείο της ισοφασικής επιφάνειας απέχει την ίδια οπτική απόσταση από την πηγή. Το φως χρειάστηκε τον ίδιο χρόνο για να φθάσει σε κάθε σημείο του μετώπου κύματος.

Σύμφωνα με την *αρχή του Fermat*, η διαδρομή που ακολουθεί το φως ανάμεσα σε δύο σημεία είναι εκείνη για την οποία το μήκος του οπτικού δρόμου έχει ακρότατη τιμή (συνήθως ελάχιστη). Έτσι, ο χρόνος που χρειάζεται το φως για να διαδοθεί από ένα σημείο σε ένα άλλο είναι ο ελάχιστος δυνατός. Κατά συνέπεια, αν το μέσον έχει σταθερό δείκτη διάθλασης, τότε η διαδρομή που ακολουθεί το φως είναι ευθεία. Για μέσον με δείκτη διάθλασης που εξαρτάται από τη θέση, η διαδρομή είναι τέτοια ώστε να ελαχι-

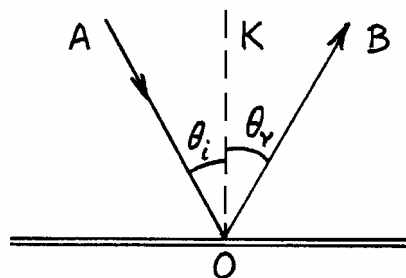
στοποποιείται ο χρόνος που χρειάζεται το φως για να τη διανύσει. Με την αρχή του Fermat είναι δυνατή η ερμηνεία των νόμων της ανάκλασης και της διάθλασης.

3.3 Η ανάκλαση του φωτός

Όταν ένα φωτεινό κύμα προσπέσει στη λεία επιφάνεια ενός κατόπτρου, *ανακλάται*. Το *ανακλώμενο κύμα* είναι ένα νέο κύμα που επιστρέφει πίσω στο ίδιο μέσον στο οποίο διαδιδόταν το αρχικό κύμα (Σχ. 3.3). Το φαινόμενο της ανάκλασης του φωτός διέπεται από τον ακόλουθο πειραματικό νόμο της ανάκλασης:

- Οι διευθύνσεις πρόσπτωσης και ανάκλασης βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο, το οποίο είναι κάθετο στη διαχωριστική επιφάνεια και άρα περιέχει την κάθετο στην επιφάνεια.
- Η γωνία πρόσπτωσης, θ_i , είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης, θ_r :

$$\theta_i = \theta_r \quad (3.1)$$



Σχήμα 3.3. Η ανάκλαση μιας ακτίνας φωτός από επίπεδη επιφάνεια.

3.4 Η διάθλαση του φωτός

Όταν ένα φωτεινό κύμα συναντά μια ομαλή επιφάνεια που διαχωρίζει δύο διαφανή υλικά, π.χ. αέρα και γυαλί ή νερό και γυαλί, τότε το κύμα εν μέρει *ανακλάται* και εν μέρει *διαθλάται*.

- Το *διαθλώμενο κύμα* είναι το κύμα που μεταδίδεται μέσα στο δεύτερο μέσον.
- Ο *δείκτης διάθλασης* ενός (οπτικού) υλικού, n , είναι ο λόγος της ταχύτητας του φωτός στο κενό, c , προς την ταχύτητά του στο υλικό, v , και αποτελεί σημαντικό μέγεθος για τη γεωμετρική οπτική.

$$n = \frac{c}{v} \quad (3.2)$$

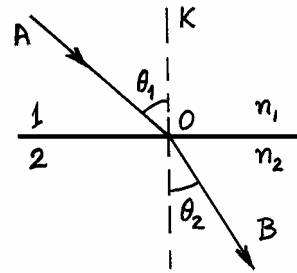
Η ταχύτητα διάδοσης του φωτός σε ένα μέσον εξαρτάται από τις ιδιότητες του μέσου. Για το κενό ισχύει $n=1$. Επειδή η ταχύτητα του φωτός μέσα σε ένα υλικό είναι πάντα μικρότερη από την ταχύτητά του στο κενό, είναι $n>1$ για οποιοδήποτε υλικό.

Το φαινόμενο της διάθλασης του φωτός διέπεται από τον ακόλουθο πειραματικό νόμο της διάθλασης ή νόμο του Snell:

- Οι διευθύνσεις πρόσπτωσης και διάθλασης βρίσκονται σε επίπεδο κάθετο στη διαχωριστική επιφάνεια το οποίο περιέχει επομένως και την κάθετο στην επιφάνεια στο σημείο πρόσπτωσης.
- Ο λόγος του ημιτόνου της γωνίας πρόσπτωσης προς το ημίτονο της γωνίας διάθλασης είναι σταθερός και ίσος με το αντίστροφο του λόγου των δεικτών διάθλασης των δύο μέσων n_1 και n_2 :

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{ή} \quad n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2. \quad (3.3)$$

Σύμφωνα με την Εξ. (XX.3), όταν μια ακτίνα διέρχεται από ένα υλικό (1) μέσα σε ένα άλλο υλικό (2) μεγαλύτερου δείκτη διάθλασης ($n_1 < n_2$), η ακτίνα κάμπτεται και προσεγγίζει την κάθετο. Όταν η προσπίπτουσα ακτίνα είναι κάθετη στη διαχωριστική επιφάνεια ($\theta_1=0$, $\sin \theta_1=0$), η διερχόμενη ακτίνα δεν κάμπτεται καθόλου ($\theta_2=0$).



Σχήμα 3.4. Διάθλαση.

Οι νόμοι της ανάκλασης και της διάθλασης εκφράζουν πειραματικά αποτελέσματα, αλλά είναι δυνατόν να εξαχθούν και θεωρητικώς χρησιμοποιώντας το κυματικό μοντέλο για τη διάδοση του φωτός και τις εξισώσεις Maxwell του Ηλεκτρομαγνητισμού.

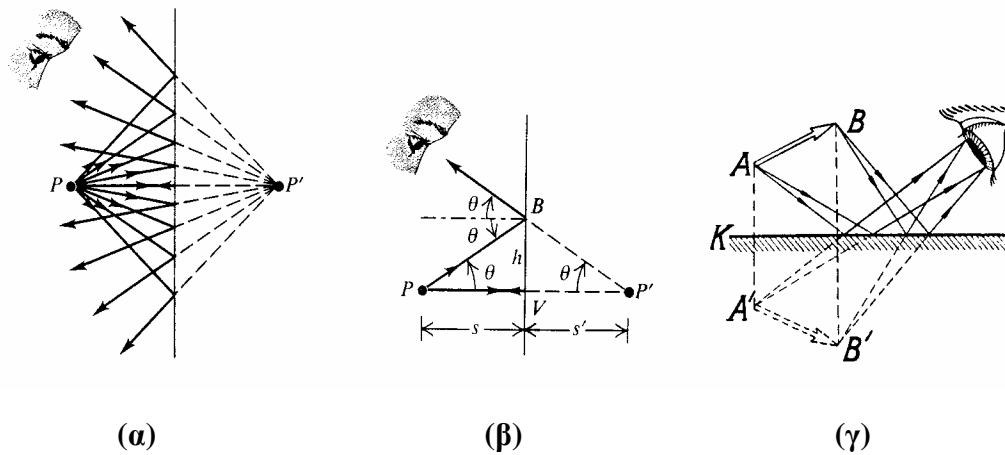
Τα περισσότερα είδη γυαλιού που χρησιμοποιούνται στα οπτικά όργανα έχουν δείκτη διάθλασης με τιμές περίπου από 1,5 ως 2,0. Ο δείκτης διάθλασης εξαρτάται από τη φύση του υλικού και από το μήκος κύματος του φωτός. Το νερό έχει δείκτη διάθλασης ίσο με 1,333. Ο δείκτης διάθλασης του αέρα υπό κανονικές συνθήκες πίεσης και θερμοκρασίας είναι περίπου 1,0003, οπότε σε πολλές περιπτώσεις θεωρείται ίσος με τη μονάδα.

Όταν το φως διέρχεται από ένα υλικό σε κάποιο άλλο, η συχνότητα f του κύματος δεν μεταβάλλεται. Για κάθε υλικό ισχύει για την ταχύτητα διάδοσης του φωτός, v , μέσα σε αυτό $v=\lambda f$, όπου λ το μήκος κύματος του φωτός. Αφού η συχνότητα f του κύματος σε κάθε υλικό έχει την τιμή που έχει και στο κενό, ενώ η ταχύτητα v είναι πάντοτε μικρότερη από την ταχύτητα του κύματος στο κενό, c , το μήκος κύματος θα μειώνεται επίσης αντίστοιχα, οπότε: $f = c/\lambda_0 = v/\lambda$, όπου λ_0 το μήκος κύματος στο κενό, και σε συνδυασμό με την Εξ.(2): $\lambda = \lambda_0/n$.

Οι νόμοι της ανάκλασης και της διάθλασης που διατυπώθηκαν ισχύουν τοπικά, ακόμη και όταν ούτε το μέτωπο κύματος ούτε η διαχωριστική επιφάνεια είναι επίπεδα, επειδή γύρω από κάθε σημείο είτε του μετώπου κύματος είτε της διαχωριστικής επιφάνειας υπάρχει μια μικρή περιοχή που μπορεί να θεωρηθεί ως επίπεδη προσεγγιστικά και όπου οι ακτίνες θα συμπεριφέρονται όπως αναφέρθηκε πιο πάνω.

3.5 Ανάκλαση σε επίπεδη επιφάνεια - Σχηματισμός ειδώλου

Όταν φως από κάποια πηγή προσπίπτει σε ένα επίπεδο κάτοπτρο (μια ανακλαστική επιφάνεια), η ανάκλαση του φωτός οδηγεί στο σχηματισμό ειδώλου της πηγής. Στο Σχ. 3.5α, από το σημείο P πηγάζουν ακτίνες που ανακλώνται σε ένα επίπεδο κάτοπτρο, σύμφωνα με το νόμο της ανάκλασης. Αφού ανακλασθούν, οι τελικές κατευθύνσεις των ακτίνων είναι αυτές που θα είχαν αν είχαν προέλθει από το σημείο P'. Ονομάζουμε το σημείο P *σημειακό αντικείμενο*, το σημείο P' αντίστοιχο *σημειακό είδωλο*, και λέμε ότι το κάτοπτρο σχηματίζει ένα *είδωλο* του σημείου P. Οι εξερχόμενες ακτίνες (εκείνες που απομακρύνονται από το κάτοπτρο) δεν προέρχονται πραγματικά από το σημείο P', αλλά οι κατευθύνσεις τους συμπίπτουν με τις κατευθύνσεις που θα είχαν αν προέρχονταν από αυτό το σημείο. Ένας παρατηρητής που βλέπει μόνο τις απομακρυνόμενες από την επιφάνεια ακτίνες, αφού ανακλασθούν σε αυτή, έχει την εντύπωση ότι προέρχονται από το σημειακό είδωλο P'. Δηλαδή το σημειακό είδωλο παρέχει ένα πρόσφορο τρόπο περιγραφής των κατευθύνσεων ανακλώμενων ακτίνων,



Σχήμα 3.5. Ο σχηματισμός ειδώλου από επίπεδο κάτοπτρο.

όπως ακριβώς το σημειακό αντικείμενο P περιγράφει τις κατευθύνσεις των ακτίνων που φθάνουν στην επιφάνεια πριν την ανάκλασή τους.

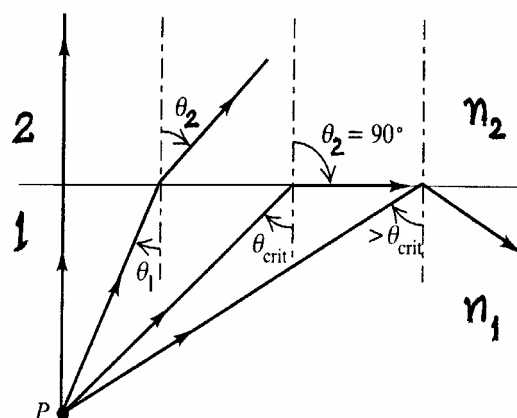
Στο Σχ. 5β φαίνεται ο τρόπος με τον οποίο προσδιορίζεται η θέση του ειδώλου P' . Ονομάζουμε την απόσταση s απόσταση αντικειμένου και την απόσταση s' απόσταση ειδώλου. Στις περιπτώσεις όπως αυτή του σχήματος, όπου οι εξερχόμενες ακτίνες δεν προέρχονται πραγματικά από το σημείο P' , το είδωλο P' ονομάζεται *φανταστικό είδωλο*. Σε επόμενη ενότητα θα αναφερθούμε σε περιπτώσεις όπου οι εξερχόμενες ακτίνες διέρχονται πραγματικά από σημειακό είδωλο και τότε θα ονομάσουμε το σχηματιζόμενο είδωλο *πραγματικό είδωλο*. Στο Σχ. 5γ φαίνεται ο τρόπος δημιουργίας του ειδώλου ενός εκτεταμένου αντικειμένου.

3.6 Ολική εσωτερική ανάκλαση

Όπως προκύπτει από το νόμο της διάθλασης, $\sin\theta_2 = (n_1/n_2) \sin\theta_1$. Αν θεωρήσουμε μια φωτεινή ακτίνα που διέρχεται από ένα μέσον με δείκτη διάθλασης n_1 σε μέσον με δείκτη διάθλασης $n_2 < n_1$, θα υπάρξει κάποια τιμή της γωνίας πρόσπτωσης $\theta_1 < 90^\circ$, για την οποία προκύπτει $\sin\theta_2 = 1$ και $\theta_2 = 90^\circ$.

Η γωνία πρόσπτωσης για την οποία η διαθλώμενη ακτίνα αναδύεται εφαπτομενικά προς τη διαχωριστική επιφάνεια ονομάζεται *κρίσιμη γωνία* (ή *ορική γωνία*), θ_{crit} . Αν η γωνία πρόσπτωσης είναι μεγαλύτερη από την κρίσιμη γωνία η ακτίνα δεν μπορεί να εισχωρήσει στο δεύτερο υλικό ($\sin\theta_2 > 1$) και ανακλάται εξ ολοκλήρου εσωτερικά στη διαχωριστική επιφάνεια. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται *ολική εσωτερική ανάκλαση*. Για την κρίσιμη γωνία ισχύει:

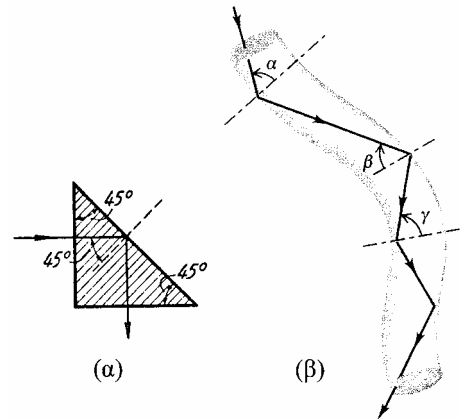
$$\theta_{crit} = \arcsin \frac{n_2}{n_1}. \quad (3.4)$$



Σχήμα 3.6. Ολική εσωτερική ανάκλαση.

Για επιφάνεια γυαλιού - αέρα, με $n_1 = 1,52$ για το γυαλί και $n_2 = 1$ για τον αέρα, $\theta_{crit} = 41,1^\circ$. Το γεγονός ότι η θ_{crit} προκύπτει λίγο μικρότερη των 45° κάνει δυνατή τη χρησιμοποίηση ενός τριγωνικού πρίσματος με γωνίες 45° , 45° και 90° ως ολικώς ανακλώσας επιφάνειας (Σχ. 3.7α).

Η ολική εσωτερική ανάκλαση έχει πολλές εφαρμογές στην Οπτική. Στο περισκόπιο και στα κιάλια, το φως ανακλάται μέσα στο σωλήνα υφιστάμενο ολική εσωτερική ανάκλαση σε πρίσματα. Σε μια οπτική ίνα, το φως διαδίδεται κατά μήκος μιας λεπτής ράβδου (ίνας) από διαφανές υλικό, υφιστάμενο πολλές διαδοχικές εσωτερικές ανακλάσεις. Η ίνα δρα ως σωλήνας φωτός (Σχ. 3.7β).



Σχήμα 3.7.

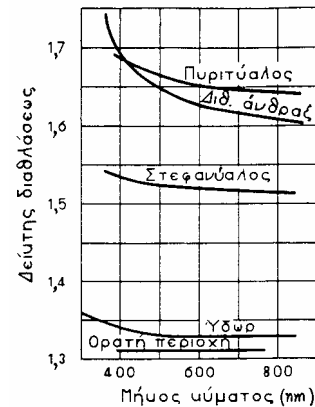
3.7 Διασπορά ή διασκεδασμός του φωτός

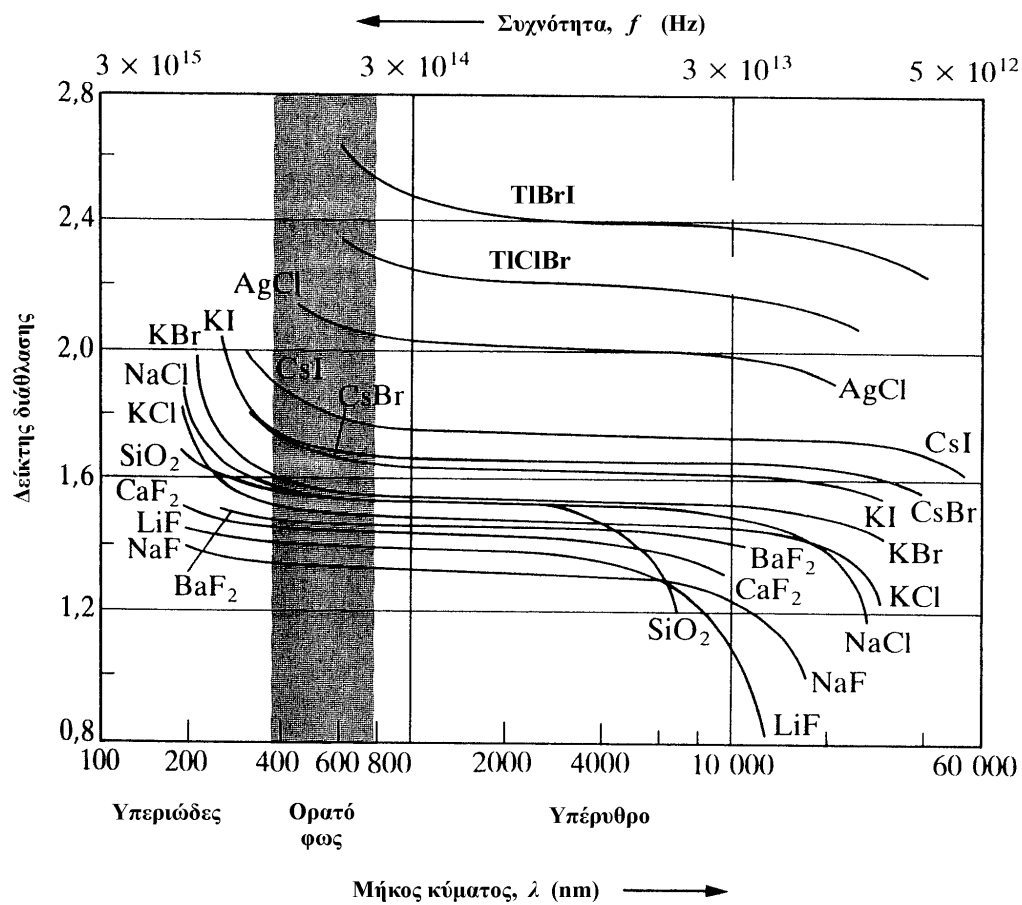
Όπως αναφέρθηκε πιο πάνω, ο δείκτης διάθλασης ενός υλικού εξαρτάται από το μήκος κύματος. Η εξάρτηση του δείκτη διάθλασης ενός υλικού, και συνεπώς και της ταχύτητας διάδοσης του φωτός σ' αυτό το υλικό, από το μήκος κύματος του φωτός, ονομάζεται *διασπορά* ή *διασκεδασμός του φωτός*.

Το Σχ. 3.8 δείχνει τη μεταβολή του δείκτη διάθλασης συναρτήσει του μήκους κύματος σε μερικά ευρέως χρησιμοποιούμενα οπτικά υλικά, (α) στην περιοχή του ορατού φωτός και (β) σε ευρύτερη περιοχή μηκών κύματος.

Η τιμή του δείκτη διάθλασης n συνήθως μειώνεται όταν αυξάνεται το μήκος κύματος του φωτεινού κύματος. Φως μεγαλύτερου μήκους κύματος έχει συνήθως μεγαλύτερη ταχύτητα σε ένα υλικό από φως μικρότερου μήκους κύματος.

Σχήμα 3.8 α. Ο δείκτης διάθλασης διαφόρων κοινών οπτικών υλικών συναρτήσει του μήκους κύματος του φωτός, στην περιοχή του ορατού φωτός





Σχήμα 3.8 β. Ο δείκτης διάθλασης διαφόρων υλικών συναρτήσει του μήκους κύματος του φωτός (The Harshaw Chemical Co.).

Β. Οπτικά στοιχεία που χρησιμοποιούνται στην κατασκευή οπτικών οργάνων

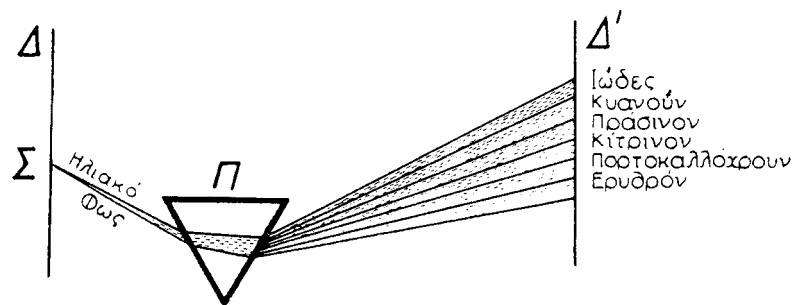
Ένας κατάλογος των κυριότερων στοιχείων που χρησιμοποιούνται στην κατασκευή οπτικών οργάνων περιλαμβάνει τα εξής:

Οπή. Σχισμή. Πέτασμα. Διάφραγμα. Κάτοπτρο (επίπεδο, σφαιρικό, παραβολικό, κυλινδρικό), ολικής ή μερικής ανάκλασης. Πρίσμα. Φακός (σφαιρικός, κυλινδρικός), συγκλίνων ή αποκλίνων. Οπτικός ηθμός (φίλτρο). Φράγμα συμβολής.

Με τον κατάλληλο συνδυασμό αυτών των στοιχείων, κατασκευάζονται τα οπτικά που θα περιγραφούν στην επόμενη ενότητα. Θα εξετάσουμε εδώ το βασικότερα από αυτά τα στοιχεία.

3.8 Το οπτικό πρίσμα

Στην Οπτική, τα πρίσματα χρησιμοποιούνται για το διαχωρισμό των φωτεινών ακτίνων στα συστατικά τους χρώματα. Το γυαλί του πρίσματος έχει ελαφρώς διαφορετικούς δείκτες διάθλασης για φως διαφόρων μηκών κύματος και κατά συνέπεια κάμπτεται τις ακτίνες διαφορετικών χρωμάτων κατά διαφορετικές γωνίες. Όπως φαίνεται στο Σχ. 3.9, το φως, καθώς διέρχεται από το πρίσμα, υφίσταται δύο διαδοχικές διαθλάσεις: μια στη διαχωριστική επιφάνεια αέρα-γυαλιού και άλλη μια στη διαχωριστική επιφάνεια γυαλιού-αέρα.



Σχήμα 3.9. Η ανάλυση του ορατού φωτός στα συστατικά του χρώματα από ένα οπτικό πρίσμα.

Όταν μια ακτίνα λευκού φωτός προσπίπτει σε ένα πρίσμα, η αλλαγή κατεύθυνσης (εκτροπή) που προκαλείται από το πρίσμα αυξάνεται, μειούμενου του μήκους κύματος. Το ιώδες χρώμα ($\lambda = 400 \text{ nm}$) υφίσταται τη μέγιστη εκτροπή, το ερυθρό χρώμα ($\lambda = 700 \text{ nm}$) υφίσταται την ελάχιστη, ενώ τα άλλα χρώματα υφίστανται ενδιάμεσες εκτροπές, με αποτέλεσμα, όταν το φως εξέρχεται από το πρίσμα να διασκορπίζεται σε μια δέσμη σχήματος βεντάλιας. Τότε λέμε ότι το φως διασκορπίζεται ή διασκεδάζεται σε ένα φάσμα. Το μέγεθος του διασκορπισμού εξαρτάται από τη διαφορά των δεικτών διάθλασης του υλικού για το ιώδες και για το ερυθρό φως. Το ουράνιο τόξο οφείλεται σε συνδυασμό των φαινομένων της διασποράς και της ολικής εσωτερικής ανάκλασης.

3.9 Οι εξισώσεις του πρίσματος

Η εκτροπή μιας ακτίνας φωτός από ένα πρίσμα μπορεί να μελετηθεί ποσοτικά με τη χρήση του νόμου του Snell. Αναφερόμενοι στο Σχ. 3.10, για την ακτίνα ΣΟΟ'Σ', οι γωνίες π , π' , δ , δ' , Δ και A , συνδέονται μεταξύ τους με τις σχέσεις

$$\frac{\sin \pi}{\sin \delta} = n \quad \frac{\sin \pi'}{\sin \delta'} = n \quad (3.5)$$

$$A = \delta + \delta' \quad \Delta = \pi + \pi' - A$$

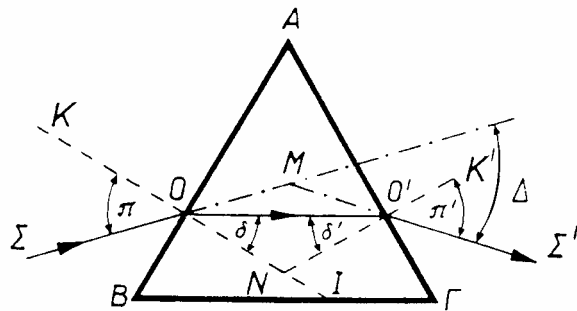
οι οποίες είναι γνωστές ως *εξισώσεις του πρίσματος*.

Για οξύ πρίσμα, για το οποίο η γωνία A είναι μικρή, και για μικρή γωνία πρόσπτωσης π , τα ημίτονα των γωνιών π , π' , δ και δ' , και μπορούν να αντικατασταθούν με τις τιμές των γωνιών σε ακτίνια και έτσι, από τις Εξ.(5) έχουμε

$$\pi \approx n\delta, \quad \pi' \approx n\delta'$$

και

$$\pi + \pi' \approx n(\delta + \delta') \approx nA \quad (3.6)$$



Σχήμα 3.10. Διάθλαση του φωτός από ένα οπτικό πρίσμα.

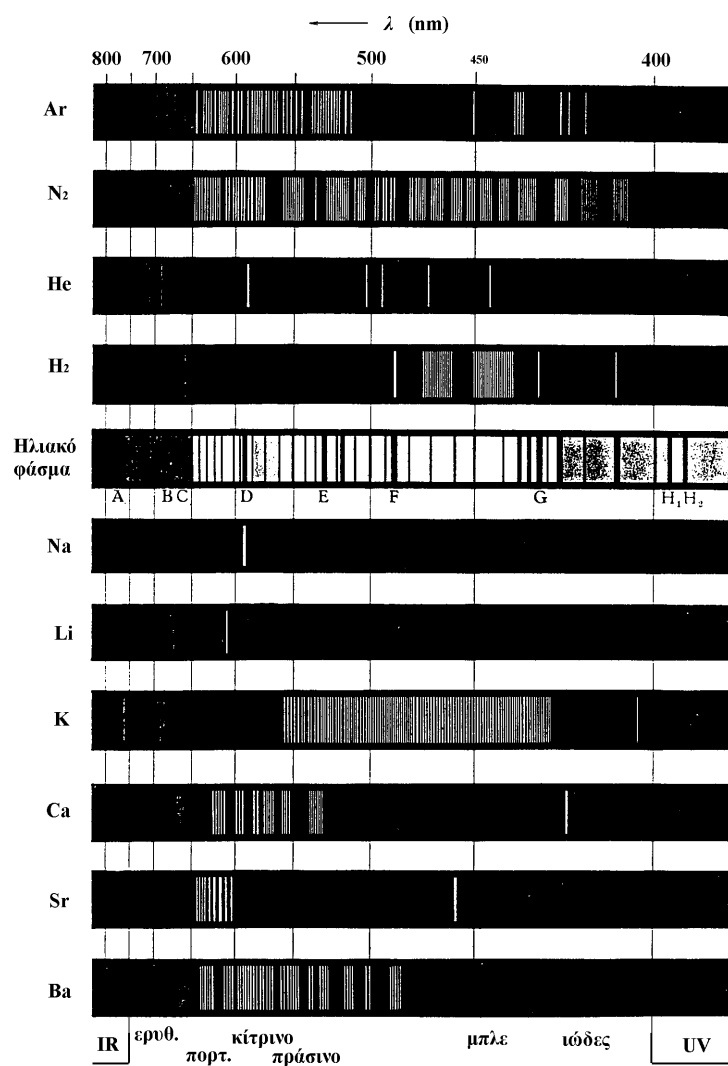
Η εκτροπή μιας ακτίνας από ένα οξύ πρίσμα είναι επομένως προσεγγιστικά ίση με:

$$\Delta = (n - 1) A. \quad (3.7)$$

Επειδή ο δείκτης διάθλασης ενός υλικού εξαρτάται από το μήκος κύματος του φωτός, η εκτροπή διαφέρει από χρώμα σε χρώμα. Αυτή είναι η αρχή της φασματικής ανάλυσης του φωτός από ένα πρίσμα.

3.10 Το φάσμα του φωτός

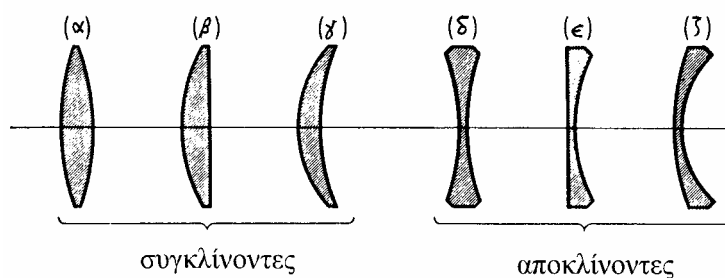
Ο σχηματισμός των χρωμάτων που δημιουργείται από την ανάλυση των φωτεινών ακτίνων από ένα πρίσμα ονομάζεται *φάσμα του φωτός* (Σχ. 3.9). Υπό κανονικές συνθήκες το λευκό φως έχει ένα συνεχές φάσμα που αποτελείται από την υπέρθεση κυμάτων με μήκη κύματος που εκτείνονται στο ορατό μέρος (μήκος κύματος: από 400 nm για το ιώδες φως, έως 750 nm για το ερυθρό φως) του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος. Τέτοιο είναι και το φάσμα του ηλιακού φωτός. Γραμμικά φάσματα, που αποτελούνται από φασματικές γραμμές διαφόρων χρωμάτων, εκπέμπονται από διεγερμένα αέρια και άλλα στοιχεία. Μερικά φάσματα παρουσιάζονται στο Σχ. 3.11.



Σχήμα 3.11. Το φάσμα του ηλιακού φωτός (συνεχές), και φάσματα εκπομπής αερίων και άλλων στοιχείων (γραμμικά), για μήκη κύματος μεταξύ 400 και 800 nm περίπου. (IR= υπέρυθρο, UV = υπεριώδες)

3.11 Φακοί

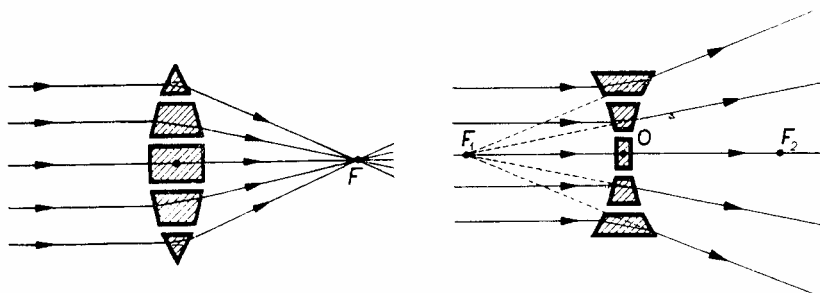
Το πιο κοινό είδος φακών είναι οι *σφαιρικοί φακοί* στους οποίους και θα περιορίσουμε το ενδιαφέρον μας. Σφαιρικός φακός ονομάζεται κάθε διαφανές μέσον το οποίο περιρίζεται από δύο σφαιρικές επιφάνειες (μία από τις οποίες μπορεί να είναι και επίπεδη). Οι ακτίνες των δύο σφαιρών ονομάζονται *ακτίνες καμπυλότητας* του φακού και η ευθεία που περνά από τα δύο κέντρα καμπυλότητας *κύριος άξονας* του φακού. Οι φακοί κατατάσσονται σε δύο κατηγορίες, τους *συγκλίνοντες* και τους *αποκλίνοντες* (Σχ. 3.12).



Σχήμα 3.12. Σφαιρικοί φακοί:

Συγκλίνοντες: (α) αμφίκυρτος, (β) επιπεδόκυρτος, (γ) συγκλίνων μηνίσκος.

Αποκλίνοντες: (δ) αμφίκοιλος, (ε) επιπεδόκοιλος, (ζ) αποκλίνων μηνίσκος.

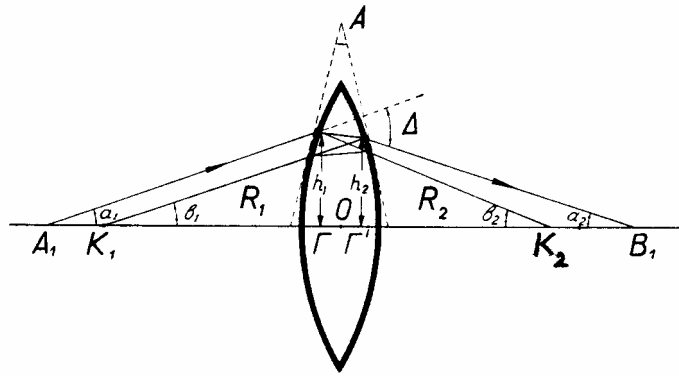


Σχήμα 3.13. Σύνθεση αποκλίνοντος και συγκλίνοντος φακού από πρίσματα.

Οι συγκλίνοντες φακοί είναι παχύτεροι στο κέντρο από ότι στα άκρα, ενώ οι αποκλίνοντες είναι λεπτότεροι. Η δράση των φακών μπορεί να γίνει κατανοητή αν αυτοί θεωρηθούν ότι αποτελούνται από κατάλληλους συνδυασμούς πρισμάτων τα οποία έχουν διαθλαστική γωνία που μεταβάλλεται από πρίσμα σε πρίσμα (Σχ. 3.13).

3.12 Οι εξισώσεις του αμφίκυρτου φακού

Μερικές απλές σχέσεις, γνωστές ως *εξισώσεις των φακών*, αποδεικνύονται αν υποθέσουμε ότι αναφερόμαστε σε λεπτό φακό, δηλαδή φακό του οποίου οι ακτίνες καμπυλότητας είναι μεγάλες συγκρινόμενες με το πάχος του, και ότι εξετάζουμε την πορεία ακτίνων φωτός που σχηματίζουν μικρές γωνίες με τον άξονα του φακού. Οι εξισώσεις αυτές θα αποδειχθούν τώρα για την περίπτωση του αμφίκυρτου φακού και θα γενικευθούν αμέσως μετά. Εξετάζουμε μια *παραξονική ακτίνα φωτός* (Σχ. 3.14),



Σχήμα 3.14. Η πορεία ακτίνων φωτός μέσα σε ένα λεπτό αμφίκυρτο φακό.

δηλαδή μια ακτίνα που περνά από ένα σημείο A_1 πάνω στον άξονα του φακού και, σχηματίζουσα μικρή γωνία α_1 με τον άξονα, υφίσταται διπλή διάθλαση στο φακό και συναντά τον άξονα στο σημείο B_1 , σχηματίζουσα γωνία α_2 με αυτόν. Οι ακτίνες των δύο σφαιρικών επιφανειών του φακού είναι R_1 και R_2 .

Η εκτροπή που υφίσταται η ακτίνα αυτή είναι: $\Delta = \alpha_1 + \alpha_2$. Στα σημεία όπου διαθλάται η ακτίνα, ο φακός μπορεί να θεωρηθεί ως πρίσμα γωνιάς A , όπως φαίνεται στο σχήμα. Είναι δε $A = \beta_1 + \beta_2$, όπου β_1 και β_2 είναι οι γωνίες που σχηματίζουν με τον άξονα του φακού οι ευθείες που φέρονται από τα κέντρα K_1 και K_2 των σφαιρικών επιφανειών του φακού, στα σημεία όπου η ακτίνα διαθλάται από τον φακό. Από τον τύπο των οξέων πρισμάτων, είναι:

$$\Delta = (n-1)A = (n-1)(\beta_1 + \beta_2) \quad (3.8)$$

και επομένως

$$\alpha_1 + \alpha_2 = (n-1)(\beta_1 + \beta_2) \quad (3.9)$$

Επειδή οι γωνίες είναι μικρές, ισχύουν οι εξής προσεγγιστικές σχέσεις:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &\approx \tan \alpha_1 = \frac{h_1}{\Gamma A_1} \approx \frac{h_1}{OA_1}, & \text{ή} & \quad \alpha_1 \approx \frac{h_1}{s}, & \text{όπου} & \quad s = OA_1, \\ \alpha_2 &\approx \tan \alpha_2 = \frac{h_2}{\Gamma' B_1} \approx \frac{h_2}{OB_1}, & \text{ή} & \quad \alpha_2 \approx \frac{h_2}{s'}, & \text{όπου} & \quad s' = OB_1, \\ \beta_1 &\approx \sin \beta_1 = \frac{h_1}{R_1} & \text{και} & \quad \beta_2 \approx \sin \beta_2 = \frac{h_2}{R_2}. \end{aligned}$$

Αντικαθιστώντας στην Εξ. (3.9) και επειδή είναι $h_1 \approx h_2$, προκύπτει ότι

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

μια σχέση που συνδέει τις αποστάσεις του αντικειμένου και του ειδώλου του από το κέντρο αμφίκυρτου φακού με τις ακτίνες καμπυλότητας και το δείκτη διάθλασης του φακού. Πριν συζητήσουμε την εξίσωση αυτή θα τη γενικεύσουμε ώστε να ισχύει για κάθε είδος φακού.

3.13 Οι εξισώσεις των φακών και η σύμβαση των προσήμων

Υπάρχουν κάποιες εξισώσεις, γνωστές ως *εξισώσεις των φακών*, οι οποίες και ισχύουν για όλα τα είδη σφαιρικών φακών και θέσεις αντικειμένων-ειδώλων, αν τηρηθεί η κατάλληλη σύμβαση προσήμων για τα μήκη που χρησιμοποιούνται. Η βασική σχέση είναι η σχέση που βρέθηκε για λεπτό σφαιρικό αμφίκυρτο φακό από υλικό με δείκτη διάθλασης n μέσα στον αέρα, τροποποιημένη σύμφωνα με τη σύμβαση προσήμων που θα διατυπωθεί παρακάτω,

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (3.10)$$

γνωστή ως *θεμελιώδης τύπος των φακών*.

Ορίζουμε ένα μήκος f , χαρακτηριστικό του φακού, που ονομάζεται *εστιακή απόσταση* του φακού, σύμφωνα με τη σχέση

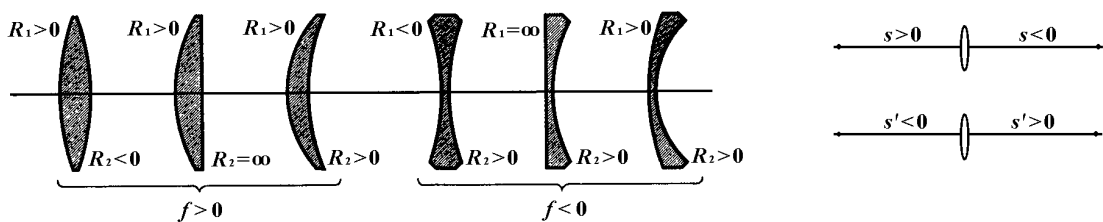
$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (3.11)$$

Η σχέση αυτή είναι γνωστή ως *εξίσωση των κατασκευαστών των φακών* και συνδέει την εστιακή απόσταση του φακού με τις ακτίνες καμπυλότητας και το δείκτη διάθλασής του. Έχουμε έτσι τη σχέση

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \quad (3.12)$$

που συνδέει την απόσταση s του *αντικειμένου* από το κέντρο του φακού, με την απόσταση s' του *ειδώλου* του από το κέντρο του φακού και με την εστιακή απόσταση f του φακού. Τα δύο σημεία που απέχουν από το κέντρο του φακού απόσταση ίση με την εστιακή του απόσταση f , ονομάζονται *κύριες εστίες* του φακού και συμβολίζονται συνήθως με F_1 και F_2 (βλ. π.χ. Σχ. 3.16).

Οι Εξ. (3.11) και (3.12), στη μορφή που έχουν δοθεί, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για όλα τα είδη σφαιρικών φακών και θέσεις αντικειμένων-ειδώλων, αν τηρηθεί η ακόλουθη *σύμβαση προσήμων*:



Σχήμα 3.15. Η σύμβαση των προσήμων για τους φακούς.

Θεωρώντας, χάριν αναφοράς, ότι το φως προσπίπτει στον φακό από τα αριστερά,

1. Μια ακτίνα καμπυλότητας, R_1 ή R_2 , της επιφάνειας του φακού, είναι θετική αν το κέντρο καμπυλότητάς της βρίσκεται στα δεξιά της διαθλώσας επιφάνειας, και αρνητική αν βρίσκεται στα αριστερά.
2. Ως επακόλουθο του (1) και της Εξ.(3.11), η εστιακή απόσταση f ενός φακού είναι: θετική αν ο φακός είναι συγκλίνων, και αρνητική αν ο φακός είναι αποκλίνων.

3. Η απόσταση s του αντικειμένου από τον φακό είναι θετική αν το αντικείμενο βρίσκεται στα αριστερά του φακού, και αρνητική αν βρίσκεται στα δεξιά του φακού.
4. Η απόσταση s' του ειδώλου από τον φακό είναι θετική αν το αντικείμενο βρίσκεται στα δεξιά του φακού, και αρνητική αν βρίσκεται στα αριστερά του φακού.

Υπάρχουν και χρησιμοποιούνται και άλλες συμβάσεις προσήμων για τους φακούς.

3.14 Η γεωμετρική κατασκευή του ειδώλου ενός αντικειμένου

Από τις ιδιότητες των λεπτών φακών, είναι αληθές με αρκετά καλή προσέγγιση, ότι μια ακτίνα που περνά από το οπτικό κέντρο του φακού διαδίδεται ευθύγραμμα, χωρίς απόκλιση (Σχ. 3.16, ακτίνα BO).

Επίσης, η διερεύνηση της Εξ. (3.12) οδηγεί στα ακόλουθα συμπεράσματα:

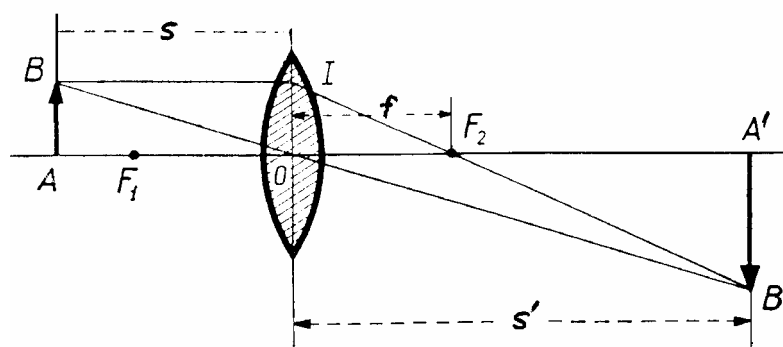
- (α) Αν είναι $s = \infty$, τότε $s' = f$.

Δηλαδή, μια ακτίνα παράλληλη προς τον κύριο άξονα του φακού (αντικείμενο στο άπειρο) θα περάσει, μετά τη διάθλαση, από την κύρια εστία του φακού (Σχ. 3.16, ακτίνα BI).

- (β) Αν είναι $s = f$, τότε $s' = \infty$.

Δηλαδή, μια ακτίνα που περνά από την κύρια εστία του φακού, θα είναι, μετά τη διάθλαση, παράλληλη προς τον κύριο άξονα του φακού.

Χρησιμοποιώντας αυτούς τους κανόνες, είναι δυνατό να υπολογίσουμε γεωμετρικά τη θέση του ειδώλου ενός αντικειμένου, που σχηματίζεται από ένα φακό. Ένα παράδειγμα φαίνεται στο Σχ. 3.16.



Σχήμα 3.16. Γεωμετρική κατασκευή για τον σχηματισμό του ειδώλου από έναν συγκλίνοντα φακό.

Μια ακτίνα που ξεκινά από το σημείο B και περνά από το κέντρο του φακού, δεν θα υποστεί σημαντική εκτροπή (ακτίνα BOB'). Η ακτίνα BI που κινείται παράλληλα με τον άξονα του φακού, θα περάσει από την εστία F_2 (πορεία BIF₂B'). Στο σημείο τομής των δύο αυτών ακτινών, το B', θα σχηματιστεί το είδωλο του B. Το είδωλο του σημείου A θα βρίσκεται πάνω στον άξονα του φακού. Επειδή όλα τα σημεία του αντικειμένου AB απέχουν ίδια απόσταση από το κέντρο του φακού, το ίδιο θα ισχύει και για το είδωλο, σε πρώτη προσέγγιση (δηλαδή για μικρό αντικείμενο που βρίσκεται κοντά στον άξονα του φακού). Για τον λόγο αυτό, φέρνοντας κάθετη στον άξονα από το B', βρίσκουμε το είδωλο του σημείου A. Το βέλος A'B' στο σχήμα είναι το είδωλο του βέλους AB. Όπως φαίνεται, είναι ανεστραμμένο. Το μέγεθος του ειδώλου δίνεται από τη σχέση:

$$(A'B') = -\frac{s'}{s}(AB) \quad (3.13)$$

όπου το αρνητικό πρόσημο υποδηλώνει την αναστροφή του ειδώλου.

Η ίδια σχέση, Εξ.(3.12), μπορεί να χρησιμοποιηθεί για αποκλίνοντα φακό, αν η εστιακή απόσταση ληφθεί αρνητική. Σε όλες τις περιπτώσεις, αν η απόσταση s' του ειδώλου προκύψει αρνητική, το είδωλο είναι φανταστικό και βρίσκεται στην ίδια πλευρά του φακού στην οποία βρίσκεται και το αντικείμενο. Στην περίπτωση αυτή, το μέγεθος του ειδώλου σύμφωνα, με την Εξ. (3.13), έχει θετικό πρόσημο και επομένως είναι ορθό (μη ανεστραμμένο).

3.15 Ισχύς φακού

Το αντίστροφο της εστιακής απόστασης ενός φακού ονομάζεται *διαθλαστική δύναμη* ή *ισχύς* του φακού:

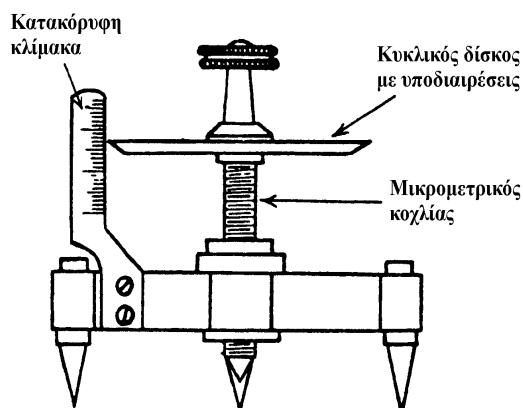
$$P = \frac{1}{f}. \quad (3.14)$$

Αν η εστιακή απόσταση του φακού εκφραστεί σε μέτρα, η ισχύς του εκφράζεται σε *διοπτρίες* D ($1 D = 1 m^{-1}$). Η ισχύς ενός αποκλίνοντος φακού είναι αρνητική. Έτσι, για παράδειγμα, ένας συγκλίνων φακός με εστιακή απόσταση $0,5 m$, έχει ισχύ $2 D$. Ένας αποκλίνων φακός με εστιακή απόσταση $-0,25 m$, έχει ισχύ $-4 D$.

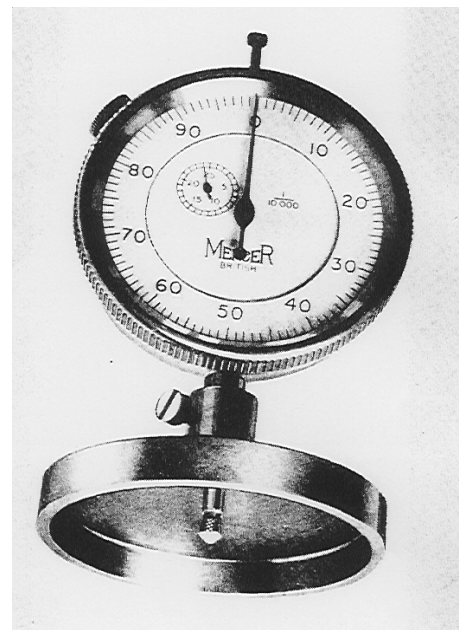
Όταν λεπτοί φακοί τοποθετούνται ο ένας πίσω από τον άλλο, σχηματίζοντας ένα *σύστημα φακών*, η ισχύς του σύνθετου φακού που προκύπτει είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των ισχύων των φακών που τον αποτελούν:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \dots + \frac{1}{f_N}, \quad \text{ή} \quad P = P_1 + P_2 + \dots + P_N. \quad (3.15)$$

Η ακτίνα καμπυλότητας μιας σφαιρικής επιφάνειας μπορεί να μετρηθεί με ένα σφαιρόμετρο (Σχ. 3.17).



Σχήμα 3.17. Σφαιρόμετρα για τη μέτρηση των ακτίνων καμπυλότητας σφαιρικών επιφανειών.



Οι ενδείξεις του οργάνου μπορούν μάλιστα να δίνουν απευθείας τις τιμές του $(n-1)/R$ για τη σφαιρική επιφάνεια και τον δεδομένο δείκτη διάθλασης του γυαλιού. Έτσι, με-

τρώοντας και αθροίζοντας αλγεβρικά τις τιμές για τις δύο επιφάνειες του φακού, βρίσκουμε την ισχύ του. Υπάρχουν επίσης, και χρησιμοποιούνται από τους οπτικούς, ειδικά όργανα τα οποία μετρούν ταυτόχρονα τις τιμές του $(n-1)/R$ και για τις δύο επιφάνειες του φακού, και δίνουν απευθείας ένδειξη της ισχύος του φακού.

Άσκηση

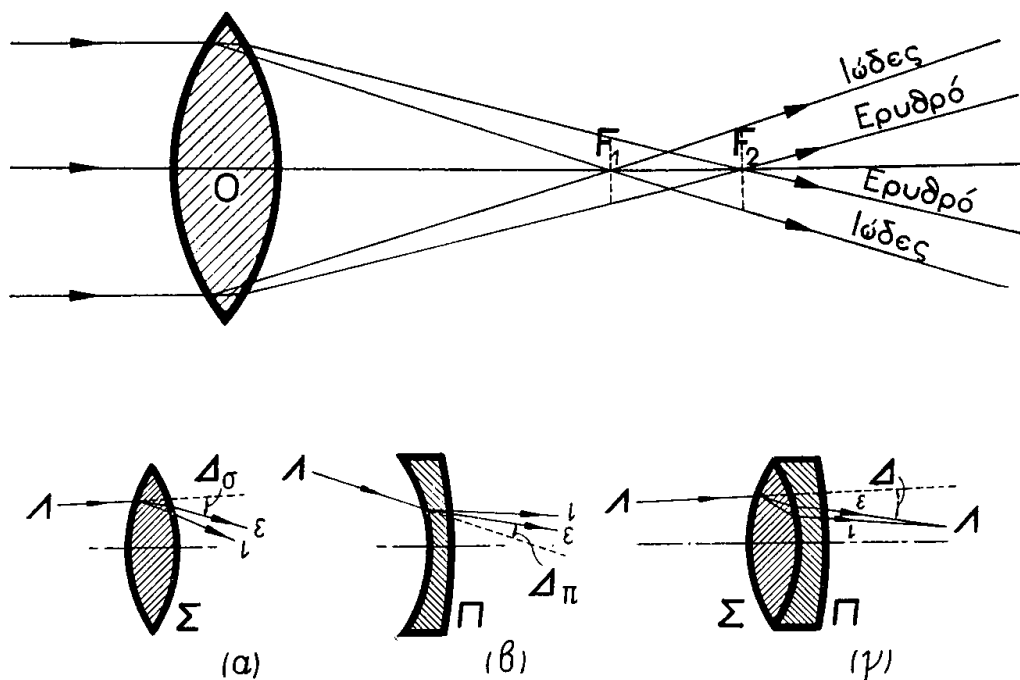
Έξι φακοί είναι κατασκευασμένοι από υλικό με δείκτη διάθλασης ίσο με 1,5.

Να βρεθεί η εστιακή απόσταση του φακού και η ισχύς του σε διοπτρίες στην καθεμιά από τις ακόλουθες περιπτώσεις:

- (α) αμφίκυρτου φακού με ακτίνες 10 και 20 cm.
- (β) επιπεδόκυρτου φακού με ακτίνα 10 cm.
- (γ) συγκλίνοντος μηνίσκου με ακτίνες 10 και 20 cm.
- (δ) αμφίκοιλου φακού με ακτίνες 10 και 20 cm.
- (ε) επιπεδόκοιλου φακού με ακτίνα 10 cm.
- (στ) αποκλίνοντος μηνίσκου με ακτίνες 10 και 20 cm.

3.16 Αχρωματικά συστήματα φακών

Ένα από τα σοβαρότερα σφάλματα των φακών, είναι η *χρωματική εκτροπή*. Όπως είδαμε, ο δείκτης διάθλασης ενός υλικού μεταβάλλεται με το μήκος κύματος (χρώμα) του φωτός (Σχ. 3.8). Κατά συνέπεια, σύμφωνα με την Εξ. (3.11), η εστιακή απόσταση ενός φακού εξαρτάται από το χρώμα του φωτός, και είναι μικρότερη για το ιώδες από ότι για το ερυθρό, με όλα τα ενδιάμεσα χρώματα να έχουν εστίες ανάμεσα στις δύο αυτές ακραίες περιπτώσεις (Σχ. 3.18).



Σχήμα 3.18. Το φαινόμενο της χρωματικής εκτροπής και ο σχηματισμός αχρωματικού συστήματος φακών.

Υπάρχει η δυνατότητα μερικής διόρθωσης αυτής της εκτροπής, με τον συνδυασμό δύο φακών, ενός συγκλίνοντος και ενός αποκλίνοντος, από διαφορετικά είδη γυαλιού. Στα Σχ. 3.18 α, β και γ φαίνεται η κατασκευή ενός τέτοιου *αχρωματικού ζεύγους φακών*.

Ένας συγκλίνων φακός από στεφανύαλο (Σ) συγκολλάται με *βάλσαμο του Καναδά* με έναν αποκλίνοντα φακό από πυριτύαλο (Π). Με κατάλληλη επιλογή των σχετικών ισχύων των δύο φακών, είναι δυνατό να πετύχουμε το σύστημα να έχει την ίδια εστιακή απόσταση για δύο διαφορετικά χρώματα, για παράδειγμα για δύο μήκη κύματος στο πρώτο και στο τρίτο τέταρτο του φάσματος του ορατού φωτός. Για τα υπόλοιπα χρώματα, βεβαίως, οι εστιακές αποστάσεις είναι μεγαλύτερες ή μικρότερες από την κοινή αυτή εστιακή απόσταση.

Θα συμβολίσουμε με C και F τα δύο μήκη κύματος, με R'_1 και R'_2 τις ακτίνες καμπυλότητας του ενός φακού και με n'_C και n'_F τους δείκτες διάθλασης του φακού αυτού στα μήκη κύματος C και F, και με R''_1 , R''_2 , n''_C και n''_F τα αντίστοιχα μεγέθη για τον άλλο φακό. Επίσης, για ευκολία, ορίζουμε τα μεγέθη

$$K' \equiv \frac{1}{R'_1} - \frac{1}{R'_2} \quad \text{και} \quad K'' \equiv \frac{1}{R''_1} - \frac{1}{R''_2} \quad (3.16)$$

για τους δύο φακούς. Τότε, οι ισχύς του ζεύγους των φακών στα δύο χρώματα είναι

$$P_C = (n'_C - 1)K' + (n''_C - 1)K'' \quad \text{και} \quad P_F = (n'_F - 1)K' + (n''_F - 1)K''. \quad (3.17)$$

Αν θέλουμε να είναι $P_C = P_F$, εξισώνοντας βρίσκουμε τη συνθήκη

$$\frac{K'}{K''} = -\frac{n''_F - n''_C}{n'_F - n'_C} \quad (3.18)$$

που πρέπει να ικανοποιούν οι ακτίνες των δύο φακών για να έχει ο συνδυασμός τους την ίδια ισχύ ή εστιακή απόσταση για τα χρώματα C και F. Η εστιακή απόσταση που αναφέρεται για το ζεύγος είναι αυτή για τη λεγόμενη γραμμή D, τη γνωστή κίτρινη γραμμή του νατρίου.

Οι τιμές των δεικτών διάθλασης για τις γραμμές αυτές και για δύο είδη γυαλιού δίνονται στον πίνακα που ακολουθεί:

Είδος γυαλιού	n_C (ερυθρό)	n_D (κίτρινο)	n_F (μπλε)	$n_{G'}$ (ιώδες)
στεφανύαλος	1,50868	1,51100	1,51673	1,52121
πυριτύαλος	1,61611	1,62100	1,63327	1,64369

Τα αποτελέσματα ενός τέτοιου υπολογισμού είναι τα ακόλουθα:

Ένας αμφίκυρτος φακός από στεφανύαλο, με ακτίνες $R'_1 = 4,39 \text{ cm}$ και $R'_2 = -4,39 \text{ cm}$, και ένας αποκλίνων φακός από πυριτύαλο, με ακτίνες $R''_1 = -4,39 \text{ cm}$ και $R''_2 = -71,13 \text{ cm}$, σχηματίζουν ένα αχρωματικό ζεύγος με εστιακές αποστάσεις:

$$f_C = f_F = 10,0012 \text{ cm} \text{ για το κόκκινο και μπλε,}$$

$$f_D = 10 \text{ cm} \text{ για το κίτρινο, και } f_{G'} = 10,0196 \text{ cm} \text{ για το ιώδες.}$$

Σημειώνουμε ότι απαιτήσαμε να είναι $R'_2 = R''_1 = -4,39 \text{ cm}$, για να είναι δυνατό να συγκολληθεί ο ένας φακός στον άλλο. Αυτό είναι επιθυμητό για να αποφευχθούν οι ανακλάσεις του φωτός στις δύο αυτές επιφάνειες.

Χωρίς διόρθωση, ένας φακός από στεφανύαλο που έχει εστιακή απόσταση $f_D = 10 \text{ cm}$ για το κίτρινο, θα έχει εστιακές αποστάσεις:

κόκκινο: $f_C = 10,0046 \text{ cm}$, μπλε: $f_F = 9,8891 \text{ cm}$, ιώδες: $f_{G'} = 9,8041 \text{ cm}$.

Βλέπουμε ότι μια διαφορά 2 mm στις εστιακές αποστάσεις για το κόκκινο και το ιώδες έχει περιοριστεί σε 0,2 mm με την αχρωματική διόρθωση. Αυτή η δυνατότητα επιφέρει σημαντικότερες βελτιώσεις στη λειτουργία οπτικών οργάνων, όπως π.χ. τα τηλεσκόπια και τα μικροσκόπια.

3.17 Σφαιρικά και παραβολικά κάτοπτρα

Κάτοπτρα με σφαιρικό, παραβολικό ή και υπερβολικό σχήμα χρησιμοποιούνται στην κατασκευή οπτικών οργάνων, κυρίως τηλεσκοπίων. Έχουν τα πλεονεκτήματα ότι είναι ευκολότερα στην κατασκευή είναι πιο ανθεκτικά από τους φακούς, και είναι απαλλαγμένα από χρωματικά σφάλματα. Έχουν βεβαίως τα σφάλματα που οφείλονται στη γεωμετρία, που γίνονται πιο έντονα όσο μεγαλύτερο είναι το άνοιγμα του κατόπτρου. Υπάρχουν και γι' αυτά τεχνικές διόρθωση αυτών των σφαλμάτων.

Η δημιουργία του ειδώλου από ένα σφαιρικό κάτοπτρο φαίνεται στο Σχ. 3.19. Βασίζεται στους νόμους της ανάκλασης του φωτός όπως αυτοί έχουν διατυπωθεί στις ενότητες 3.3 και 3.5. Ένα σφαιρικό κάτοπτρο με μικρό άνοιγμα, δηλαδή που έχει άνοιγμα (διάμετρο) πολύ μικρότερο της ακτίνας καμπυλότητάς του, έχει εστιακή απόσταση ίση

με

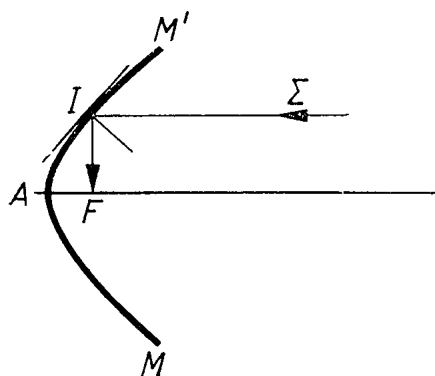
$$f = \frac{R}{2}. \quad (3.19)$$

Η σχέση μεταξύ των αποστάσεων αντικειμένου και ειδώλου από την κορυφή του κατόπτρου και της εστιακής απόστασης του κατόπτρου είναι η ίδια με αυτήν που ισχύει για τους λεπτούς φακούς

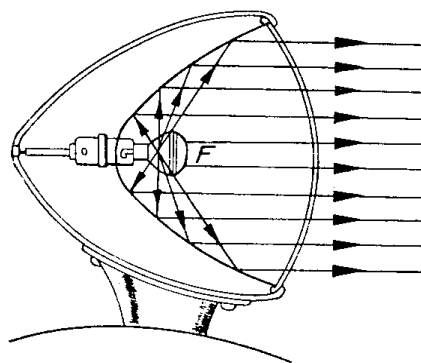
$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} = \frac{2}{R}. \quad (3.20)$$

Σχήμα 3.19. Ο σχηματισμός ειδώλου από ένα σφαιρικό κάτοπτρο.

Ένα παραβολικό κάτοπτρο έχει το πλεονέκτημα, σε σύγκριση με ένα σφαιρικό, ότι είναι ακριβής γεωμετρική ιδιότητα μιας παραβολοειδούς εκ περιστροφής επιφάνειας να συγκεντρώνει στην εστία της μια δέσμη φωτός που είναι παράλληλη στον άξονά της (βλ. Σχ. 3.20). Για τον λόγο αυτό, τα παραβολικά κάτοπτρα χρησιμοποιούνται για την κατασκευή κατοπτρικών τηλεσκοπίων. Μια άλλη ευρέως διαδεδομένη χρήση των παραβολικών κατόπτρων είναι στον σχηματισμό παράλληλων δεσμών φωτός, π.χ. σε προβολείς αυτοκινήτων κ.λπ. (βλ. Σχ. 3.21).



Σχήμα 3.20. Η εστίαση, από ένα παραβολικό κάτοπτρο, μιας δέσμης φωτός παράλληλης στον άξονά του.



Σχήμα 3.21. Η χρήση παραβολικού κατόπτρου για το σχηματισμό παράλληλης δέσμης φωτός.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- M. Young, *Οπτική και Lasers*, Ο.Ε.Δ.Β., Αθήνα 1986. Κεφ. 1.
 E. Hecht, *Optics*, 3η έκδοση, Addison-Wesley, 1998. Κεφ. 5, 6.
 H. D. Young, *Πανεπιστημιακή Φυσική*, Τόμος Β': *Ηλεκτρομαγνητισμός, Οπτική και Σύγχρονη Φυσική*, Εκδόσεις Παπαζήση, Αθήνα 1994. Κεφ. 36-38.
 H. C. Ohanian. *Φυσική*. (Συμμετρία, Αθήνα 1991). Τόμος Β', Κεφ. 37-40.
 E. Hecht. *Οπτική*. (ΕΣΠΙ-Schaum, Αθήνα).
 F. A. Jenkins και H. E. White. *Fundamentals of Optics*. (McGraw-Hill).

Γ. Οπτικά όργανα

Οπτικά ονομάζονται τα όργανα που βασίζονται στη χρήση του φωτός για τη λειτουργία τους. Ένας κατάλογος των κυριότερων στοιχείων που χρησιμοποιούνται στην κατασκευή οπτικών οργάνων θα πρέπει να περιλαμβάνει τα εξής:

Οπή. Σχισμή. Πέτασμα. Διάφραγμα. Κάτοπτρο (επίπεδο, σφαιρικό, παραβολικό, κυλινδρικό), ολικής ή μερικής ανάκλασης. Πρίσμα. Φακός (σφαιρικός, κυλινδρικός), συγκλίνων ή αποκλίνων. Οπτικός ηθμός (φίλτρο). Φράγμα συμβολής.

Με τον κατάλληλο συνδυασμό αυτών των στοιχείων, κατασκευάζεται μια πλειάδα οπτικών οργάνων, όπως:

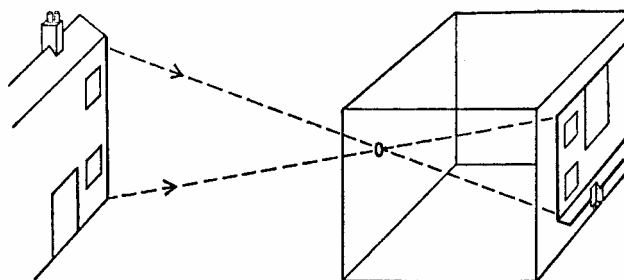
Σκοτεινός θάλαμος. Φωτογραφική μηχανή. Απλό και σύνθετο μικροσκόπιο. Τηλέμετρο. Τηλεσκόπιο (διαθλαστικό ή κατοπτρικό). Περισκόπιο. Προβολέας (φωτογραφιών ή διαφανειών). Φασματοσκόπιο και φασματογράφος (πρίσματος ή φράγματος).

Μερικά από αυτά τα όργανα θα εξετασθούν παρακάτω.

3.18 Ο σκοτεινός θάλαμος

Ο σκοτεινός θάλαμος (*camera obscura*), μπορεί να θεωρηθεί ως το απλούστερο οπτικό όργανο. Είναι και από τα αρχαιότερα, γνωστό ήδη στον Αριστοτέλη. Ο σκοτεινός θάλαμος είναι απλώς ένας φωτοστεγής θάλαμος με μια μικρή οπή σε μια από τις έδρες του (Σχ. 3.22). Κάθε φωτεινό σημείο

ενός αντικειμένου προβάλλει πάνω σε ένα διάφραγμα το είδωλο της οπής. Σχηματίζεται έτσι πάνω στο διάφραγμα ένα ανεστραμμένο είδωλο του αντικειμένου. Το είδωλο μπορεί να αποτυπωθεί πάνω σε φωτογραφικό φιλμ που τοποθετείται πάνω στο διάφραγμα. Το μέγεθος του ειδώλου εξαρτάται από το μέγεθος του αντικειμένου και τον λόγο της απόστασης του αντικειμένου από την οπή προς την απόσταση της οπής από το διάφραγμα. Για καλή διακριτική ικανότητα, το μέγεθος της οπής πρέπει να είναι πολύ μικρό. Αυτό όμως έχει ως επακόλουθο η φωτεινότητα του ειδώλου να είναι πολύ μικρή και οι χρόνοι έκθεσης που απαιτούνται για αποτύπωση του ειδώλου σε φιλμ πολύ μεγάλοι.



Σχήμα 3.22. Σκοτεινός θάλαμος

Ο μεγάλος μαθηματικός, φυσικός και αστρονόμος του 11ου αιώνα, Αλχάζεν, γνωστός για τη μεγάλη συμβολή του στην ανάπτυξη της Οπτικής, χρησιμοποίησε ένα σκοτεινό θάλαμο για την παρατήρηση έκλειψης του Ήλιου. Ο Λεονάρντο ντα Βίντσι αναφέρθηκε εκτενώς στον σκοτεινό θάλαμο, αλλά αυτός που τον περιέγραψε λεπτομερώς ήταν ο Τζιοβάννι ντε λα Πόρτα, στο βιβλίο του *Magia Naturalis* (*Φύσεως Μαγεία*). Ο Κέπλερ χρησιμοποιούσε μια ειδική σκηνή ως σκοτεινό θάλαμο κατά τις τοπογραφικές του μελέτες της Αυστρίας.

Οι σκοτεινοί θάλαμοι χρησιμοποιούνται για φωτογράφιση ακίνητων αντικειμένων, π.χ. κτιρίων. Έχουν το πλεονέκτημα ότι τα είδωλα που σχηματίζουν είναι απαλλαγμένα από τις παραμορφώσεις που προκαλούν οι φακοί, είναι ευρυγώνιοι και έχουν θεωρητι-

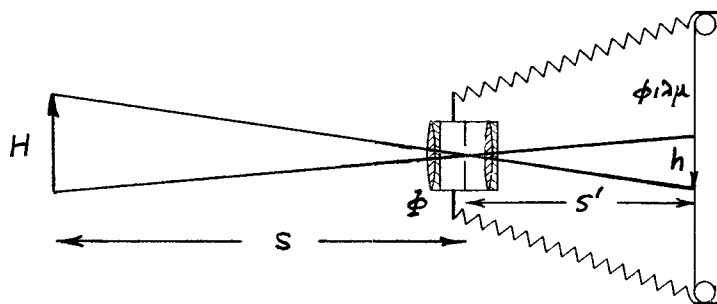
κά άπειρο βάθος εικόνας. Περιορίζοντας τη διάμετρο της οπής του σκοτεινού θαλάμου, για να επιτύχουμε μεγαλύτερη ευκρίνεια εικόνας, συναντάμε, για οπές μικρότερες από 0,2 mm περίπου, το φυσικό όριο στη διακριτική ικανότητα των οπτικών οργάνων, την περίθλαση (βλ. παρακάτω).

3.19 Η φωτογραφική μηχανή

Η φωτογραφική μηχανή αποτελείται από ένα συγκλίνοντα φακό (συνήθως σύνθετο), ο οποίος σχηματίζει ένα αντεστραμμένο, πραγματικό, είδωλο του αντικειμένου πάνω σε φωτοευαίσθητο φιλμ, στο οποίο και αποτυπώνεται (Σχ. 3.23).

Επειδή η απόσταση $s + s'$ ανάμεσα στο φιλμ και το αντικείμενο είναι δεδομένη, ο φακός μετατοπίζεται μέχρις ότου επιτευχθεί εστίαση του ειδώλου πάνω στο φιλμ. Αν το μέγεθος του αντικειμένου είναι H , το μέγεθος του ειδώλου είναι

$$h = H \frac{s'}{s}. \quad (3.21)$$



Σχήμα 3.23. Η αρχή λειτουργίας της φωτογραφικής μηχανής.

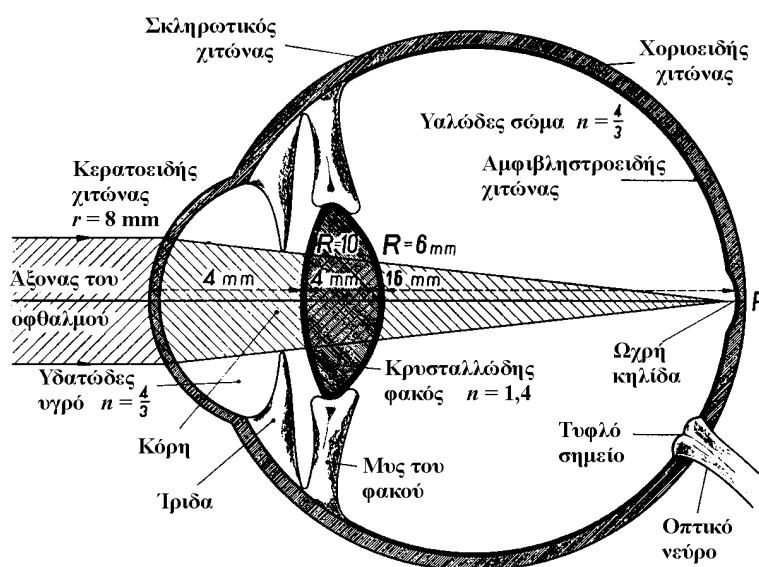
Στους *τηλεφακούς* (zoom) μεταβάλλεται κατά πολύ η εστιακή απόσταση του φακού, και επομένως και η απόσταση s' (ενώ η απόσταση s είναι ουσιαστικά σταθερή), ώστε το μέγεθος h του ειδώλου να μπορεί να μεταβληθεί.

Η ευαισθησία του φιλμ και η φωτεινότητα του αντικειμένου καθορίζουν το απαιτούμενο άνοιγμα του διαφράγματος του φακού και τον χρόνο έκθεσης του φιλμ κατά τη φωτογράφιση. Η χρήση σύνθετων φακών για τη διόρθωση των σφαλμάτων, οδηγεί σε ευκρινέστερα είδωλα.

Υπάρχει μια τεράστια ποικιλία φωτογραφικών μηχανών, μηχανισμών, φακών και φωτογραφικών φιλμ, με πιο πρόσφατη εξέλιξη τις *ψηφιακές φωτογραφικές μηχανές*, στις οποίες δεν χρησιμοποιείται φιλμ αλλά αποθηκεύεται σε ψηφιακή μορφή (για ερασιτεχνική χρήση, συνήθως 2 έως 5 Megapixel). Αυτό ανοίγει τεράστιες δυνατότητες στη λήψη, αποθήκευση και επεξεργασία και την ηλεκτρονική μετάδοση των εικόνων.

3.20 Ο οφθαλμός

Η λειτουργία του οφθαλμού (Σχ. 3.25), είναι όμοια με αυτήν της φωτογραφικής μηχανής. Οι διαθλώσες επιφάνειες του οφθαλμού, δηλαδή η διαχωριστική επιφάνεια μεταξύ του αέρα και του κερατοειδούς χιτώνα και ο εσωτερικός φακός του οφθαλμού, σχηματίζουν το είδωλο του αντικειμένου πάνω στο πίσω μέρος του οφθαλμού, τον αμφιβληστροειδή χιτώνα, ο οποίος είναι ευαίσθητος σε φως μήκους κύματος μεταξύ 400 και 750 nm περίπου. Η απόσταση του φακού από τον αμφιβληστροειδή χιτώνα είναι σταθερή και γι' αυτό η εστίαση επιτυγχάνεται με μεταβολή της εστιακής απόστασης του φακού. Η διάθλαση του φωτός γίνεται κυρίως στη διαχωριστική επιφάνεια μεταξύ του αέρα και του κερατοειδούς χιτώνα. Ο φακός παρέχει τη μεταβολή στην εστιακή απόσταση που είναι απαραίτητη για το σχηματισμό ευκρινούς εικόνας. Από τη συνολική ισχύ των 60 D που έχει ο φυσιολογικός οφθαλμός, οι 43 D περίπου παρέχονται από τον κερατοειδή χιτώνα και μόνον οι 17 D από τον φακό.

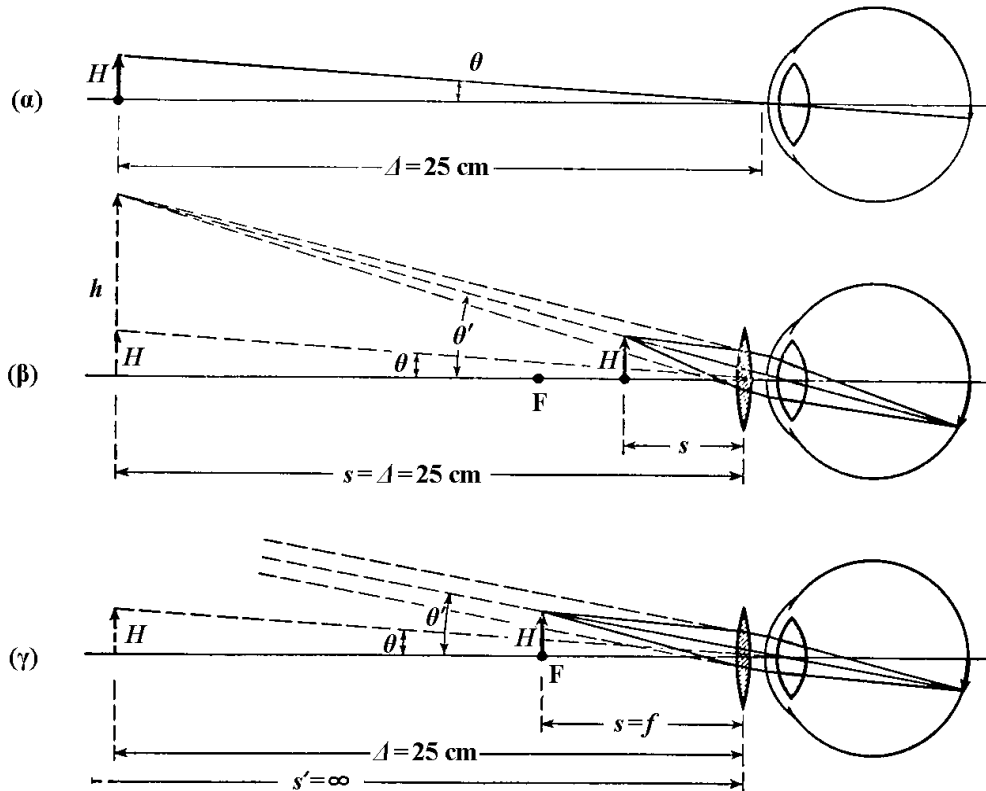


Σχήμα 3.25. Ο ανθρώπινος οφθαλμός.

Ένα διάφραγμα, η *ίριδα*, ανοιγοκλείνει, προσαρμοζόμενη στην ένταση του φωτός. Ο φακός ενός οφθαλμού μπορεί να προσαρμοστεί ώστε να εστιάσει αντικείμενα που βρίσκονται ανάμεσα σε δύο σημεία που ονομάζονται *εγγύτατο σημείο ευκρινούς οράσεως* και *απώτατο σημείο ευκρινούς οράσεως*. Η απόσταση ανάμεσα στο φακό του οφθαλμού και το εγγύτατο σημείο ευκρινούς οράσεως ονομάζεται *ελάχιστη απόσταση ευκρινούς οράσεως*, Δ . Για τον φυσιολογικό οφθαλμό, το απώτατο σημείο ευκρινούς οράσεως βρίσκεται στο άπειρο. Η ελάχιστη απόσταση ευκρινούς οράσεως είναι περίπου 10 cm σε άτομα ηλικίας 20 ετών, 22 cm στα 40, 40 cm στα 50 κ.ο.κ. Ένας φυσιολογικός οφθαλμός, μπορεί να διακρίνει ως ξεχωριστά δύο σημεία που βρίσκονται σε απόσταση ίση με 25 cm από αυτόν, και απέχουν μεταξύ τους απόσταση μεγαλύτερη από περίπου 0,1 mm. Αυτό αντιστοιχεί σε γωνιακή απόσταση ανάμεσα στα δύο σημεία ίση με, ή μεγαλύτερη από, 1' περίπου.

3.21 Ο μεγεθυντικός φακός

Ένας μεγεθυντικός φακός, ή απλό μικροσκόπιο, είναι ένας συγκλίνων φακός σχετικά μικρής εστιακής απόστασης. Το αντικείμενο που παρατηρείται τοποθετείται πολύ κοντά στο μάτι και η λειτουργία του μεγεθυντικού φακού είναι να σχηματίσει ένα φανταστικό είδωλο σε απόσταση ίση ή μεγαλύτερη από την ελάχιστη απόσταση ευκρινούς οράσεως (Σχ. 3.26), στην οποία το μάτι μπορεί να το παρατηρήσει άνετα.



Σχήμα 3.26. Ο μεγεθυντικός φακός, ή απλό μικροσκόπιο.

Αν το αντικείμενο έχει μέγεθος H και παρατηρείται με γυμνό οφθαλμό (Σχ. 3.26α), θα φαίνεται ευκρινώς και όσο γίνεται μεγαλύτερο αν βρίσκεται σε απόσταση ίση με την ελάχιστη απόσταση ευκρινούς οράσεως Δ . Σε αυτήν την περίπτωση, η γωνία που υποτείνει το αντικείμενο στο κέντρο του ματιού είναι περίπου ίση με

$$\theta \approx \frac{H}{\Delta}. \quad (3.22)$$

Αν τώρα ο φακός τοποθετηθεί πολύ κοντά στο μάτι και το αντικείμενο σε απόσταση s από αυτό, τέτοια ώστε να σχηματιστεί ένα είδωλο του αντικειμένου σε απόσταση ίση με Δ (Σχ. 3.26β), το γωνιακό μέγεθος του ειδώλου θα είναι

$$\theta' \approx \frac{h}{\Delta} = \frac{H}{s}. \quad (3.23)$$

Η μεγέθυνση που επιτυγχάνεται με αυτόν τον τρόπο είναι:

$$M_{\Delta} = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{H/s}{H/\Delta} = \frac{\Delta}{s}. \quad (3.24)$$

Όμως, σύμφωνα με τον τύπο των φακών, ισχύει η σχέση

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{-\Delta} + \frac{1}{s} \quad (3.25)$$

και επομένως η μεγέθυνση που επιτυγχάνεται με τον μεγεθυντικό φακό είναι:

$$M_{\Delta} = 1 + \frac{\Delta}{f}. \quad (3.26)$$

Βεβαίως, το είδωλο του παρατηρούμενου αντικειμένου μπορεί να σχηματιστεί σε οποιαδήποτε άλλη απόσταση από το μάτι, μεγαλύτερη από Δ . Στην άλλη ακραία περίπτωση, που το είδωλο σχηματίζεται σε άπειρη απόσταση από το μάτι (Σχ. 3.26γ), το αντικείμενο πρέπει να τοποθετηθεί στην εστία του φακού και τότε είναι $\theta' \approx \frac{H}{f}$. Στην περίπτωση αυτή, η γωνιακή μεγέθυνση που επιτυγχάνεται με τον φακό είναι:

$$M_{\infty} = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{H/f}{H/\Delta} \quad \text{ή} \quad M_{\infty} = \frac{\Delta}{f}. \quad (3.27)$$

Για άλλες αποστάσεις του ειδώλου από το μάτι, η μεγέθυνση M είναι:

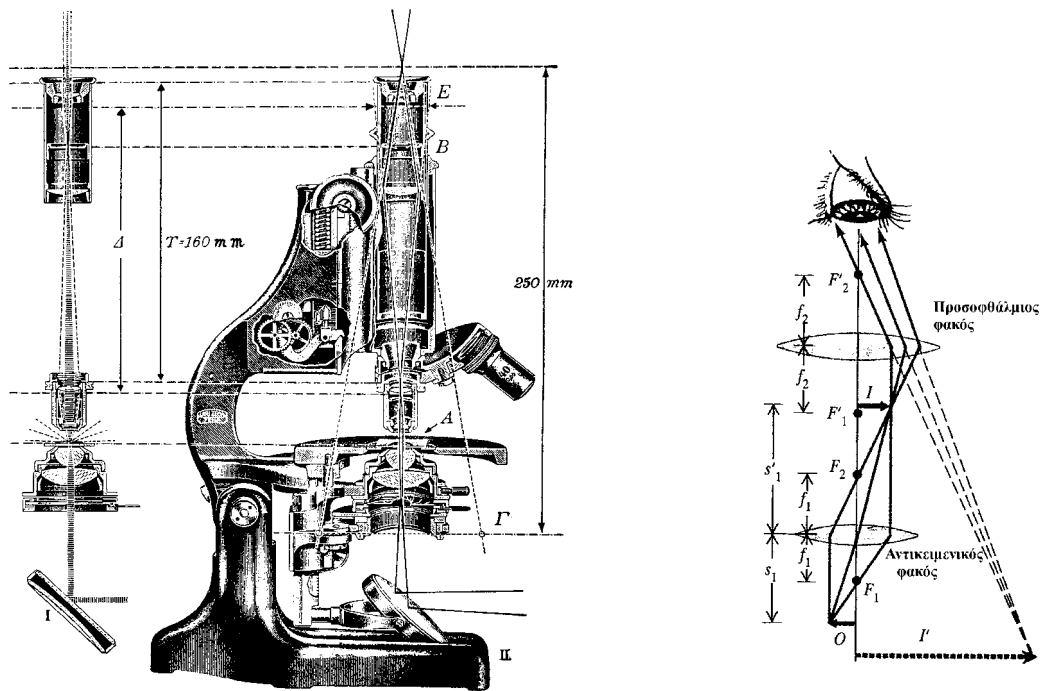
$$\frac{\Delta}{f} < M < 1 + \frac{\Delta}{f}. \quad (3.28)$$

Προφανώς, λόγω της εξάρτησης από την ελάχιστη απόσταση ευκρινούς οράσεως Δ , η μεγέθυνση ή το όφελος που προκύπτει από τη χρήση του μεγεθυντικού φακού εξαρτώνται από τον παρατηρητή. Για ένα άτομο με υπερμετρωπία, που κανονικά για να παρατηρήσει ένα αντικείμενο πρέπει να το τοποθετήσει σε μεγάλη απόσταση, η χρήση του φακού προσφέρει σημαντικότερο πλεονέκτημα από ό,τι για ένα άτομο που με γυμνό οφθαλμό μπορεί να παρατηρήσει το αντικείμενο από πολύ μικρότερη απόσταση.

Στις συνήθεις χρήσεις των μεγεθυντικών φακών, οι μεγεθύνσεις είναι μέχρι 8 περίπου. Για μεγαλύτερες μεγεθύνσεις, μέχρι περίπου 20, απαιτείται να γίνουν διορθώσεις των σφαλμάτων των φακών.

3.22 Το μικροσκόπιο

Το *σύνθετο μικροσκόπιο* είναι ένα οπτικό όργανο που χρησιμοποιείται για την παρατήρηση, υπό μεγέθυνση, αντικειμένων που βρίσκονται κοντά στον παρατηρητή. Το οπτικό μικροσκόπιο περιγράφεται στο κεφάλαιο της Μικροσκοπίας. Εδώ απλώς αναφέρουμε τα βασικά χαρακτηριστικά του (Σχ. 3.27). Το παρατηρούμενο αντικείμενο τοποθετείται πολύ κοντά σε ένα συγκλίνοντα φακό πολύ μικρής εστιακής απόστασης (τον *αντικειμενικό* ή *αντοφθάλμιο φακό*), ο οποίος σχηματίζει ένα πραγματικό είδωλό του. Το είδωλο αυτό μεγεθύνεται από έναν άλλο συγκλίνοντα φακό (τον *προσοφθάλμιο φακό*), ο οποίος σχηματίζει ένα φανταστικό είδωλο σε μια απόσταση από το μάτι που βρίσκεται ανάμεσα στην ελάχιστη και τη μέγιστη απόσταση ευκρινούς οράσεως. Το μάτι παρατηρεί αυτό το είδωλο.



Σχήμα 3.27. Μικροσκόπιο.

Το μήκος του σωλήνα του μικροσκοπίου έχει σταθερό μήκος (συνήθως 160 mm). Έτσι η εστίαση γίνεται με μετακίνηση του όλου οπτικού συστήματος ως προς το παρατηρούμενο αντικείμενο, μέχρι να επιτευχθεί εστίαση για ευκρινή παρατήρηση.

Η ολική μεγέθυνση του συστήματος αντικειμενικού-προσοφθάλμιου καθορίζεται από τις επιμέρους μεγεθύνσεις των δύο συστημάτων.

Αν

m_1 = μεγέθυνση του αντικειμένου από τον αντικειμενικό φακό, και

m_2 = μεγέθυνση από τον προσοφθάλμιο φακό του ειδώλου που σχηματίζει ο αντικειμενικός,

η ολική μεγέθυνση που επιτυγχάνεται με το μικροσκόπιο είναι:

$$M = m_1 m_2. \quad (3.29)$$

Οι μεγεθύνσεις m_1 και m_2 αναγράφονται από τον κατασκευαστή στα αντίστοιχα στοιχεία του μικροσκοπίου, και με κατάλληλο συνδυασμό επιτυγχάνεται η επιθυμητή ολική μεγέθυνση. Με τα σύνθετα μικροσκόπια διακρίνονται λεπτομέρειες του αντικειμένου μεγαλύτερες από περίπου 200 nm, μέγεθος που είναι συγκρίσιμο με το μήκος κύματος του φωτός που χρησιμοποιείται. Αυτή η διακριτική ικανότητα αντιστοιχεί σε μια μεγέθυνση περίπου ίση με 500. Μεγαλύτερες ονομαστικές μεγεθύνσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν αλλά δεν προσφέρουν κανένα επιπλέον πλεονέκτημα, γιατί η ποιότητα του παρατηρούμενου ειδώλου είναι τέτοια ώστε η αύξηση στη μεγέθυνση να μη συνοδεύεται από βελτίωση στη διακριτική ικανότητα.

3.23 Το τηλεσκόπιο

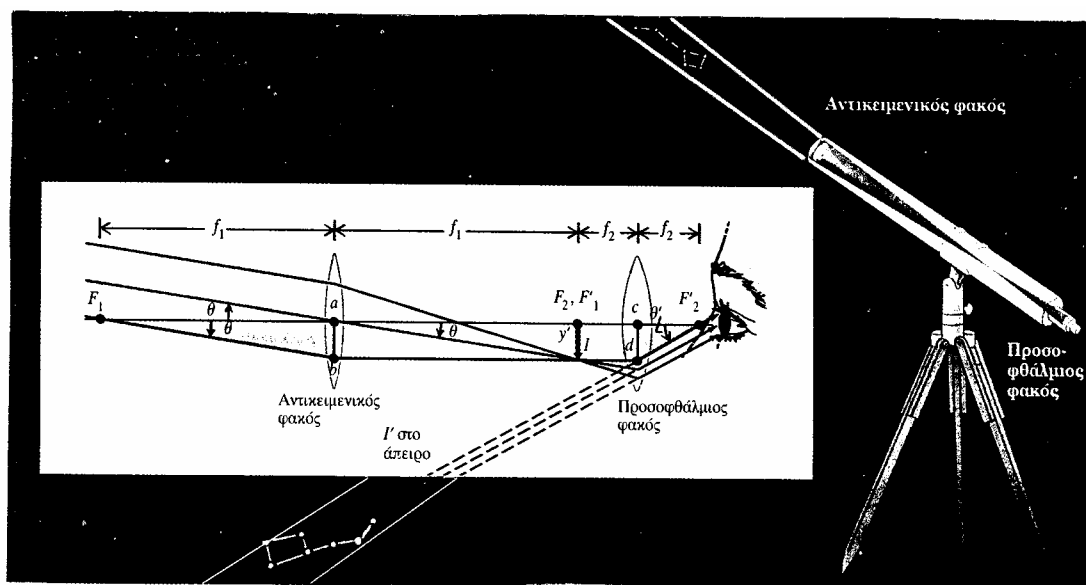
Το τηλεσκόπιο, γνωστό και ως *αστρονομικό τηλεσκόπιο*, χρησιμοποιείται για την παρατήρηση, υπό μεγέθυνση, αντικειμένων που βρίσκονται μακριά από τον παρατηρητή. Ένας μεγάλης εστιακής απόστασης συγκλίνων φακός, ο *αντικειμενικός*, σχηματίζει ένα πραγματικό είδωλο του αντικειμένου στην εστία του (Σχ. 3.28). Στη συνέχεια, ο *προσοφθάλμιος* φακός, ο οποίος είναι ένας συγκλίνων φακός, σχηματίζει ένα φανταστικό είδωλο στο άπειρο. Ο παρατηρητής βλέπει το τελικό αυτό είδωλο του αντικειμένου, το οποίο είναι ανεστραμμένο.

Με αναφορά στο σχήμα Σχ. 3.28, αν f_1 και f_2 είναι οι εστιακές αποστάσεις του αντικειμενικού και του προσοφθάλμιου φακού, αντίστοιχα, η μεγέθυνση του τηλεσκοπίου είναι

$$M = \frac{\theta'}{\theta}, \quad \text{ή} \quad M = -\frac{f_1}{f_2}, \quad (3.30)$$

όπου το αρνητικό πρόσημο δηλώνει την αντιστροφή του ειδώλου του παρατηρούμενου αντικειμένου. Η μεγέθυνση M και η διάμετρος D του αντικειμενικού φακού (ή φακών) σε mm, αναγράφονται στα τηλεσκόπια στη μορφή $M \times D$. Π.χ. 8×35 , 10×50 , κ.λπ.

Στις αστρονομικές παρατηρήσεις, περισσότερο και από μια μεγάλη μεγέθυνση, απαιτείται μεγάλη διάμετρος του αντικειμενικού φακού, με την οποία επιτυγχάνεται τόσο η μεγάλη διακριτική ικανότητα όσο και η συλλογή μεγάλης ποσότητας φωτός για την παρατήρηση αμυδρών αστρονομικών σωμάτων. Η δυσκολία στην κατασκευή φακών μεγάλης διαμέτρου περιορίζει στο 1 m περίπου τη μέγιστη διάμετρο διαθλαστικών τηλεσκοπίων (με φακό).

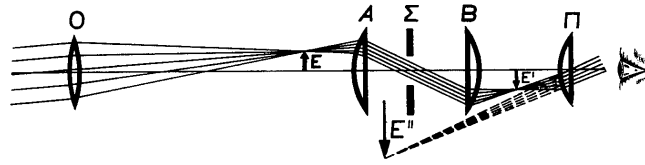


Σχήμα 3.28. Το αστρονομικό τηλεσκόπιο.

Τα αστρονομικά τηλεσκόπια είναι συνήθως κατοπτρικά, με παραβολικά κάτοπτρα με διαμέτρους μέχρι και 10 m, όπως στην περίπτωση του τηλεσκοπίου του αστεροσκοπίου Keck. Το διαστημικό τηλεσκόπιο Hubble είναι επίσης κατοπτρικό, με κάτοπτρο διαμέτρου 2,4 m.

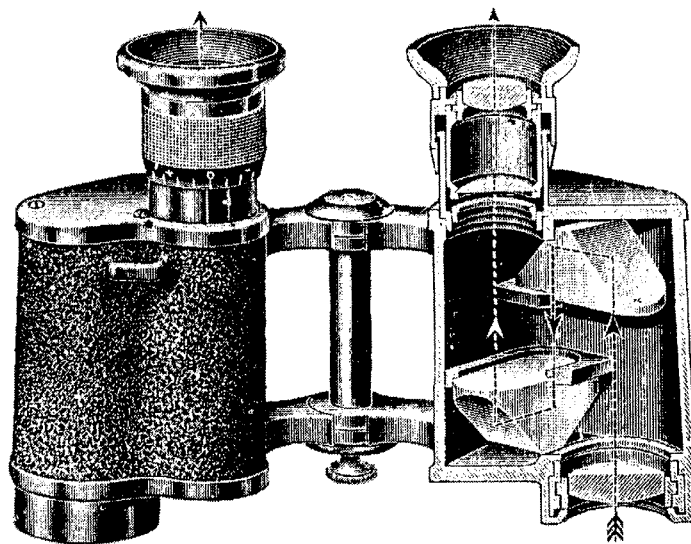
Στα τηλεσκόπια για επίγειες παρατηρήσεις, η ανόρθωση του τελικού ειδώλου επιτυγχάνεται με την παρεμβολή μεταξύ του αντικειμενικού και του προσοφθάλμιου φα-

κού ενός συστήματος δύο συγκλινόντων φακών (Σχ. 3.29). Το σύστημα φακών Α και Β, τοποθετημένο στην κατάλληλη θέση, αντιστρέφει το είδωλο που σχηματίζει ο αντικειμενικός φακός, ώστε το τελικό είδωλο να είναι ανορθωμένο.

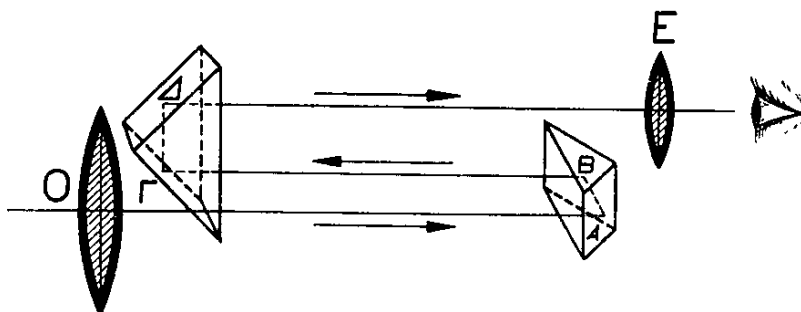


Σχήμα 3.29. Τηλεσκόπιο για επίγειες παρατηρήσεις.

Στα κιάλια, η ανόρθωση του ειδώλου επιτυγχάνεται με τη χρήση δύο πρισμάτων ολικής ανακλάσεως (Σχ. 3.30 και 3.31).



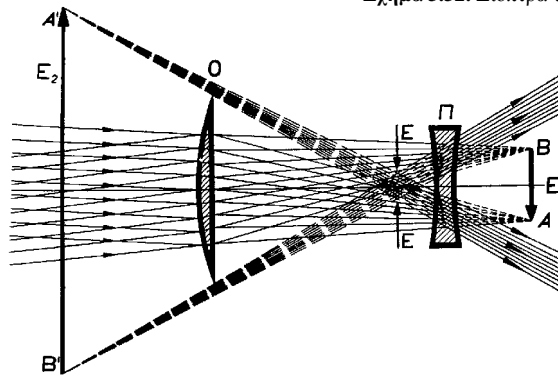
Σχήμα 3.30. Κιάλια.



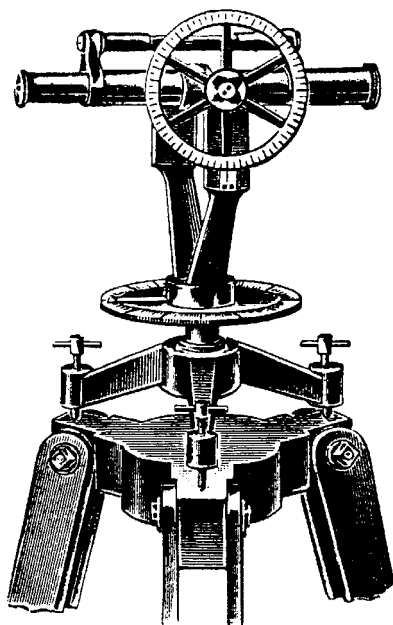
Σχήμα 3.31.
Το σύστημα α-
νόρθωσης του
ειδώλου, που
χρησιμοποιείται
στα κιάλια.

Απλούστερη στην κατασκευή είναι η λεγόμενη *διόπτρα του Γαλιλαίου* (Σχ. 3.32). Σε αυτήν, ως προσοφθάλμιος φακός χρησιμοποιείται ένας αποκλίνων φακός. Το τελικό είδωλο είναι ανορθωμένο. Έχει το μειονέκτημα ότι το πεδίο οράσεώς της είναι στενό. Διόπτρες του Γαλιλαίου χρησιμοποιούνται κυρίως ως κιάλια θεάτρου.

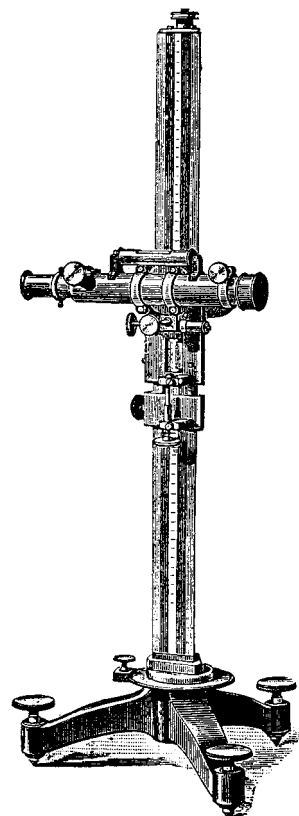
Σχήμα 3.32. Διόπτρα του Γαλιλαίου.



Τα τηλεσκόπια χρησιμοποιούνται σε συνδυασμό με έναν τεράστιο αριθμό άλλων επιστημονικών οργάνων. Δύο παραδείγματα φαίνονται στα Σχ. 3.33 και 3.34.



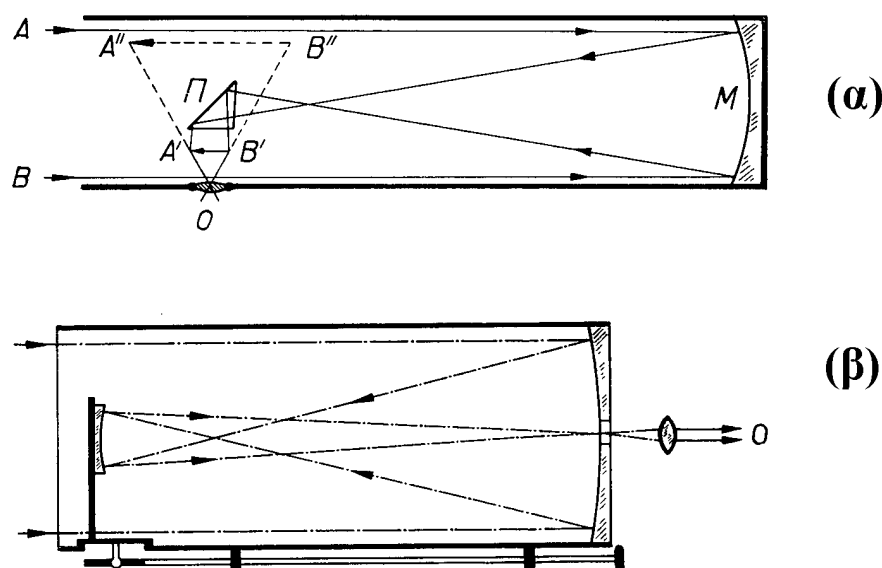
Σχήμα 3.33. Η αρχή λειτουργίας του θεοδόλιχου.



Σχήμα 3.34. Καθετόμετρο.

Στον *θεοδόλιχο*, το τηλεσκόπιο χρησιμοποιείται για ακριβή σκόπευση σημείων, και τον προσδιορισμό γωνιών μεταξύ τους, καθώς και των αποστάσεών τους από το όργανο. Τα όργανα που χρησιμοποιούνται σήμερα στη χαρτογράφηση, αξιοποιούν επίσης τη σύγχρονη τεχνολογία (λέιζερ, GPS, κ.λπ.). Στο *καθετόμετρο*, το τηλεσκόπιο κινείται κατά μήκος μιας κλίμακας ακριβείας. Με αυτόν τον τρόπο μπορεί να μετρηθεί η απόσταση ανάμεσα σε δύο σημεία, με αρκετή ακρίβεια, όταν, για παράδειγμα, δεν έχουμε εύκολη πρόσβαση σε αυτά.

Στο *ανακλαστικό* ή *κατοπτρικό τηλεσκόπιο*, αντί φακού χρησιμοποιείται κάτοπτρο, σφαιρικό ή, για καλύτερα αποτελέσματα, παραβολικό. Η αρχή λειτουργίας του είναι η ίδια με αυτήν του διαθλαστικού τηλεσκοπίου.

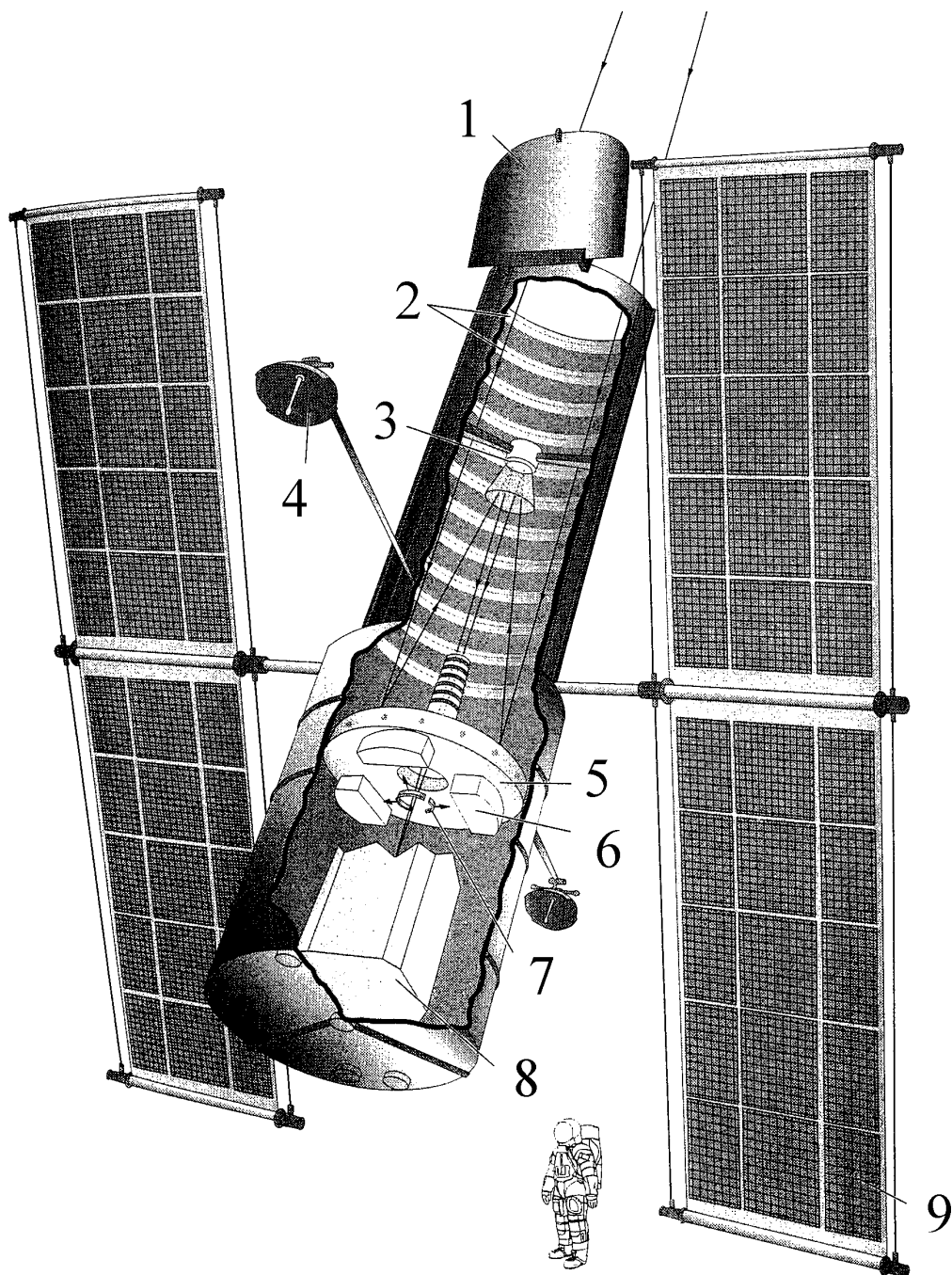


Σχήμα 3.35. Διατάξεις κατοπτρικών (ανακλαστικών) τηλεσκοπίων.
(α) Τηλεσκόπιο του Νεύτωνα. (β) Τηλεσκόπιο του Gregory.

Στο Σχ. 3.35, φαίνονται δύο από τις πιο κοινές διατάξεις κατοπτρικών τηλεσκοπίων. Η διάταξη του Σχ. 3.35α είναι γνωστή ως *τηλεσκόπιο του Νεύτωνα*, ενώ αυτή του Σχ. 3.35β ως *τηλεσκόπιο του Gregory*.

Στα κατοπτρικά τηλεσκόπια δεν υπάρχει χρωματική εκτροπή. Υπάρχουν όμως τα άλλα σφάλματα των κατόπτρων. Αυτά συνήθως διορθώνονται σημαντικά με την προσθήκη διορθωτικού φακού ειδικού σχήματος στην είσοδο του τηλεσκοπίου. Βεβαίως, στα σύγχρονα τηλεσκόπια, η μεγαλύτερη βελτίωση στην ποιότητα της εικόνας επιτυγχάνεται με την ψηφιακή επεξεργασία της. Γνωρίζοντας τα χαρακτηριστικά του οργάνου όσον αφορά την παραμόρφωση του ειδώλου, είναι δυνατή μια σχεδόν πλήρης αντιστάθμιση της παραμόρφωσης αυτής, με θαυμάσια αποτελέσματα.

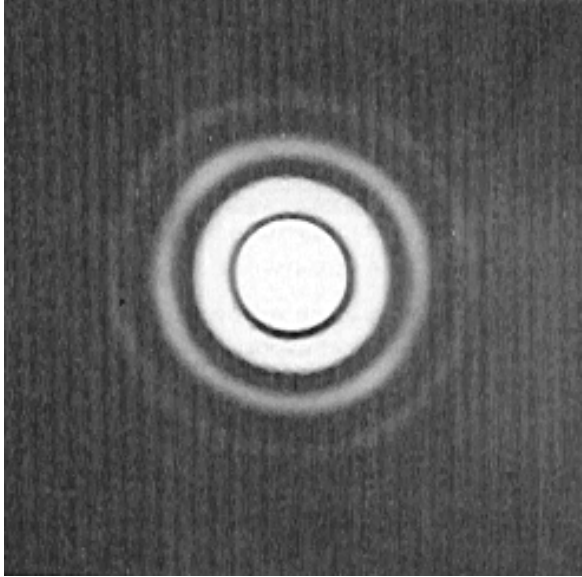
Το διαστημικό τηλεσκόπιο Hubble (Σχ. 3.36), είναι ένα κατοπτρικό τηλεσκόπιο με υπερβολοειδές κάτοπτρο διαμέτρου 2,4 m. Έχει το επιπρόσθετο πλεονέκτημα ότι βρίσκεται εκτός της ατμόσφαιρας της Γης, και έτσι η εικόνα από αυτό δεν έχει τις παραμορφώσεις που οφείλονται σε κινήσεις αερίων μαζών, οι οποίες θέτουν ένα όριο στη διακριτική ικανότητα επίγειων τηλεσκοπίων.



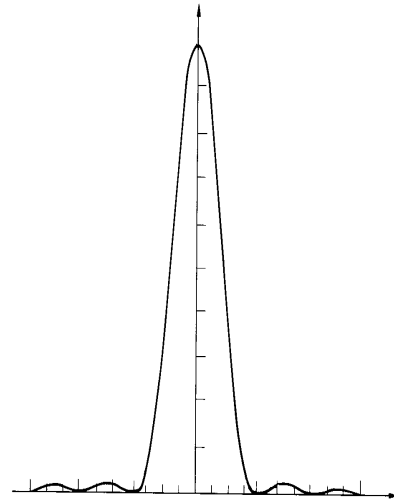
Σχήμα 3.36. Το διασημότερο κατοπτρικό τηλεσκόπιο, το διαστημικό τηλεσκόπιο Hubble. 1. Κάλυμμα της εισόδου του τηλεσκοπίου. 2. Απορροφητήρες σκεδαζόμενου φωτός. 3. Το δευτερεύον κάτοπτρο, διαμέτρου 0,3 m. 4. Ραδιοφωνική κεραία. 5. Πρωτεύον κάτοπτρο, διαμέτρου 2,4 m. 6. Αισθητήρες ρύθμισης της κατεύθυνσης του τηλεσκοπίου. 7. Τρία κάτοπτρα ανάκλασης φωτός προς τους αισθητήρες. 8. Επιστημονικά όργανα. 9. Ηλιακά φωτοκύτταρα για την τροφοδοσία του τηλεσκοπίου με ενέργεια.

3.23 Η διακριτική ικανότητα των οπτικών οργάνων

Όταν φως από μια πολύ μικρή πηγή που βρίσκεται σε μεγάλη απόσταση περνά μέσα από μια κυκλική οπή, σχηματίζεται, σε ένα πέτασμα που τοποθετείται πίσω από την οπή, μια εικόνα περίθλασης. Η εικόνα είναι γνωστή ως *δίσκος του Airy* (Σχ. 3.37).



Σχήμα 3.37. Δίσκος και δακτύλιοι του Airy, από οπή διαμέτρου 1 mm.

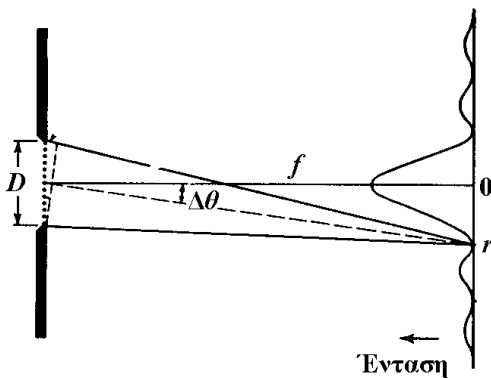


Σχήμα 3.38. Δίσκος του Airy. Η ένταση συναρτήσει της ακτίνας.

Γύρω από έναν κεντρικό δίσκο μέγιστης έντασης φωτός, υπάρχουν δακτύλιοι αυξανόμενης ακτίνας και φθίνουσας αντιστοίχως έντασης. Οι δακτύλιοι αυτοί ονομάζονται *δακτύλιοι του Airy*. Η ένταση του φωτός συναρτήσει της απόστασης από το κέντρο του δίσκου φαίνεται στο Σχ. 3.38. Είναι γνωστό, από τη θεωρία της περίθλασης του φωτός, ότι ο πρώτος σκοτεινός δακτύλιος έχει ακτίνα ίση με

$$r = 1,22 \frac{f \lambda}{D} \quad (3.31)$$

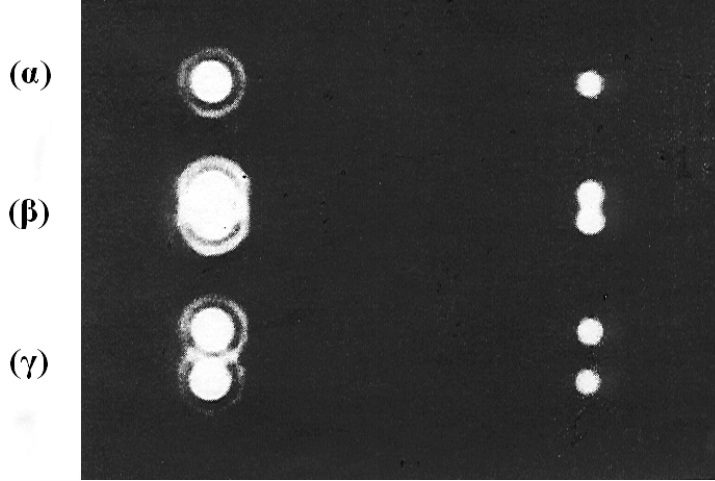
όπου λ είναι το μήκος κύματος του φωτός, D η διάμετρος της οπής και f η απόσταση του πετάσματος από την οπή. Η διάταξη και η κατανομή της έντασης του φωτός φαίνονται στο Σχ. 3.39. Η γωνία που υποτείνεται από την ακτίνα αυτή στο κέντρο της οπής είναι



$$\Delta \theta = \frac{r}{f} = 1,22 \frac{\lambda}{D}. \quad (3.32)$$

Σχήμα 3.39. Περίθλαση από κυκλική οπή.

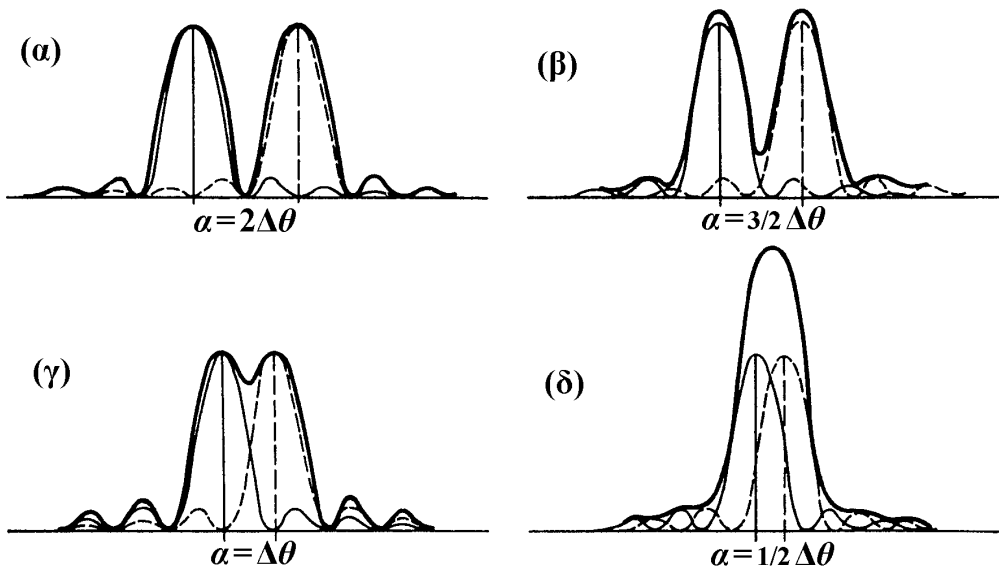
Αν αντί απλής οπής, η εικόνα περίθλασης οφείλεται στον αντικειμενικό φακό ενός τηλεσκοπίου, η κατάσταση είναι η ίδια, με τη μόνη διαφορά ότι ο δίσκος του Airy σχηματίζεται, για πολύ μακρινή πηγή, όπως π.χ. ένα άστρο, σε μια απόσταση από τον φακό ίση με την εστιακή του απόσταση. Το είδωλο αυτό παρατηρείται ακολούθως μέσω του προσοφθάλμιου φακού.



Σχήμα 3.40. Είδωλα σημειακών πηγών, όπως σχηματίζονται από τηλεσκόπιο.

Τέτοια είδωλα φαίνονται στο Σχ. 3.40. Στη δεξιά στήλη φαίνονται τα ίδια είδωλα με αυτά της αριστερής, αλλά μέσα από φακό μεγαλύτερης διαμέτρου. Στο Σχ. 3.40α φαίνεται μία μόνο σημειακή πηγή. Στο Σχ. 3.40β φαίνονται δύο σημειακές πηγές, οι οποίες μόλις διαχωρίζονται. Οι δύο πηγές του Σχ. 3.40γ είναι σαφώς διαχωρισμένες.

Υπάρχει ένα κριτήριο, γνωστό ως *κριτήριο του Rayleigh*, που χρησιμοποιείται για να αποφασισθεί πότε δύο τέτοια είδωλα σημειακών πηγών μπορούν να θεωρηθούν ότι διαχωρίζονται. Η ιδέα επεξηγείται στη Σχ. 3.41.

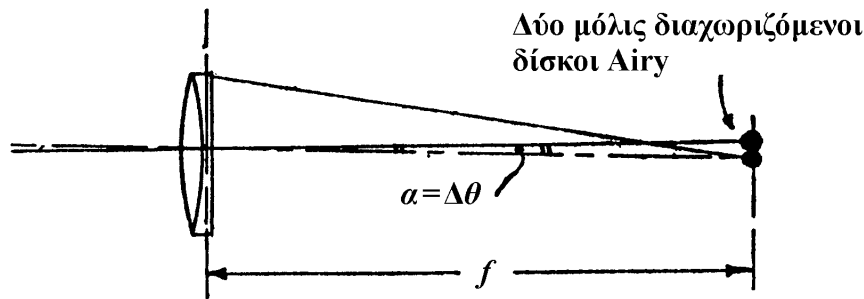


Σχήμα 3.41. Εικόνες συμβολής δύο σημειακών πηγών, όπως σχηματίζονται από μια κυκλική οπή ή φακό.

Στο Σχ. 3.41α, τα κέντρα των δίσκων του Airy απέχουν μεταξύ τους γωνιακή απόσταση $\alpha = 2\Delta\theta$, και τα είδωλα μπορούν να θεωρηθούν ως σαφώς διακριτά. Το ίδιο ισχύει και στο Σχ. 3.41β, για το οποίο είναι $\alpha = \frac{3}{2}\Delta\theta$. Στο Σχ. 3.41γ φαίνεται η οριακή περίπτωση για $\alpha = \Delta\theta$. Σ' αυτήν την περίπτωση, το κεντρικό μέγιστο κάθε δίσκου συμπίπτει με τον πρώτο σκοτεινό δακτύλιο του άλλου. Ο Rayleigh πρότεινε αυτήν την περίπτωση ως μια λογική διαχωριστική γραμμή ανάμεσα στο να θεωρούνται δύο είδωλα ως διακριτά ή μη. Σύμφωνα με το κριτήριο του Rayleigh, λοιπόν, δύο σημειακές πηγές θεωρούνται ότι διαχωρίζονται από το όργανο, αν η γωνιακή τους απόσταση, α , είναι ίση ή μεγαλύτερη από τη γωνία

$$\Delta\theta = 1,22 \frac{\lambda}{D}. \quad (3.33)$$

Στο Σχ. 3.42 φαίνεται ο σχηματισμός, από ένα τηλεσκόπιο, των ειδώλων δύο σημειακών πηγών, τα οποία μόλις διαχωρίζονται.



Σχήμα 3.42. Ο σχηματισμός, από ένα τηλεσκόπιο, των ειδώλων δύο σημειακών πηγών, τα οποία μόλις διαχωρίζονται.

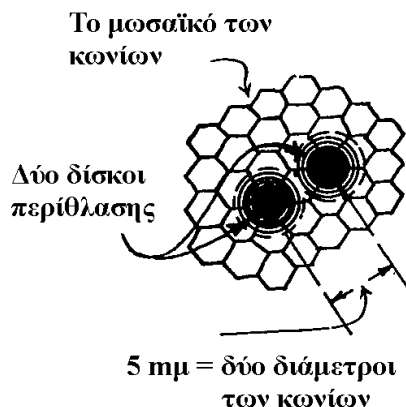
Εκφράζοντας την Εξ. 3.33 για κίτρινο φως (550 nm) και τη διάμετρο του φακού σε cm, το γωνιακό όριο διακριτότητας $\Delta\theta$ δίνεται σε δεύτερα λεπτά της μοίρας (sec) από τη σχέση:

$$\Delta\theta(\text{sec}) = \frac{14}{D(\text{cm})}. \quad (\text{XX.34})$$

Ένα τηλεσκόπιο με αντικειμενικό φακό διαμέτρου 5 cm έχει $\Delta\theta \approx 3''$. Το τηλεσκόπιο του όρους Palomar, με διάμετρο κατόπτρου 5 m έχει θεωρητικό όριο $\Delta\theta = 0,03''$. Αυτό σημαίνει ότι, θεωρητικά, θα έπρεπε να διακρίνει δύο φωτεινά σημειακά αντικείμενα που απέχουν μεταξύ τους απόσταση 50 m και βρίσκονται σε απόσταση 384 000 km από τον παρατηρητή (δηλ. π.χ. στην επιφάνεια της Σελήνης). Στην πράξη όμως, τα όρια της περίθλασης δεν είναι οι μόνοι παράγοντες που περιορίζουν τη διακριτική ικανότητα ενός τηλεσκοπίου. Τα σφάλματα των φακών ή των κατόπτρων και οι ατμοσφαιρικές συνθήκες θέτουν συνήθως σοβαρότερους περιορισμούς. Έτσι το τηλεσκόπιο του Palomar έχει πραγματικό όριο διακριτότητας $\Delta\theta \approx 1''$.

Το διαστημικό τηλεσκόπιο Hubble έχει διάμετρο $D = 2,4 \text{ m}$, λόγο $f/D = 24$, ακρίβεια σκόπευσης $\Delta\alpha \approx 0,01''$ και $\Delta\theta \approx 0,08''$. Μπορεί να παρατηρήσει άστρα μεγέθους μέχρι και $M = 29$.

Το ανθρώπινο μάτι υφίσταται τους ίδιους περιορισμούς. Έχει, στην καλύτερη περίπτωση, θεωρητικά, $\Delta\theta \approx 50''$. Η γωνία που υποτείνεται από τη διάμετρο ενός κωνίου στο κέντρο του φακού του ματιού είναι περίπου ίση με μισό λεπτό της μοίρας ($30''$). Οι



Σχήμα 3.43. Οι εικόνες περίθλασης δύο σημειακών πηγών, όπως αυτές σχηματίζονται στον αμφιβληστροειδή χιτώνα του ματιού.

αποστάσεις μεταξύ των κωνίων, που βρίσκονται στον αμφιβληστροειδή χιτώνα, είναι της τάξης των $2,5 \mu\text{m}$ (Σχ. 3.43). Αυτή συμβαίνει να είναι περίπου και η απόσταση μεταξύ δύο δίσκων Airy οι οποίοι αντιστοιχούν σε δύο μόλις διακρινόμενες σημειακές πηγές, σύμφωνα με το κριτήριο του Rayleigh. Μικρότερη απόσταση μεταξύ των κωνίων δεν θα βελτιώνει την ευκρίνεια της όρασης.

Στην πράξη, η διακριτική ικανότητα του ανθρώπινου ματιού δεν είναι τόσο καλή όσο η θεωρητικά προβλεπόμενη με βάση μόνο τους περιορισμούς από τα φαινόμενα περίθλασης. Ατέλειες στη δομή του ματιού περιορίζουν, στην πράξη, τη διακριτική ικανότητα του ματιού στο να διαχωρίζει δύο αντικείμενα που απέχουν μεταξύ τους απόσταση 10 cm και βρίσκονται σε απόσταση 100 m

από τον παρατηρητή, αντί του θεωρητικού 3 cm στα 100 m.

Για το μικροσκόπιο, ισχύει η σχέση (3.33). Θα πρέπει όμως να διαμορφωθεί για να λάβει υπόψη το ενδεχόμενο ο χώρος μεταξύ αντικειμένου και αντικειμενικού φακού να είναι πλήρης με υλικό δείκτη διάθλασης ίσου με n (αντί της μονάδας του αέρα). Έτσι, στην περίπτωση αυτή

$$\Delta\theta = 1,22 \frac{\lambda}{nD}. \quad (3.34)$$

Η δυνατότητα αυτή αξιοποιείται για βελτίωση της διακριτικής ικανότητας ενός μικροσκοπίου, τοποθετώντας λάδι με μεγάλο δείκτη διάθλασης στον χώρο μεταξύ του αντικειμένου και του αντικειμενικού φακού. Βεβαίως, η διακριτική ικανότητα ενός μικροσκοπίου βελτιώνεται με τη χρήση φωτός μικρού μήκους κύματος, ακόμη και του μη ορατού υπεριώδους, στην οποία περίπτωση η εικόνα φωτογραφίζεται αφού δεν είναι ορατή από το μάτι.

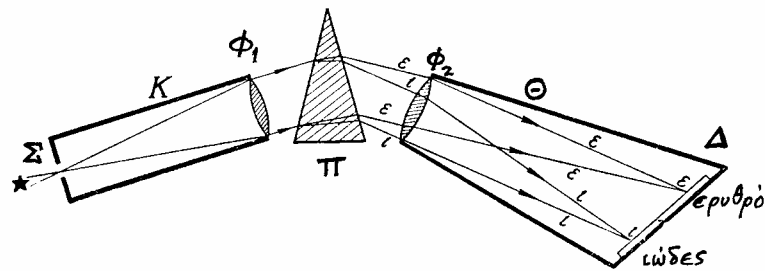
3.24 Φασματοσκόπιο - Φασματογράφος

Ένα όργανο που χρησιμοποιείται για την παρατήρηση του φάσματος του φωτός από μια πηγή φωτός ονομάζεται *φασματοσκόπιο* ή *φασματοόμετρο*. Αν έχει τη δυνατότητα φωτογράφησης του φάσματος ονομάζεται *φασματογράφος*.

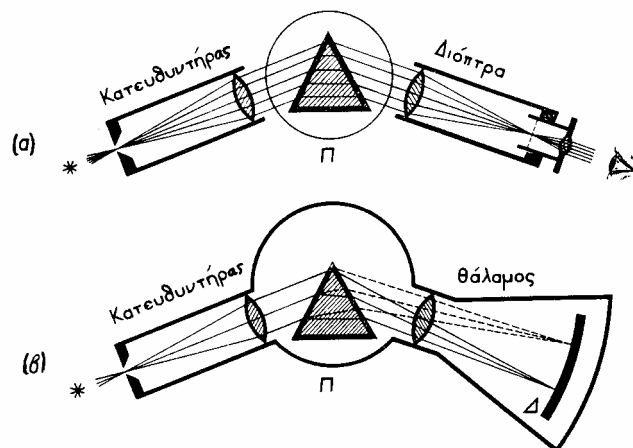
Τα απλούστερα φασματοσκόπια χρησιμοποιούν οπτικό πρίσμα για την ανάλυση του φωτός. Η αρχή λειτουργίας τους φαίνεται στο Σχ. 3.44. Το φως που θα αναλυθεί περνά μέσα από μια στενή σχισμή Σ, που βρίσκεται στο εστιακό επίπεδο συγκλίνοντος φακού Φ_1 . Ο φακός δημιουργεί έτσι μια παράλληλη δέσμη φωτός. Η σχισμή και ο φακός αποτελούν τον κατευθυντήρα. Η δέσμη του φωτός περνά μετά μέσα από ένα πρίσμα Π, το οποίο προκαλεί τη χρωματική ανάλυση του φωτός, με διαφορετική γωνία εκτροπής για τις συνιστώσες του φωτός με διαφορετικά μήκη κύματος. Ένας δεύτερος συγκλίνων φακός, ο Φ_2 , εστιάζει το φως πάνω σε ένα διάφραγμα Δ. Σε κάθε σημείο του διαφράγματος σχηματίζεται έτσι ένα είδωλο της σχισμής, διαφορετικού χρώματος. Αν το ανα-

λυόμενο φως έχει συνεχές φάσμα, θα παρατηρηθεί μια συνεχής κατανομή φωτός στο διάφραγμα. Αν, αντιθέτως, η δέσμη αποτελείται από πεπερασμένο αριθμό διαφορετικών και καλά διακριτών χρωμάτων, θα παρατηρηθούν φασματικές γραμμές των χρωμάτων αυτών στο φάσμα που σχηματίζεται στο διάφραγμα (βλ. Σχ. 3.11).

Το φάσμα μπορεί να παρατηρηθεί απευθείας αν αντί φακού και διαφράγματος τοποθετήσουμε διόπτρα παρατηρήσεως (τηλεσκόπιο) μετά το πρίσμα (Σχ. 3.45α), οπότε έχουμε τη διάταξη του φασματοσκοπίου. Αν πάνω στο διάφραγμα τοποθετηθεί φωτογραφικό φιλμ πάνω στο οποίο θα αποτυπωθεί το φάσμα, έχουμε τη διάταξη του φασματογράφου (Σχ. 3.45β).

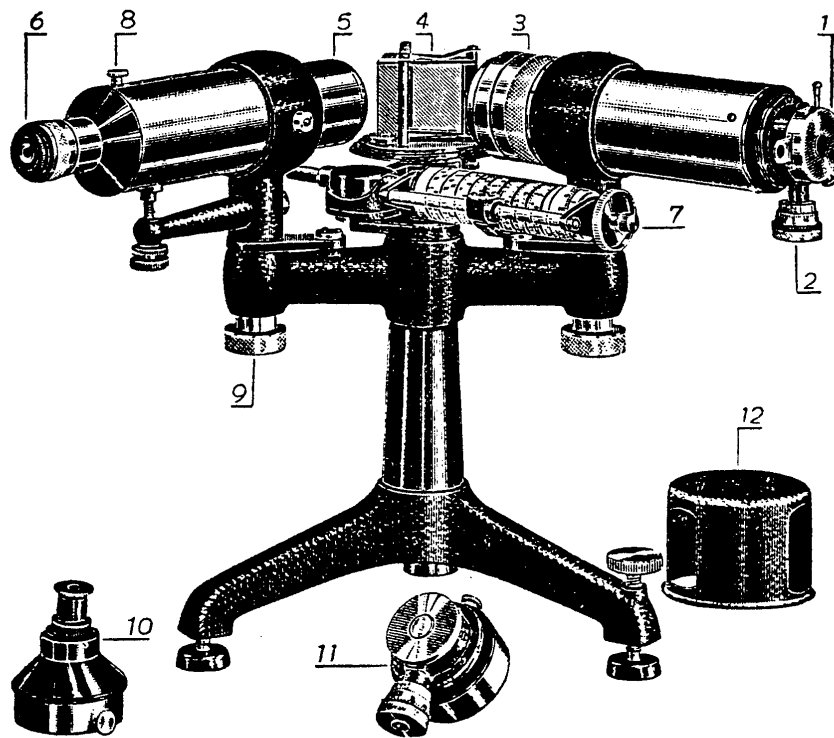


Σχήμα 3.44. Η αρχή λειτουργίας του φασματογράφου



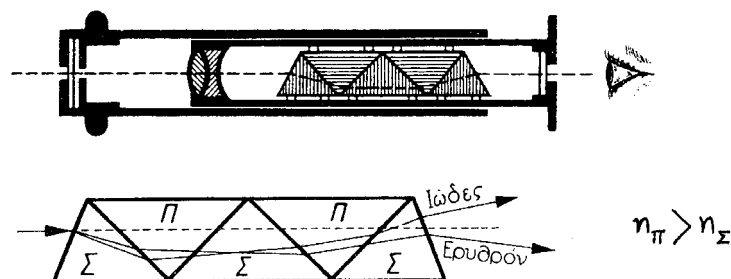
Σχήμα 3.45. Σχηματική απεικόνιση (α): φασματοσκοπίου και (β): φασματογράφου.

1, 2, 3, κατευθυντήρας. 4, πρίσμα. 5, 6, 8, δίοπτρα παρατήρησης. 7, μηχανισμός μέτρησης του μήκους κύματος. 10, ανταλλακτικός προσοφθάλμιος της δίοπτρας. 11, ανταλλακτική σχισμή του κατευθυντήρα. 12, κάλυμμα του πρίσματος.



Σχήμα 3.46. Φασματοσκόπιο.

Τα κύρια μέρη ενός φασματοσκοπίου φαίνονται στο Σχ. 3.46. Στο Σχ. 3.47 φαίνεται ένα φορητό φασματοσκόπιο *ευθυσκοπίας*, το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για πρόχειρες παρατηρήσεις. Αποτελείται από πέντε πρίσματα, τοποθετημένα όπως φαίνεται στο σχήμα, από τα οποία τα τρία (κατώτερα στο σχήμα) είναι από στεφανύαλο, ενώ τα άλλα δύο είναι από πυριτύαλο. Επιτυγχάνεται έτσι διαχωρισμός των χρωμάτων λόγω της διασποράς στο κάθε πρίσμα, αλλά με *μηδενική εκτροπή* του κεντρικού χρώματος του ορατού φωτός.



Σχήμα 3.47. Φασματοσκόπιο ευθυσκοπίας.

Η περιοχή του ορατού φωτός, η οποία εκτείνεται στα μήκη κύματος μεταξύ 400 nm και 750 nm περίπου, μπορεί να καλυφθεί από φασματοσκόπια ή φασματογράφους με

πρίσμα από κοινό γυαλί. Μετρήσεις με φασματογράφο με πρίσμα από χαλαζία (φασματογράφος *Littrow*) μπορούν να καλύψουν την περιοχή μηκών κύματος μεταξύ 200 nm (υπεριώδους) και 1000 nm (υπέρυθρου). Στο φασματογράφο υπέρυθρων, χρησιμοποιείται πρίσμα από ορυκτό άλας, και οι παρατηρήσεις μπορούν να καλύψουν την περιοχή από 380 nm μέχρι 1700 nm.

3.25 Ο φασματογράφος φράγματος

Το φαινόμενο της περίθλασης μελετάται στην Κυματική. Αν μονοχρωματικό φως μήκους κύματος λ προσπίπτει κάθετα σε επιφάνεια στην οποία υπάρχουν N πανομοιότυπες σχισμές, με εύρος b η καθεμία, και απόσταση d μεταξύ τους, βρίσκεται ότι η περίθλαση του φωτός δίνει μια εικόνα σε ένα πέτασμα που βρίσκεται σε μεγάλη απόσταση από τις σχισμές, στην οποία η ένταση του φωτός μεταβάλλεται συναρτήσει της θέσης σύμφωνα με τη σχέση:

$$I = I_0 \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2} \frac{\sin^2 N\beta}{\sin^2 \beta}, \quad (3.35)$$

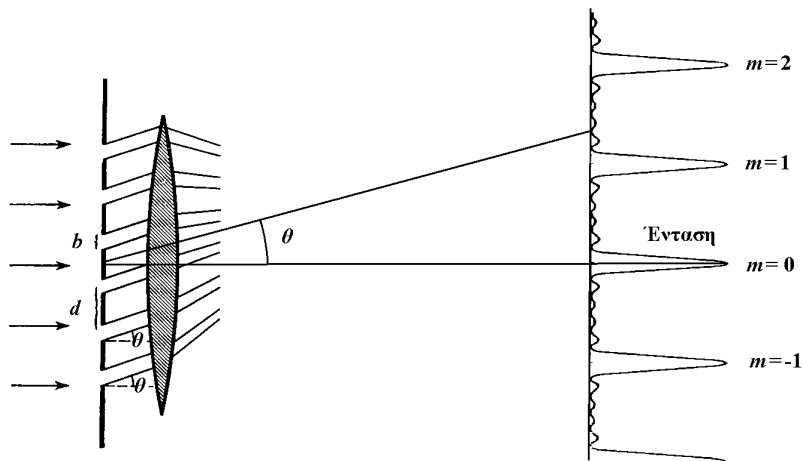
όπου

$$\alpha = \pi \frac{b}{\lambda} \sin \theta, \quad \text{και} \quad \beta = \pi \frac{d}{\lambda} \sin \theta, \quad (3.36)$$

και θ είναι η γωνία εκτροπής από την αρχική κατεύθυνση διάδοσης του φωτός (Σχ. 3.48).

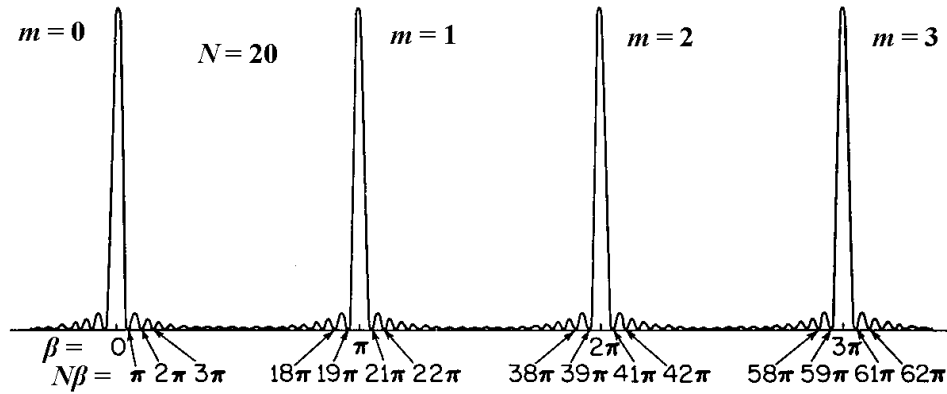
Για N πολύ μεγάλο, η ένταση I παρουσιάζει σχετικά πολύ έντονα κύρια μέγιστα όταν ικανοποιείται η συνθήκη

$$d \sin \theta = m\lambda, \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (3.37)$$



Σχήμα 3.48. Φράγμα περίθλασης.

Ανάμεσα σε κάθε δύο γειτονικά κύρια μέγιστα εμφανίζονται $N-1$ ελάχιστα και $N-2$ δευτερεύοντα μέγιστα (Σχ. 3.49). Τα εντονότερα δευτερεύοντα μέγιστα είναι τα πλησιέστερα προς τα πρωτεύοντα μέγιστα. Αρχίζοντας από ένα πρωτεύον μέγιστο και κινούμενοι προς τη μία ή την άλλη κατεύθυνση, το πρώτο δευτερεύον μέγιστο που



Σχήμα 3.49. Εικόνα συμβολής από φράγμα περίθλασης με $N = 20$ σχισμές.

συναντούμε έχει ύψος περίπου 22 φορές μικρότερο από αυτό του πρωτεύοντος, το δεύτερο 62 φορές κ.ο.κ. Όταν φθάσουμε στο μέσο της περιοχής ανάμεσα στα πρωτεύοντα μέγιστα, τα δευτερεύοντα μέγιστα έχουν ύψη κατά έναν παράγοντα N^2 .

Για N πολύ μεγάλο, ο αριθμός των δευτερευόντων μεγίστων μεταξύ των πρωτευόντων μεγίστων γίνεται ολοένα και μεγαλύτερος. Τα λίγα δευτερεύοντα μέγιστα που έχουν μη αμελητέο ύψος πλησιάζουν ολοένα και περισσότερο στα γειτονικά τους πρωτεύοντα, δημιουργώντας μια ομάδα μη διαχωριζόμενων κορυφών. Η εικόνα που παρουσιάζεται τότε είναι μια σειρά από έντονες κορυφές, που αντιστοιχούν στα πρωτεύοντα μέγιστα. Αυτές εμφανίζονται, σύμφωνα με την Εξ. (3.37), σε γωνίες θ_m που δίνονται από τη σχέση

$$\theta_m = \arcsin\left(m \frac{\lambda}{d}\right) \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (3.38)$$

Οι γωνίες στις οποίες παρατηρούνται τα μέγιστα εξαρτώνται από το μήκος κύματος του φωτός, λ . Για μονοχρωματικό φως μήκους κύματος λ_1 , θα παρατηρηθούν μέγιστα (δηλαδή έντονες φωτεινές γραμμές) στις γωνίες:

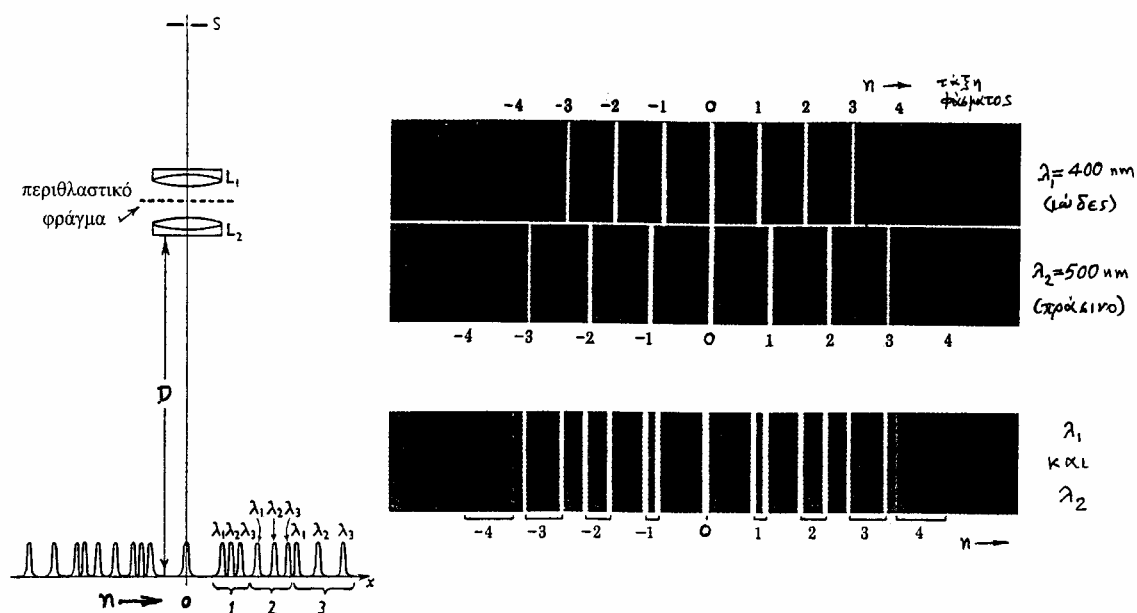
$$\theta_0(\lambda_1) = 0, \quad \theta_1(\lambda_1) = \arcsin\left(\frac{\lambda_1}{d}\right), \quad \theta_2(\lambda_1) = \arcsin\left(2\frac{\lambda_1}{d}\right), \dots \quad (3.39)$$

Για ένα άλλο μήκος κύματος, λ_2 , τα μέγιστα θα παρατηρηθούν στις γωνίες:

$$\theta_0(\lambda_2) = 0, \quad \theta_1(\lambda_2) = \arcsin\left(\frac{\lambda_2}{d}\right), \quad \theta_2(\lambda_2) = \arcsin\left(2\frac{\lambda_2}{d}\right), \dots \quad (3.40)$$

Για $\lambda_1 < \lambda_2$ θα είναι και $\theta_0(\lambda_1) < \theta_0(\lambda_2)$, $\theta_1(\lambda_1) < \theta_1(\lambda_2)$. Παρατηρείται επομένως γωνιακός διαχωρισμός των χρωμάτων λόγω της περίθλασης από τις σχισμές. Αυτή είναι η αρχή της χρήσης του περιθλαστικού φράγματος στη φασματοσκοπία.

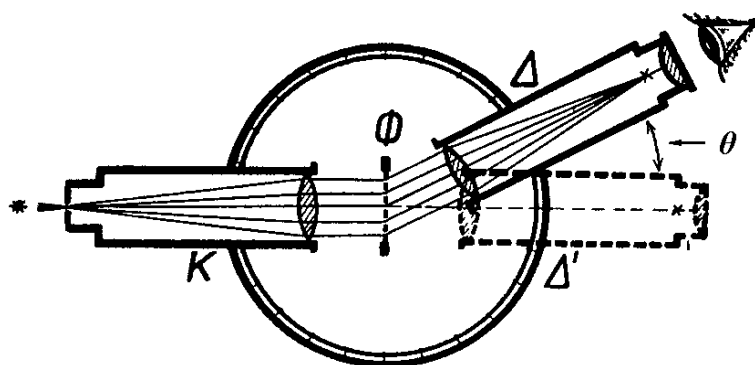
Στο Σχ. 3.50 φαίνεται η εικόνα περίθλασης φωτός αποτελούμενου από τρία μήκη κύματος, λ_1 , λ_2 και λ_3 . Υπάρχει διαχωρισμός ανάλογα του μήκους κύματος (φάσμα). Τα γραμμικά φάσματα για τα μήκη κύματος $\lambda_1 = 400 \text{ nm}$ (ιώδες) και $\lambda_2 = 500 \text{ nm}$ (πράσινο) ξεχωριστά, και για τα λ_1 και λ_2 μαζί, φαίνονται επίσης στο δεξιό τμήμα του



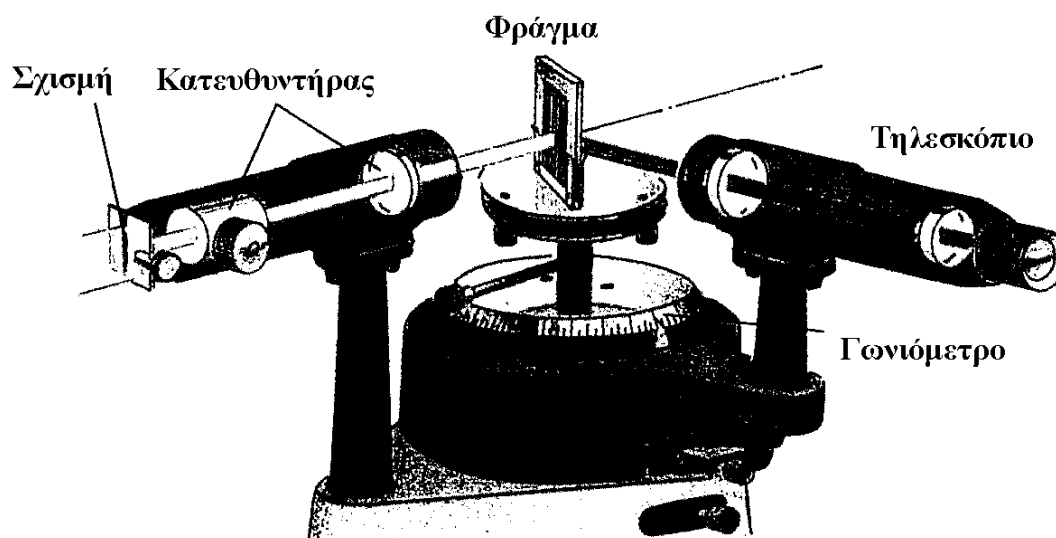
Σχήμα 3.50. Φασματικός διαχωρισμός διαφορετικών μηκών κύματος. Η θέση των φασμάτων διαφορετικών τάξεων (m) φαίνεται επίσης. Για μεγάλες τάξεις, υπάρχει αλληλεπικάλυψη ανάμεσα στα φάσματα ορατού φωτός διαφορετικών τάξεων.

σχήματος. Το άλλο άκρο του ορατού φάσματος $\lambda = 750 \text{ nm}$ (ερυθρό), θα βρίσκεται σε ακόμη μεγαλύτερες γωνίες. Στο κέντρο εμφανίζεται μία κορυφή αποτελούμενη από όλα τα μήκη κύματος, τα οποία δεν διαχωρίζονται (φάσμα μηδενικής τάξης).

Το *περιθλαστικό φράγμα* χρησιμοποιείται στον *φασματογράφο περίθλασης*. Η αρχή λειτουργίας του φασματομέτρου περίθλασης φαίνεται στο Σχ. 3.51, ενώ στο Σχ. 3.52 φαίνεται μια πληρέστερη διάταξη. Το φράγμα παίζει τον ίδιο ρόλο με το πρίσμα σε φασματογράφους πρίσματος. Το φάσμα παρατηρείται μετά από διέλευση ή (συχνότερα) ανάκλαση από ένα φράγμα.



Σχήμα 3.51. Η αρχή λειτουργίας του φασματογράφου φράγματος (διέλευσης φωτός).



Σχήμα 3.52. Η διάταξη ενός φασματογράφου φράγματος (διέλευσης φωτός).

Ένα φράγμα περίθλασης πραγματοποιείται στην πράξη χαράζοντας, με ακίδα διαμαντιού, χαραγές πάνω σε μια επιφάνεια γυαλιού, οπότε παράγεται ένα *φράγμα διέλευσης φωτός*, ή πάνω σε μια επαργυρωμένη επιφάνεια, οπότε παράγεται ένα *φράγμα ανάκλασης φωτός*. Το φράγμα μπορεί να έχει από μερικές εκατοντάδες μέχρι μερικές χιλιάδες σχισμές (χαραγές) ανά εκατοστόμετρο. Ο διαχωρισμός των χρωμάτων είναι μεγαλύτερος και οι φασματικές γραμμές για μονοχρωματικό φως στενότερες, όσο πιο μεγάλος είναι ο ολικός αριθμός σχισμών N , όπως αποδεικνύεται παρακάτω.

3.26 Η χρωματική διακριτική ικανότητα ενός φασματογράφου

3.26.1 Φασματογράφος πρίσματος

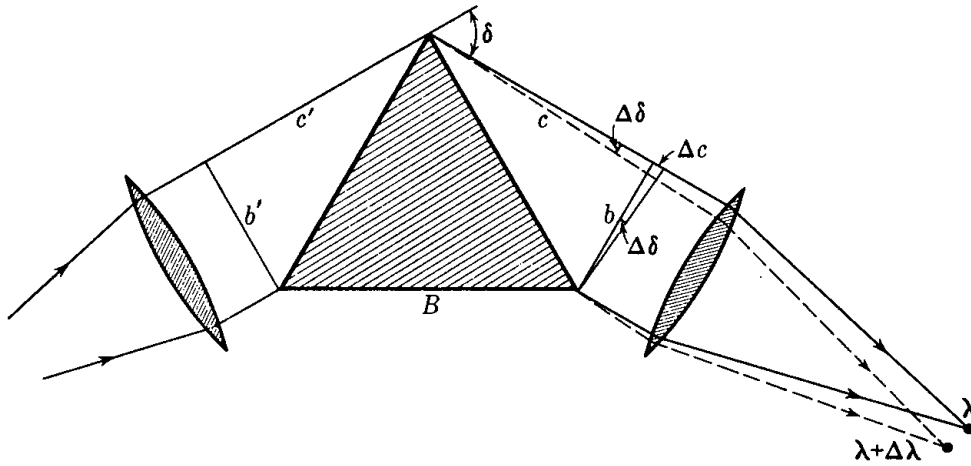
Η ικανότητα ενός πρίσματος να διαχωρίζει χρώματα παραπλήσιων μηκών κύματος μπορεί να υπολογιστεί, λαμβάνοντας υπόψη τη θεωρία της περίθλασης. Υποθέτουμε ότι η έδρα του πρίσματος είναι ορθογώνια και ότι η δέσμη φωτός έχει εύρος b αφού εξέλθει από το πρίσμα (Σχ. 3.53).

Το φως χρώματος μήκους κύματος λ εκτρέπεται κατά γωνία δ , και αυτό μήκους κύματος $\lambda + \Delta\lambda$ εκτρέπεται κατά γωνία $\delta + \Delta\delta$. Για να διαχωρίζονται οι φασματικές γραμμές με μήκη κύματος λ και $\lambda + \Delta\lambda$, θα πρέπει, σύμφωνα με το κριτήριο του Rayleigh, να είναι

$$\Delta\delta = \Delta\theta = \frac{\lambda}{b}, \quad (3.41)$$

όπου $\Delta\theta = \lambda/b$ είναι, λόγω περίθλασης, το εύρος μιας μονοχρωματικής φασματικής γραμμής αφού περάσει μέσα από σχισμή εύρους b [συγκρίνετε με την Εξ. (3.32), $\Delta\theta = 1,22 \lambda/D$, για σφαιρική οπή διαμέτρου D].

Επειδή στα μέτωπα κύματος στα b' και b του Σχ. 3.53 αντιστοιχούν ίσοι οπτικοί δρόμοι, εξισώνοντας τους οπτικούς δρόμους για της δύο ακραίες ακτίνες της δέσμης με μήκος κύματος λ , έχουμε



Σχήμα 3.53. Η χρωματική διακριτική ικανότητα ενός πρίσματος.

$$c + c' = n(\lambda) B, \quad (3.42)$$

όπου c και c' είναι τα μήκη που φαίνονται στο σχήμα, B είναι το μήκος της βάσης του πρίσματος και $n(\lambda)$ είναι ο δείκτης διάθλασης του υλικού του πρίσματος για φως μήκους κύματος λ . Για τη δέσμη μήκους κύματος $\lambda + \Delta\lambda$, η αντίστοιχη σχέση είναι:

$$c + c' + \Delta c = n(\lambda + \Delta\lambda) B. \quad (3.43)$$

Επειδή είναι $\Delta c = b \Delta\delta$, $\Delta\delta = \lambda / b$ και $n(\lambda + \Delta\lambda) = n(\lambda) + \Delta n$, η Εξ. (3.43) δίνει

$$c + c' + \lambda = (n + \Delta n) B. \quad (3.44)$$

Αφαιρώντας την Εξ. (3.42) από την Εξ. (3.44), βρίσκουμε

$$\lambda = B \Delta n, \quad (3.45)$$

και διαιρώντας δια $\Delta\lambda$,

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = B \frac{\Delta n}{\Delta\lambda},$$

ή, ακριβέστερα,

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = B \frac{dn}{d\lambda}. \quad (3.46)$$

Το μέγεθος αυτό ονομάζεται *διακριτική ικανότητα* του πρίσματος. Αν η δέσμη δεν χρησιμοποιεί ολόκληρη την έδρα του πρίσματος, στη θέση του B θα πρέπει να αντικατασταθεί το αντίστοιχο μήκος. Δύο φασματικές γραμμές θα είναι μόλις διακριτές αν διαφέρουν στο μήκος κύματος κατά

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{B (dn/d\lambda)}. \quad (3.47)$$

Η συνάρτηση $dn/d\lambda$ βρίσκεται από την καμπύλη διασποράς του υλικού, $n(\lambda)$.

3.26.2 Φασματογράφος φράγματος περίθλασης

Γωνιακή διασπορά φράγματος. Ο γωνιακός διαχωρισμός δύο παραπλήσιων μηκών κύματος από ένα φράγμα βρίσκεται παραγωγίζοντας την Εξ. (3.37) οπότε προκύπτει η γωνιακή διασπορά του φράγματος:

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d \cos\theta}, \quad (3.48)$$

Φαίνεται ότι, για δεδομένο $\Delta\lambda$, ο γωνιακός διαχωρισμός $\Delta\theta$ είναι ανάλογος της τάξης m του φάσματος. Η χρήση όμως φασμάτων τάξης μεγαλύτερης του $m=2$ δεν είναι δυνατή, λόγω της αλληλεπικάλυψής τους στην περιοχή του ορατού φωτός. Τα φάσματα ακόμη και των δύο πρώτων τάξεων παρουσιάζουν μάλιστα αλληλεπικάλυψη όταν φωτογραφίζονται, οπότε αποτυπώνονται και περιοχές του υπεριώδους. Ο γωνιακός διαχωρισμός είναι επίσης μεγαλύτερος για μικρότερη απόσταση μεταξύ των σχισμών, d . Ο παράγοντας $\cos\theta$ μεταβάλλεται πολύ λίγο σε ένα φάσμα δεδομένης τάξης, και μπορεί να αγνοηθεί. Αυτό σημαίνει ότι, για φάσμα δεδομένης τάξης, η διαφορά στην εκτροπή δύο φασματικών γραμμών είναι ανάλογη της διαφοράς των μηκών κύματός των. Αυτό το γραμμικό φάσμα ονομάζεται κανονικό φάσμα. Η ιδιότητα αυτή αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα πλεονεκτήματα του φασματογράφου φράγματος σε σύγκριση με τον φασματογράφο πρίσματος.

Εύρος των πρωτευόντων μεγίστων. Βρέθηκε πιο πάνω [Εξ. (3.37)], ότι τα κύρια ή πρωτεύοντα μέγιστα εμφανίζονται όταν ικανοποιείται η συνθήκη $d \sin\theta = m\lambda$, ($m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$). Τα δευτερεύοντα μέγιστα, σύμφωνα με την Εξ. (3.35) εμφανίζονται στις γωνίες που ικανοποιούν τη συνθήκη

$$\sin N\beta = 0 \quad \text{όπου} \quad \beta = \pi \frac{d}{\lambda} \sin\theta \quad (3.49)$$

αλλά όχι την Εξ. (3.37). Αυτό συμβαίνει όταν

$$N\beta = N\pi \frac{d}{\lambda} \sin\theta = k\pi, \quad \text{ή} \quad \frac{d}{\lambda} \sin\theta = \frac{k}{N}, \quad (k=0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (3.50)$$

Τα πρώτα ελάχιστα πλησίον των κυρίων μεγίστων εμφανίζονται επομένως για

$$\frac{d}{\lambda} \sin\theta = m \pm \frac{1}{N}. \quad (3.51)$$

Η γωνιακή απόσταση μεταξύ ενός κύριου μεγίστου και του πρώτου γειτονικού του ελαχίστου είναι επομένως ίση με $\Delta\theta$, όπου

$$\frac{d}{\lambda} \sin\theta = m \quad \text{και} \quad \frac{d}{\lambda} \sin(\theta + \Delta\theta) = m + \frac{1}{N}. \quad (3.52)$$

Αφαιρώντας,

$$\sin(\theta + \Delta\theta) - \sin\theta = \frac{\lambda}{Nd}, \quad (3.53)$$

και επειδή η $\Delta\theta$ είναι πολύ μικρή, μπορούμε να γράψουμε

$$\sin(\theta + \Delta\theta) - \sin\theta \approx \frac{d}{d\theta} \sin\theta \Delta\theta = \cos\theta \Delta\theta, \quad (3.54)$$

οπότε

$$\cos \theta \Delta \theta = \frac{\lambda}{Nd}, \quad \text{ή} \quad \Delta \theta = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta} \quad (3.55)$$

Αυτό είναι ίσο με το μισό εύρος ενός κυρίου μεγίστου.

Διακριτική ικανότητα φράγματος. Σύμφωνα με την Εξ. (3.48), δύο φασματικές γραμμές των οποίων τα μήκη κύματός διαφέρουν κατά $\Delta \lambda$, διαχωρίζονται από το φράγμα κατά γωνία

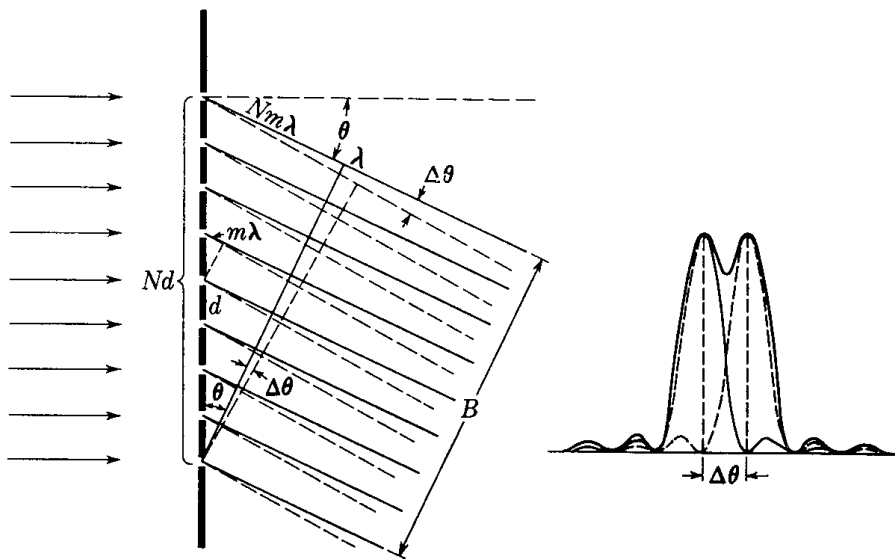
$$\Delta \theta = \frac{m}{d \cos \theta} \Delta \lambda. \quad (3.56)$$

Θεωρώντας ότι οι δύο φασματικές γραμμές είναι διακριτές (Σχ. 3.54) αν αυτός ο γωνιακός διαχωρισμός είναι ίσος με το μισό εύρος ενός κυρίου μεγίστου, όπως αυτό δίνεται από την Εξ. (3.55), έχουμε τη συνθήκη

$$\Delta \theta = \frac{m}{d \cos \theta} \Delta \lambda = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta}, \quad (3.57)$$

από την οποία προκύπτει ότι η διακριτική ικανότητα του φράγματος είναι ίση με

$$\frac{\lambda}{\Delta \lambda} = mN. \quad (3.58)$$



Σχήμα 3.54. Η χρωματική διακριτική ικανότητα ενός φράγματος περίθλασης.

Είναι επομένως επιθυμητό, για έναν καλό φασματογράφο φράγματος, το φράγμα περίθλασης που χρησιμοποιείται να έχει μεγάλο συνολικό αριθμό σχισμών. Για παράδειγμα, με ένα φράγμα συνολικού αριθμού σχισμών $N = 500\,000$, στο φάσμα δεύτερης τάξης, δύο γραμμές στην περιοχή του $\lambda = 500\text{ nm}$ διακρίνονται ως ξεχωριστές αν διαφέρουν κατά

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{mN} = \frac{500}{2 \times 500\,000} = 0,000\,5\text{ nm} ,$$

ή ένα μέρος στο εκατομμύριο. Η διακριτική ικανότητα του φράγματος στην περίπτωση αυτή είναι ίση με $\lambda / \Delta\lambda = mN = 10^6$.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- M. Young, *Οπτική και Lasers*, Ο.Ε.Δ.Β., Αθήνα 1986. Κεφ. 2.
 E. Hecht, *Optics*, 3η έκδοση, Addison-Wesley, 1998. Κεφ. 5, 6.
 H. D. Young, *Πανεπιστημιακή Φυσική*, Τόμος Β΄: *Ηλεκτρομαγνητισμός, Οπτική και Σύγχρονη Φυσική*, Εκδόσεις Παπαζήση, Αθήνα 1994. Κεφ. 36-38.
 H. C. Ohanian. *Φυσική*. (Συμμετρία, Αθήνα 1991). Τόμος Β΄, Κεφ. 37-40.
 E. Hecht. *Οπτική*. (ΕΣΠΙ-Schaum, Αθήνα).
 F. A. Jenkins και H. E. White. *Fundamentals of Optics*. (McGraw-Hill).