

To standard $SU(2)_L \times U(1)$ μοντέλο

$$SU(2)_L \times U(1) \times SU(3)_C$$

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L \equiv \ell_L^{(i)} \quad (2, -1, 1)$$

$$e_R, \mu_R, \tau_R \equiv \ell_R^{(i)} \quad (1, -2, 1)$$

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L \equiv Q_L^{(i)} \quad (2, 1/3, 3)$$

$$u_R, c_R, t_R \equiv U_R^{(i)} \quad (1, 4/3, 3)$$

$$d_R, s_R, b_R \equiv D_R^{(i)} \quad (1, -2/3, 3)$$

$$Q = \frac{T_3}{2} + \frac{Y}{2}$$

• Η Αρχή της Βαθμίδας (gauge)

Αναβαθμίζει ορισμένες συμμετρίες σε Γκαυγιανές που προδιορίζεται από τις αντίστοιχες τοπικές συμμετρίες

π.χ.1 $\mathcal{L} = \bar{\Psi}(x)(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\Psi(x)$

είναι αναλλοίωτη σε $\Psi(x) \rightarrow \Psi'(x) = e^{-i\alpha} \Psi(x)$

$$\bar{\Psi}(x) \rightarrow \bar{\Psi}'(x) = e^{i\alpha} \bar{\Psi}(x)$$

ορισμένη $U(1)$ συμμετρία

Το μοντέλο των W-S $SU(2)_L \times U(1)$

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{gauge}} + \mathcal{L}_{\text{feyn}} - V(\phi) + \mathcal{L}_Y$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{feyn}} = & \sum_i i \bar{Q}_L^{(i)} \gamma^\mu (\partial_\mu - i \frac{g}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{A}_\mu - i \frac{g'}{6} B_\mu) Q_L^{(i)} \\ & + i \bar{\ell}_L^{(i)} \gamma^\mu (\partial_\mu - i \frac{g}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{A}_\mu + i \frac{g'}{2} B_\mu) \ell_L^{(i)} \\ & + i \bar{\ell}_R^{(i)} \gamma^\mu (\partial_\mu + i g' B_\mu) \ell_R^{(i)} \\ & + i \bar{U}_R^{(i)} \gamma^\mu (\partial_\mu - i \frac{2}{3} g' B_\mu) U_R^{(i)} \\ & + i \bar{D}_R^{(i)} \gamma^\mu (\partial_\mu + i \frac{g'}{3} B_\mu) D_R^{(i)} \\ & + \left| (\partial_\mu \phi - i \frac{g}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{A}_\mu - i \frac{g'}{2} B_\mu \phi) \right|^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{gauge}} = & - \sum_a \frac{1}{4} (\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + \epsilon^{abc} A_\mu^b A_\nu^c)^2 \\ & - \frac{1}{4} (\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu)^2 \end{aligned}$$

$$V(\phi) = -\mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2, \quad \mu^2 > 0$$

$$\mathcal{L}_Y = \sum_f f_e^{(ij)} \bar{\ell}_L^{(i)} \phi \ell_R^{(j)} + f_u^{(ij)} \bar{Q}_L^{(i)} \tilde{\phi} U_R^{(j)} + f_d^{(ij)} \bar{Q}_L^{(i)} \phi D_R^{(j)} + \text{h.c.}$$

$$SU_2 \times U_1$$

$$\phi = (2, 1) = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}, \quad \tilde{\phi} = i \tau_2 \phi^*$$

$$\phi^+ = \phi_1 + i \phi_2, \quad \phi^0 = \phi_3 + i \phi_4$$

$\mathcal{L}_S$ έχει μεγαλύτερη συμμετρία $SO(4) \times U_1$

$$SO_4 \simeq SU(2)_1 \times SU(2)_2$$

$$\bar{\ell}_L^{(i)} \left(\frac{g}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{A} - \frac{g'}{2} \beta \right) \ell_L^{(i)}$$

$$\gamma^\mu A_\mu \equiv$$

$$+ \bar{Q}_L^{(i)} \left(\frac{g}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{A} + \frac{g'}{2} \beta \right) Q_L^{(i)}$$

$$- \bar{\ell}_R^{(i)} g' \beta \ell_R^{(i)} + \bar{U}_R^{(i)} \frac{2g'}{3} \beta U_R^{(i)}$$

$$- \bar{D}_R^{(i)} \frac{g'}{3} \beta D_R^{(i)}$$

$$\stackrel{i=1}{=} g \left(\frac{1}{2} \bar{\ell}_L^1 \vec{\tau} \gamma^\mu \ell_L^1 + \frac{1}{2} \bar{q}_L^1 \vec{\tau} \gamma^\mu q_L^1 \right) \vec{A}_\mu$$

$$+ \frac{1}{2} g \left(- \bar{\ell}_L^1 \gamma^\mu \ell_L^2 + \frac{1}{3} \bar{q}_L^1 \gamma^\mu q_L^1 - 2 \bar{e}_R \gamma^\mu e_R \right.$$

$$\left. + \frac{4}{3} \bar{u}_R \gamma^\mu u_R - \frac{2}{3} \bar{d}_R \gamma^\mu d_R \right) B_\mu$$

$$+ \dots \quad (i=2,3)$$

$$\equiv \left(g J^{1\mu} A_\mu + g J^{2\mu} A_\mu \right)$$

$$+ \left(g J^{3\mu} A_\mu + \frac{1}{2} g' J^{Y\mu} B_\mu \right) + (i=2,3)$$

$$= g/2 \left(J_\mu^+ W^{+\mu} + J_\mu^- W^{-\mu} \right) \text{ αβκγσγ}$$

$$+ \text{ουδότερες αγγ/6ms} + (i=2,3)$$

$$\text{οπov } J_\mu^+ = J_\mu^1 + i J_\mu^2 = \bar{\nu}_L \gamma_\mu e_L + \bar{u}_L \gamma_\mu d_L$$

$$\text{συγγ. } \{ \tau_1, \tau_2, \tau_3 \} \rightarrow \{ \tau_+, \tau_-, \tau_3 \}, \tau_\pm = \pm (\tau_1 + i \tau_2)$$

(3)

$$\leadsto \langle \phi \rangle = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v = \sqrt{\frac{2\mu^2}{\lambda}}$$

Αντιμεταθεσιμότητας

$$\phi = \langle \phi \rangle + \hat{\phi} \quad \text{στο } \mathcal{L}_{\text{kin}}^\phi \in \mathcal{L}_{\text{kin}}^{\text{έχης}}$$

$$\leadsto -\frac{1}{4} \left(-g^2 \frac{v^2}{2} W_\mu^a W^{\mu a} + g g' v^2 B_\mu A^{\mu 3} - g'^2 \frac{v^2}{2} B_\mu B^\mu \right)$$

$$W_\mu^\pm \partial^\mu \phi^\mp (g v / 2) \quad \text{όρος μάζας} \quad \text{αδυναμία}$$

$$\text{όπου } W_\mu^\pm \equiv (A_\mu^1 \mp i A_\mu^2) / \sqrt{2}$$

$$\begin{array}{c} \phi \\ \uparrow \\ \frac{g v}{2} \end{array} \quad \Rightarrow \quad \dots + \dots + \dots$$

$$\leadsto M_W^2 = g^2 v^2 / 4$$

Με τον ίδιο τρόπο

$$v^2 (A_\mu^3, B_\mu) \begin{pmatrix} g^2 & -g g' \\ -g g' & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A^{\mu 3} \\ B^\mu \end{pmatrix}$$

αδυναμία

$$\leadsto Z_\mu = \cos \theta_W A_\mu^3 - \sin \theta_W B_\mu, \quad \tan \theta_W = g' / g$$

$$A_\mu = \sin \theta_W A_\mu^3 + \cos \theta_W B_\mu \quad \leftarrow \text{φωτόνιο}$$

$$M_Z^2 = v^2 (g^2 + g'^2) / 4$$

$$\leadsto \rho = \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2 \theta_W} = 1$$

$$SU(2) \times U(1) \longrightarrow U(1)_{\text{e.m.}}$$

Η θεωρία περιέχει και ένα φυσιικό

Higgs πεδίο

Οι συνδυασμοί $(\phi^+, (i/\sqrt{2})(\phi^0 - \bar{\phi}^0), \phi^-)$

του αρχικού Higgs έχουν φαγαθεί από
τα $W^\pm, Z^0$ και έγιναν οι διαμήκεις τους
καταστάσεις πόλωσης και τας έδωσαν μάζα.

Μετρώμεντας βαθμούς ελευθερίας

$$\leadsto H \equiv \frac{\phi^0 + \bar{\phi}^0}{\sqrt{2}} - v$$

$$V \leadsto m_H^2 = 2\mu^2 = 2\lambda \cdot v^2 \quad || \quad \text{αόκητο}$$

• Φορτισμένα ρεύματα

Τα αδελφά ισόσπλη ρεύματα του $SU(2)_C$ είναι

$$J_a^\mu \equiv \sum_{SU(2) \text{ doublets}} \bar{f}_L \gamma^\mu \frac{T_a}{2} f_L, \quad a=1,2,3$$

και το $W^\pm$ συνδέεται με τους φορτισμένους
συνδυασμούς

$$J_\pm^\mu \equiv (J^\mu \pm i J^\mu)$$

με την αλληλεπίδραση

$$\mathcal{L}_{agg} \equiv \frac{g}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ J^{\mu+} + W_\mu^- J^{\mu-})$$

$$\rightarrow \frac{1}{4} \mathcal{L}_{eff} \equiv \frac{G_F}{\sqrt{2}} (J_\mu^+ J^{\mu-})$$

$$G_F/\sqrt{2} = g^2/8M_W^2$$

$$\rightarrow v = (\sqrt{2} G_F)^{-1/2} \simeq 250 \text{ GeV}$$

$$v = \sqrt{2\mu^2/\lambda} \leftarrow \text{μόνο ο } \mu \text{ ο } \lambda \text{ ο } \gamma \text{ ο } \rho \text{ ο } \sigma \text{ ο } \tau \text{ ο } \nu \text{ ο } \kappa \text{ ο } \epsilon \text{ ο } \omega \text{ ο } \phi \text{ ο } \chi \text{ ο } \psi \text{ ο } \omega \text{ ο } \phi \text{ ο } \chi \text{ ο } \psi \text{ ο } \omega \text{ ο } \phi \text{ ο } \chi \text{ ο } \psi$$

Περισσότερη ανάλυση αργότερα στην ανάλυση των γενιών.

• • • Ισδέτερα ρεύματα

$$\mathcal{L}^{a.b.p.} = g J_\mu^3 A^{\mu 3} + \frac{1}{2} g' J_\mu^Y B^{\mu Y}$$

$$= e J_\mu^{em} A^\mu + \frac{g}{\cos \theta_W} J_\mu^0 Z^\mu \quad \text{αίτηση}$$

$$e = g \sin \theta_W, \quad J_\mu^0 = J_\mu^3 - \sin^2 \theta_W J_\mu^{em}$$

$$\rightarrow \frac{1}{4} \mathcal{L}_{eff}^{a.b.p.} = \frac{g^2}{2 \cos^2 \theta_W M_Z^2} J_\mu^0 J^{\mu 0} = - \frac{g^2}{2 M_W^2} J_\mu^0 J^{\mu 0}$$

$$\rightarrow \sin^2 \theta_W \simeq 0.23$$

Μάζες φερμιονίων
από ορους Yukawa

$$\mathcal{L}_Y = \dots + f_e^{(2)} \left[(\bar{\nu}_e \bar{e})_L \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} e_R + \bar{e}_R (\phi^-, \bar{\phi}^0) \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \right] + \dots$$

Μετά το ανθόρμητο σπάσιμο της
 συμμετρίας

$$\leadsto \phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{L}_Y = \dots \frac{f_e^{(1)}}{\sqrt{2}} v (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) + \frac{f_e^{(11)}}{\sqrt{2}} (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) H + \dots$$

$$m_e = \frac{f_e^{(1)} v}{\sqrt{2}} \quad \parallel$$

και η $\mathcal{L}_Y$ γίνεται

$$\mathcal{L}_Y = \dots m_e \bar{e} e + \frac{m_e}{v} \bar{e} e H \quad \parallel$$

Οι μάζες των quarks δημιουργούνται με τον ίδιο τρόπο

Το μόνο νέο στοιχείο σχετίζεται με τη δημιουργία μάζας των u, c, t quark. Φτιάχνουμε ένα νέο Higgs doublet από το ϕ :

$$\tilde{\phi} = i\tau_2 \phi^* = \begin{pmatrix} \bar{\phi}^0 \\ -\phi^- \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{ανόρμητο} \\ \text{επαίγιο} \end{matrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} u + H_0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

που μετασχηματίζεται ως

$$\tilde{\phi} : (2, -1) \text{ κάτω από } SU(2) \times U(1)$$

$$\mathcal{L}_Y = \dots + f_u^{(11)} \left[(\bar{u}_L, \bar{d}_L) \begin{pmatrix} \bar{\phi}^0 \\ -\phi^- \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_R \\ d_R \end{pmatrix} \right] + \dots$$

μετά το
ανδ. επαίγιο

$$\frac{f_u^{(11)}}{\sqrt{2}} v (\bar{u}_L u_R + \bar{u}_R u_L)$$

$$+ \frac{f_u^{(11)}}{\sqrt{2}} (\bar{u}_L u_R + \bar{u}_R u_L) H + \dots$$

$$= m_u \bar{u} u + \frac{m_u}{v} \bar{u} u H + \dots$$

Τα d, s, b quarks παίρνουν
μάζα όπως τα φορτισμένα λεπτόνια.

$$\mathcal{L}_Y = \dots + f_D^{(11)} \left[(\bar{u}, \bar{d})_L \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} d_R + \bar{d}_R (\phi^-, \bar{\phi}^0) \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \right] + \dots$$

$$= m_d \bar{d} d + \frac{m_d}{v} \bar{d} d H + \dots$$

Φερμιονικές μάζες και ανάμιξη γενιά

Θα αναγύσουμε τους όρους Yukawa
Αρκεί να θεωρήσουμε τη σύνδεση του
ουδέτερου Higgs $\frac{1}{\sqrt{2}}(\phi^0 + \bar{\phi}^0) = H + \nu$
με τις φερμιονικές μάζες:

$$\mathcal{L}_Y \ni \frac{H + \nu}{\nu} (\bar{P}_L H_P P_R + \bar{N}_L H_N N_R + \text{h.c.})$$

Διαχωρίζουμε με κατάλληλους μοναδιαί-
ους μετασχηματισμούς U και V

$$P_L = U_P p_L, \quad N_L = U_N n_L$$

$$P_R = V_P p_R, \quad N_R = V_N n_R$$

στη βάση των ιδιοκαταστάσεων μάζας
 p και n .

$$\leadsto \frac{H + \nu}{\nu} [\bar{P}_L (U_P^\dagger H_P V_P) P_R + \bar{N}_L (U_N^\dagger H_N V_N) N_R + \text{h.c.}]$$

Έτσι οι διαχωρισμένοι πίνακες μάζας
είναι:

$$m_P \equiv U_P^\dagger H_P V_P, \quad m_N \equiv U_N^\dagger H_N V_N$$

- Είναι προφανές ότι οι συνδέσεις των φυσικών Higgs με τα φερμιόνια $\frac{H_{P,N}}{v}$ διαχτυποποιούνται ταυτόχρονα με τις μάζες των quarks

$$g_{H\bar{q}q} \equiv U_{P,N}^+ \frac{H_{P,N}}{v} V_{P,N} = \frac{m_f}{v} = (2^{1/4} \sqrt{G_F}) m_f = \frac{g m_f}{2 M_W}$$

- Τα ουδέτερα ρεύματα, πού ήταν flavor διαχύνια στη βάση των αλληλεπιδράσεων, παραμένουν έτσι και στη βάση (P,N)

$$\bar{P}_L \gamma_\mu P_L = \bar{P}_L U_P^+ \gamma_\mu U_P P_L = \bar{P}_L \gamma_\mu P_L$$

$$\bar{N}_L \gamma_\mu N_L = \bar{N}_L U_N^+ \gamma_\mu U_N N_L = \bar{N}_L \gamma_\mu N_L$$

επειδή οι $U_{P,N}$ είναι μοναδιαίοι στον flavor-χώρο

- Αλλά τα φορτισμένα ρεύματα

$$W_\mu^+ \bar{P}_L \gamma_\mu N_L = W_\mu^+ \bar{P}_L \gamma_\mu (U_P^+ U_N) N_L$$

έτσι η σύνδεση δίνεται από το γενικευμένο πίνακα ανάμειξης Cabibbo

$$V \equiv U_P^+ U_N$$

Για N_G γενιές ο V περιέχει N_G^2 παραμέτρους
 $(2 N_G^2 \rightarrow N_G^2 \text{ λόγω } V^+ V = 1)$

11
Αλλά $2N_G - 1$ είναι οι σχετικές φάσεις μεταξύ των πεδίων των διαφόρων quark flavours. Έτσι έχουμε

$$N_G^2 - (2N_G - 1) = (N_G - 1)^2$$

πραγματικές παρατηρήσιμες παραμέτρους

Για $N_G = 1 \rightarrow (N_G - 1)^2 = 0$: μόνο $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$ σύνδεση χωρίς ανάμιξη

" $N_G = 2 \rightarrow (N_G - 1)^2 = 1$: 1 ανάμιξη Cabibbo

$$\rightarrow \begin{pmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix}$$

" $N_G = 3 \rightarrow (N_G - 1)^2 = 4$: 3 ορθογώνιες και $\binom{n(n-1)/2}{\text{ορθογώνιο πίνακας}}$ χωρίς σε $n \times n$ μια μιγαδική φάση

Kobayashi

$$\rightarrow U = \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 c_3 & -s_1 s_3 \\ s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3 e^{i\delta} \\ s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 - c_2 c_3 e^{i\delta} \end{pmatrix}$$

Masakawa

$$\text{όπου } c_i(s_i) \equiv \cos \theta_i (\sin \theta_i) \quad (i=1, 2, 3)$$

δ : παραμετροποιεί την CP

- Αν τα νετρίνα είναι άμαζα, μπορούμε να κάνουμε μιγαδικές στροφές στα πεδία νετρίνο ώστε να κάνουμε τις συνδέσεις των $N^{\pm}$ διακρίνει

Πιο αναλυτικά

$$\mathcal{L}_Y = f_e^{(ij)} \bar{\ell}_L^{(i)} \phi \ell_R^{(j)} + f_u^{(ij)} \bar{Q}_L^{(i)} \tilde{\phi} u_R^{(j)} \\ + f_D^{(ij)} \bar{Q}_L^{(i)} \phi D_R^{(j)} + h.c.$$

Μετά το ανόρθωτο σπάσιμο

$$\rightarrow \mathcal{L}_Y = \frac{H(x)}{\sqrt{2}} \left[f_e^{(ij)} \bar{\ell}_L^{(i)} \ell_R^{(j)} + f_u^{(ij)} \bar{Q}_L^{(i)} u_R^{(j)} \right. \\ \left. + f_D^{(ij)} \bar{Q}_L^{(i)} D_R^{(j)} \right] \\ + \frac{v}{\sqrt{2}} \left[f_e^{(ij)} \bar{\ell}_L^{(i)} \ell_R^{(j)} + f_u^{(ij)} \bar{Q}_L^{(i)} u_R^{(j)} \right. \\ \left. + f_D^{(ij)} \bar{Q}_L^{(i)} D_R^{(j)} \right] + h.c.$$

Επομένως οι πίνακες των φερμιονικών
μαζών, στη βάση των ρευμάτων είναι

$$M_A^{ij} = -\frac{v}{\sqrt{2}} f_H^{(ij)}, \quad A = \ell, u, D$$

12
Ένας τυχαίος μιγαδικός πίνακας
μπορεί να έλθει σε διαγώνια μορφή
με πραγματικά, μη-αρνητικά δια-
γώνια στοιχεία. Δηλ. υπάρχουν
non-singular πίνακες έτσι που

$$A M B^{-1} = D$$

$\uparrow$ τυχαίος $\uparrow$ διαγώνιος

(επι πέραι
 A, B μονοδιά-
 στες. ο 358-9
 (Cheng + Li)

$M^+ M, M M^+$ είναι ερμιτιανοί πίνα-
κες με πραγματικές
μη-αρνητικές, διοτιμές.

Έτσι υπάρχουν non-singular πίνακες
 A, B έτσι που

$$A M M^+ A^{-1} = D^2$$

$$B M^+ M B^{-1} = D^2$$

Οι λύσεις είναι:

$$M = A^{-1} D B$$

$$M^+ = B^{-1} D A$$

Ανομα πιο αναλυτικά

$$\mathcal{L}_{\text{quarks}}^{\text{naïves}} = (\bar{d}_L \ \bar{s}_L \ \bar{b}_L) M_D \begin{pmatrix} d_R \\ s_R \\ b_R \end{pmatrix} + (\bar{u}_L \ \bar{c}_L \ \bar{t}_L) M_U \begin{pmatrix} u_R \\ c_R \\ t_R \end{pmatrix} + \text{h.c.}$$

Διαχρονικοποιούμε με ανώριτες τους μετα-
σχηματισμούς

$$\begin{pmatrix} d_L \\ s_L \\ b_L \end{pmatrix} \rightarrow U_N^L \begin{pmatrix} d_L \\ s_L \\ b_L \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} u_L \\ c_L \\ t_L \end{pmatrix} \rightarrow U_P^L \begin{pmatrix} u_L \\ c_L \\ t_L \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} d_R \\ s_R \\ b_R \end{pmatrix} \rightarrow V_N^R \begin{pmatrix} d_R \\ s_R \\ b_R \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} u_R \\ c_R \\ t_R \end{pmatrix} \rightarrow V_P^R \begin{pmatrix} u_R \\ c_R \\ t_R \end{pmatrix}$$

όπου οι $U_N^L, V_N^R, U_P^L, V_P^R$ είναι

τέτοιοι ώστε

$$U_N^{L-1} M_D V_N^R = \begin{pmatrix} m_d & & \\ & m_s & \\ & & m_b \end{pmatrix}$$

$$U_p^{L-1} M_U V_p^R = \begin{pmatrix} m_u & & \\ & m_c & \\ & & m_t \end{pmatrix}$$

ΕΤΕΙ έχουμε στην νέα, φυσική βάση:

$$\mathcal{L}_{\text{quarks}}^{\text{mass}} = (\bar{d}_L \bar{s}_L \bar{b}_L) \begin{pmatrix} m_d & & \\ & m_s & \\ & & m_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_R \\ s_R \\ b_R \end{pmatrix}$$

$$+ (\bar{u}_L \bar{c}_L \bar{t}_L) \begin{pmatrix} m_u & & \\ & m_c & \\ & & m_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_R \\ c_R \\ t_R \end{pmatrix}$$

$$= \sum_q m_q \bar{q}_L q_R = \sum_q m_q \bar{q} q$$

Ο μετασχηματισμός των φερμιονικών πεδίων από τη βάση των ρευμάτων στη φυσική βάση, αφίνει αναλλοίωτα τα u_L/u_R και d_L/d_R ρεύματα, αλλά το φορτισμένο ρεύμα γίνεται

$$J^\mu = (\bar{u} \quad \bar{c} \quad \bar{t})_L \gamma^\mu U \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L$$

όπου $U = U_P^{L\dagger} V_N^L \leftarrow 3 \times 3$

με ιδιότητες

$$U^\dagger U = 1$$

$$|\det U|^2 = 1$$