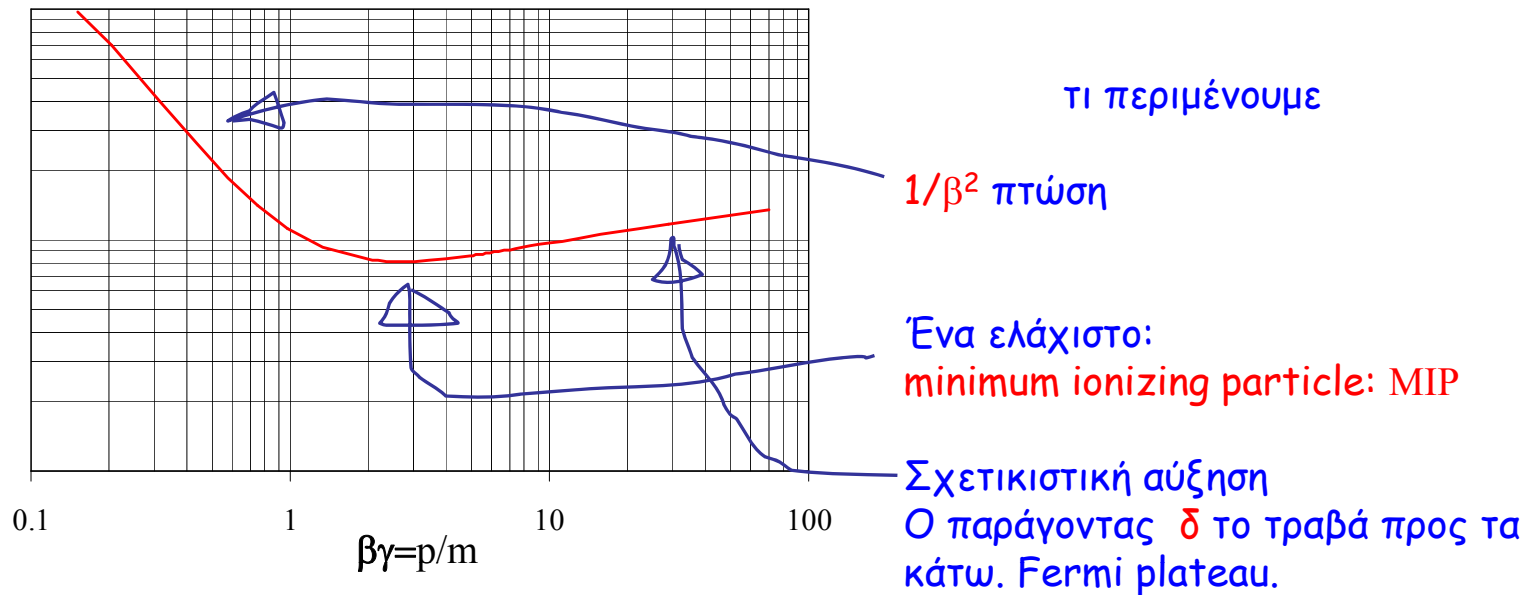


dE/dx - Bethe - Bloch

$$\Rightarrow -\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi ZN}{A} \frac{2r_e^2 m_e c^2}{\beta^2} z^2 \left[\ln \frac{2\gamma^2 \beta^2 m_e c^2}{I} - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right]$$

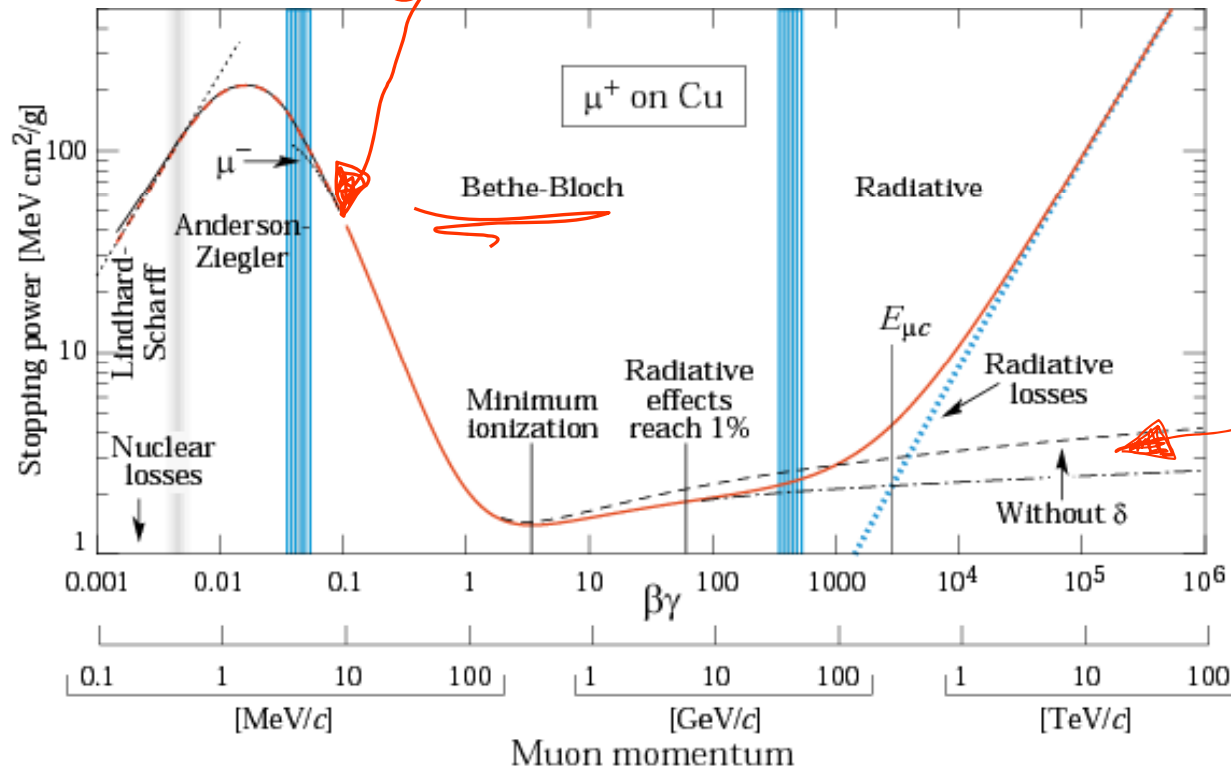
δ : παράμετρος πυκνότητας, πόλωση του μέσου, ενέργεια πλάσματος



Γ. Τσιπολίτης

dE/dx - Bethe - Bloch

$$\frac{dE}{dx} = Kz^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{\max}}{I^2} - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right]$$



Γ. Τσιπολίτης

Ιδιότητες της Bethe - Bloch

- Βαθμωτό χαρακτηριστικό

Σωματίδια στο ίδιο υλικό:

$$-\frac{dE}{dx} = z^2 f(\beta),$$

$$E_{kin} = (\gamma - 1) M c^2 \Rightarrow \beta = g(E_{kin} / M)$$

$$\Rightarrow -\frac{dE}{dx} = z^2 f'(E_{kin} / M)$$

Αν dE/dx γνωστό για σωματίδιο (M_1, z_1) $E_{kin}^1 = E_{kin}^2 \left(\frac{M_1}{M_2} \right)$

Ανασχετική ισχύ (Stopping power) για (M_2, z_2) ίδιας ταχύτητας

$$-\frac{dE_2}{dx} = -\frac{z_2^2}{z_1^2} \frac{dE_1}{dx} \left(E_2 \frac{M_1}{M_2} \right)$$

Γ. Τσιπολίτης

Ιδιότητες της Bethe - Bloch

- Μαζική ανασχετική ισχύς (mass stopping power)

$$\frac{dE}{d\varepsilon} = \frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = z^2 \frac{Z}{A} f(\beta, I), \quad d\varepsilon = \rho dx$$

Σχεδόν σταθερό ως προς το υλικό

Πχ. 10 MeV πρωτόνια χάνουν την **ΙΔΙΑ** ενέργεια σε
1 g/cm² Cu, ή Al, ή Fe, ή Pb ...

Ιδιότητες της Bethe - Bloch

- Σύνθετα υλικά & μείγματα

$$\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = \sum_i \frac{w_i}{\rho_i} \left(\frac{dE}{dx} \right)_i$$

w_i = ποσοστά «βάρους» των στοιχείων

$$w_i = \frac{a_i A_i}{A_m}, \quad a_i = \text{αριθμός ατόμων του στοιχείου } i \text{ στο μόριο } m,$$

A_i = ατομικό βάρος του στοιχείου i ,

$$A_m = \sum_i a_i A_i$$

Ανάλογα τα μεγέθη Z, A, I κλπ αντικαθίστανται

$$Z_{eff} = \sum a_i Z_i, \quad A_{eff} = \sum a_i A_i,$$

$$\ln I_{eff} = \sum \frac{a_i Z_i \ln I_i}{Z_{eff}}, \quad \delta_{eff} = \sum \frac{a_i Z_i \delta_i}{Z_{eff}}$$

Γ. Τσιπολίτης

Εμβέλεια R

- Απόσταση που διανύει ένα σωματίδιο μέσα στην ύλη εφόσον έχει συνεχή απώλεια ενέργειας.

Εμβέλεια = f (τύπος υλικού, τύπος, ενέργεια σωματιδίου)

$$R \propto \int dx = \int_E^0 \frac{dE}{\frac{dE}{dx}} \propto E^{1+k}$$

$$\frac{dE}{dx} \propto \rho \quad \Rightarrow \quad R \propto \frac{1}{\rho}$$

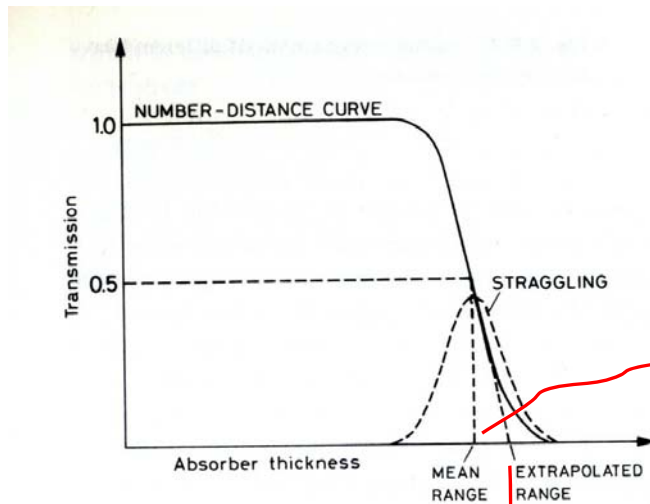
- συχνά αναφερόμαστε σε εμβέλεια με μονάδα μέτρησης μάζα/επιφάνεια

$$R' = \rho R \quad [g/cm^2]$$

Εμβέλεια R

Η απώλεια ενέργειας ΔEN είναι συνεχής, αλλά ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ φύσης

- **Straggling** (Στραγγαλισμός): ΙΔΙΑ σωματίδια με ΙΔΙΑ ενέργεια έχουν στατιστική κατανομή εμβέλειας γύρω από μια μέση τιμή (mean range).



Το πάχος όπου τα $N_0/2$ σωματίδια σταματούν

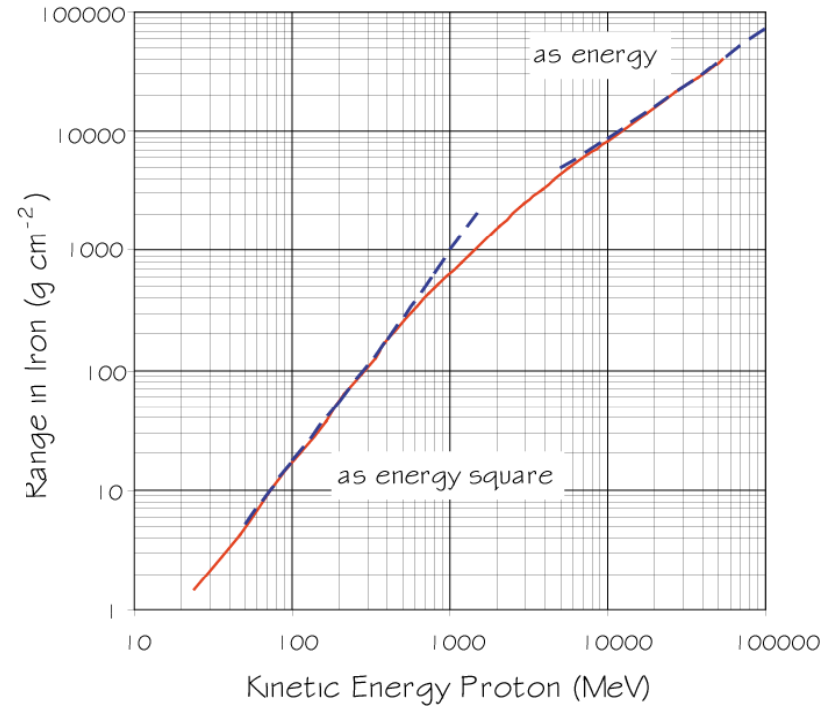
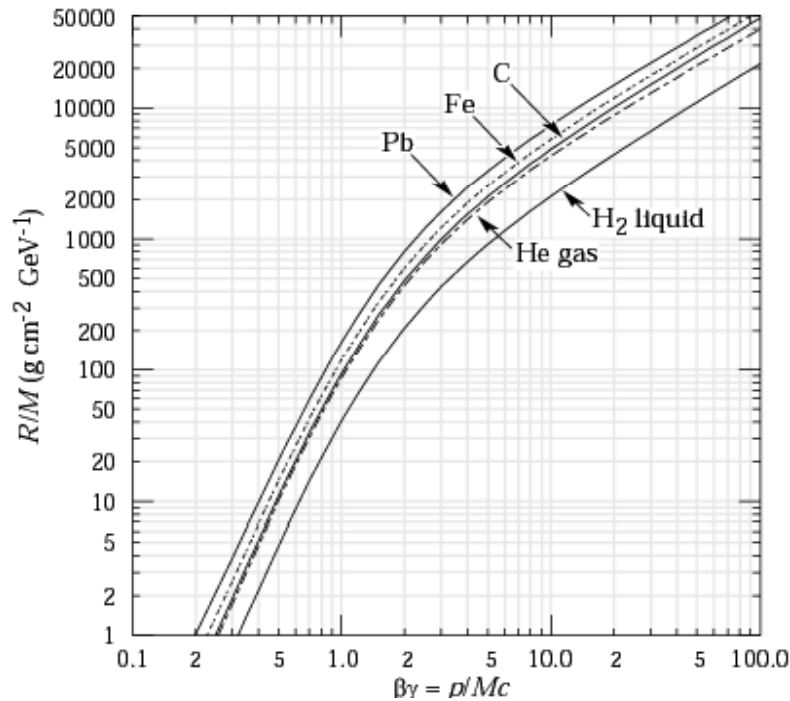
$$\text{Mean range} = R(E_0) = \int_{E_0}^0 \left(\frac{dE}{dx} \right)^{-1} dE$$

Extrapolated / Practical Range ΌΛΑ τα σωματίδια σταματούν

Εμβέλεια R

$$R(E_0) = R(E_{\min}) + \int_{E_{\min}}^{E_0} \left(\frac{dE}{dx} \right)^{-1} dE$$

$$\text{Range} = R \approx \frac{\text{Const.}}{Z_1^2 m_1^2} E_{\text{Kinetic}}^2$$



Εμβέλεια $\sim E_{\text{KIV}}^2$ στις μικρές ενέργειες (για την ακρίβεια $\sim E_{\text{KIV}}^{1.75}$) και $\sim E_{\text{KIV}}$ στις μεγάλες ενέργειες που το $dE/dx \sim$ σταθερό

Χρήσιμο για τον υπολογισμό πάχους ανιχνευτών

Εμβέλεια R

Βαθμωτό χαρακτηριστικό Εμβέλειας: διαφορετικά σωματίδια στο ίδιο μέσο

$$R_2(E_2) = \frac{M_2}{M_1} \frac{z_1^2}{z_2^2} R_1 \left(E_2 \frac{M_1}{M_2} \right)$$

Εξάρτηση από είδος σωματιδίου

$$\frac{dE}{dx} = S \propto z^2 f(v)$$

$$K.E : E = \frac{1}{2} M v^2 \Rightarrow dE = M v dv$$

$$R = \int \frac{dE}{S} \propto \frac{M f(v)}{z^2}$$

Επομένως για μια ταχύτητα v

$$S \propto z^2 \quad \text{και} \quad R \propto \frac{M}{z^2}$$

Πχ. 1 MeV p και 4 MeV σωματίδιο - α (ίδια ταχύτητα)

$$S(a) = 4S(p),$$

$$R(p) = R(a)$$

Εμβέλεια R

Εξάρτηση από το υλικό:
$$\frac{S}{\rho} \propto \frac{Z}{A} \ln \left(\frac{2mv^2}{I} \right)$$

Κανόνας Bragg-Kleeman: **ΙΔΙΟ** σωματίδιο διαφορετικά υλικά:

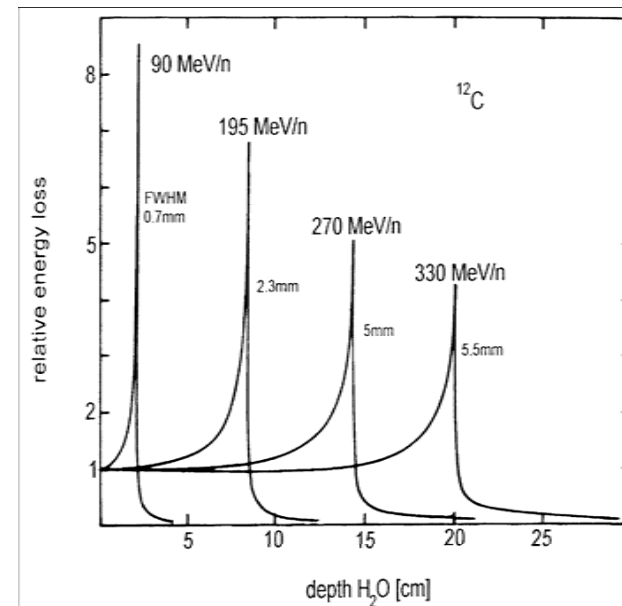
$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{\sqrt{A_1}}{\sqrt{A_2}}$$

Αρχικά η ταχύτητα v είναι μέγιστη.

Στη συνέχεια ελαττώνεται καθώς το d αυξάνει, διότι χάνει ενέργεια.

Το S αυξάνεται, διότι $S \propto \frac{1}{\beta^2}$

Προς το τέλος αφήνει τη μεγαλύτερη ενέργεια



Χρόνος εμβέλειας T

Χρόνος για να σταματήσει: $T = \frac{R}{\langle v \rangle}$

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = c \sqrt{\frac{2E}{m c^2}} = \left(3.00 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \sqrt{\frac{2E}{(931 \text{ MeV} / \text{amu}) m_A}}$$

m_A = μάζα σε μονάδες ατομικής μάζας (amu)

Αν υποθέσουμε ότι η μέση ταχύτητα καθώς χάνει ενέργεια είναι:

$$\langle v \rangle = K v \Rightarrow T = \frac{R}{\langle v \rangle} = \frac{R}{K c} \sqrt{\frac{m c^2}{2E}}$$

$$\Rightarrow T = \frac{R}{K \left(3.00 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)} \sqrt{\frac{931 \text{ MeV} / \text{amu}}{2}} \sqrt{\frac{m_A}{E}}$$

$$\Rightarrow T = 1.2 \times 10^{-7} R \sqrt{\frac{m_A}{E}} \quad \text{για } K=0.6$$

Όπου T σε s, R σε m, m_A σε amu, και E σε MeV.

Παράδειγμα

Να υπολογίσετε το χρόνο που απαιτείται για ένα σωματίδιο άλφα ${}^4\text{He}$ ενέργειας 5 MeV να σταματήσει σε σιλίκινη (Silicon) ή σε αέριο υδρογόνο.

Λύση:

$$m_A = 4 \text{ amu}, \quad E = 5 \text{ MeV}, \quad \text{Από πίνακες } R = \rho R$$

$$R_{\text{Si}} = \frac{5 \text{ mg / cm}^2}{2330 \text{ mg / cm}^3} = 2.1 \times 10^{-3} \text{ cm} = 2.1 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$T_{\text{Si}} = 1.2 \times 10^{-7} R \sqrt{\frac{m_A}{E}} = 1.073 \times 10^{-7} R \text{ s}$$

$$\Rightarrow T_{\text{Si}} = 2.3 \times 10^{-12} \text{ s} = 2.3 \text{ ps}$$

Για H:

$$R_{\text{H}} = \frac{0.9 \text{ mg / cm}^2}{0.08988 \text{ mg / cm}^3} = 0.1 \text{ m}$$

$$\Rightarrow T = 1.1 \times 10^{-8} \text{ s} = 11 \text{ ns}$$

Παράδειγμα

Να υπολογιστεί η εναπομένουσα ενέργεια μιας δέσμης πρωτονίων ενέργειας 5 MeV όταν περάσει μέσα από ένα λεπτό φύλλο Silicon πάχους 100 μm .

Λύση:

Η εμβέλεια για πρωτόνια 5 MeV είναι $R=210 \mu\text{m}$ \rightarrow η υπολειπόμενη εμβέλεια θα είναι $(210-100) \mu\text{m} = 110 \mu\text{m}$, όπου από το διάγραμμα αντιστοιχεί μια ενέργεια περίπου 3.2 MeV.

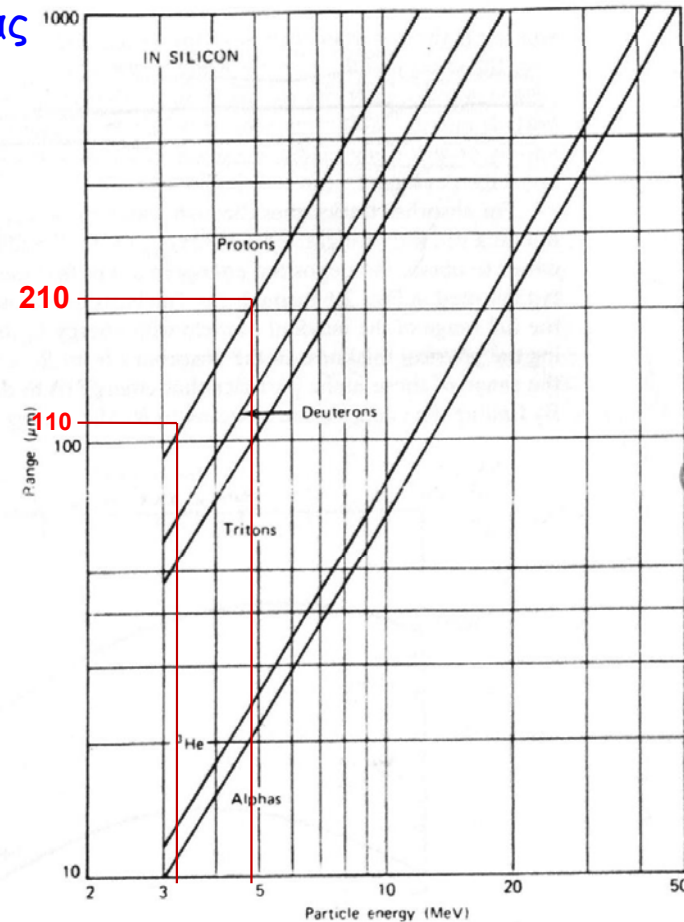


Figure 2.7 Range–energy curves calculated for different charged particles in silicon. The near-linear behavior of the log–log plot over the energy range shown suggests an empirical relation to the form $R = aE^b$, where the slope-related parameter b is not greatly different for the various particles. (From Skyrme.⁴)

Παράδειγμα

Να υπολογιστεί η ενέργεια που χάνουν σωματίδια άλφα ενέργειας 1 MeV όταν περάσουν από ένα λεπτό φύλλο χρυσού (Au) πάχους 5 μm.

Λύση:

$$\Delta E = \left(-\frac{dE}{dx} \right) t$$

Από το διάγραμμα, για 1 MeV άλφα έχουμε

$$\left(-\frac{dE}{d(\rho x)} \right) \approx 380 \frac{\text{MeV} \cdot \text{cm}^2}{\text{g}}$$

Για $\rho_{\text{Au}} = 19.32 \text{ g/cm}^3$, $t = 5 \times 10^{-4} \text{ cm}$

→ $\Delta E = 3.67 \text{ MeV}$, δηλαδή τα σωματίδια άλφα χάνουν όλη την ενέργειά τους...

Chapter 2: Radiation Interactions

where T is in seconds, R in meters, ρ in g/cm³, and E in MeV. This approximation is expected to be reasonably accurate for light charged particles (protons, alpha particles, etc.) over much of the energy range of interest here. It is not, however, to be used for relativistic particles such as fast electrons.

Using typical range values, stopping times calculated from Eq. (2.3) for charged particles are a few picoseconds in solids or liquids and a few nanoseconds in gases. These times are generally small enough to be neglected for all but the fastest-response radiation detectors.

E. Energy Loss in Thin Absorbers

For thin absorbers (or detectors) that are penetrated by a given charged particle, the energy deposited within the absorber can be calculated from

$$\Delta E = \left(-\frac{dE}{d(\rho x)} \right) \rho x \quad (2.4)$$

where x is the absorber thickness and $(-dE/d(\rho x))$ is the linear stopping power averaged over the range of the particle while in the absorber. If the energy loss is small, the stopping power does not change much and x can be approximately 1/2 its value at the incident particle energy. Tabular values for $dE/d(\rho x)$ for a number of different charged particles in a variety of absorbing media are given in Figs. 2.9–2.11. Some graphs for materials of interest are shown in Figs. 2.9 through 2.11.

For absorber thicknesses through which the energy loss is not small, it is not simple to obtain a properly weighted $(-dE/d(\rho x))$ value directly from such data. In these cases, it is easier to obtain the deposited energy in a way that makes use of range-energy data of the type plotted in Figs. 2.6 through 2.8. The basis of the method is as follows: Let R_0 represent the full range of the incident particle with energy E_0 in the absorber material. By subtracting the physical thickness of the absorber t from R_0 , a value R_1 is obtained that represents the range of those alpha particles that emerge from the opposite surface of the absorber. By finding the energy corresponding to R_1 , the energy of the transmitted charged particles.

Figure 2.9 The specific energy loss calculated for different charged particles in silicon (From Skyrme's).

Figure 2.10 The specific energy loss calculated for alpha particles in different materials. Values are normalized by the density of the absorber material. (Data from Williamson et al.)

Παράδειγμα

Πόσα σωματίδια άλφα ενέργειας 5 MeV απαιτούνται για να εναποθέσουν ολική ενέργεια 1 J;

Λύση:

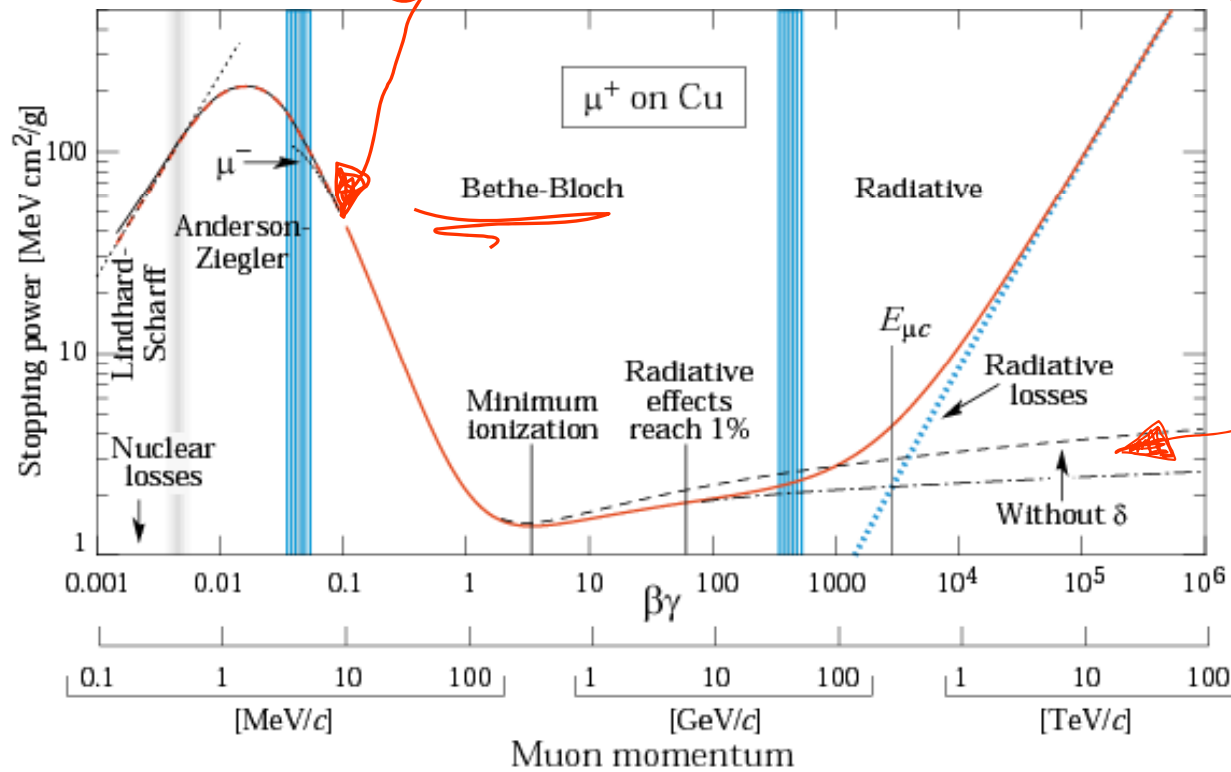
$$N = \frac{1 \text{ J}}{E}$$

$$\text{όπου } E = (5 \times 10^6 \text{ eV}) (1.602 \times 10^{-19} \text{ J / eV}) = 8.01 \times 10^{-13} \text{ J}$$

$$\Rightarrow N = 1.248 \times 10^{12}$$

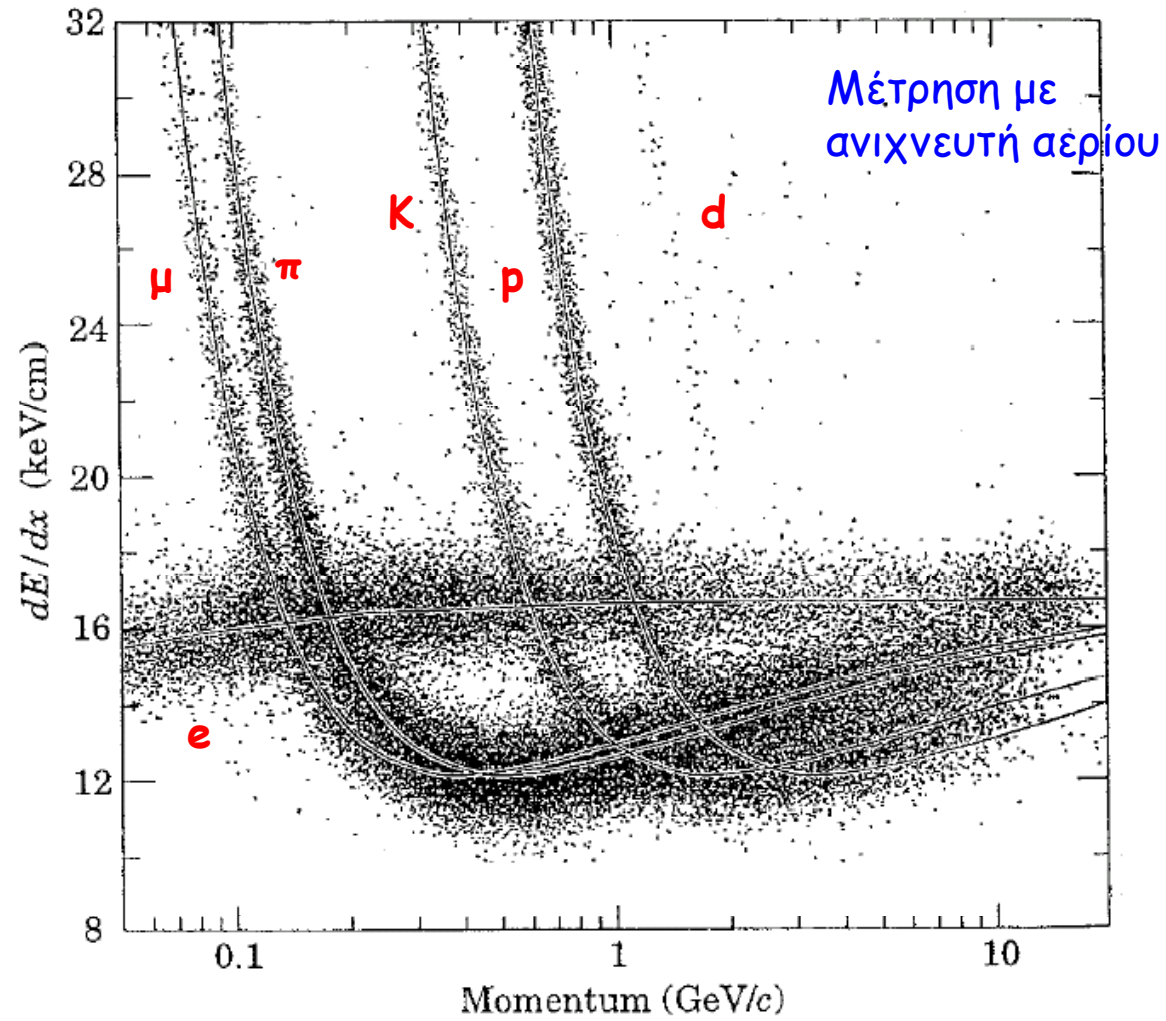
dE/dx - Bethe - Bloch

$$\frac{dE}{dx} = Kz^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{\max}}{I^2} - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right]$$



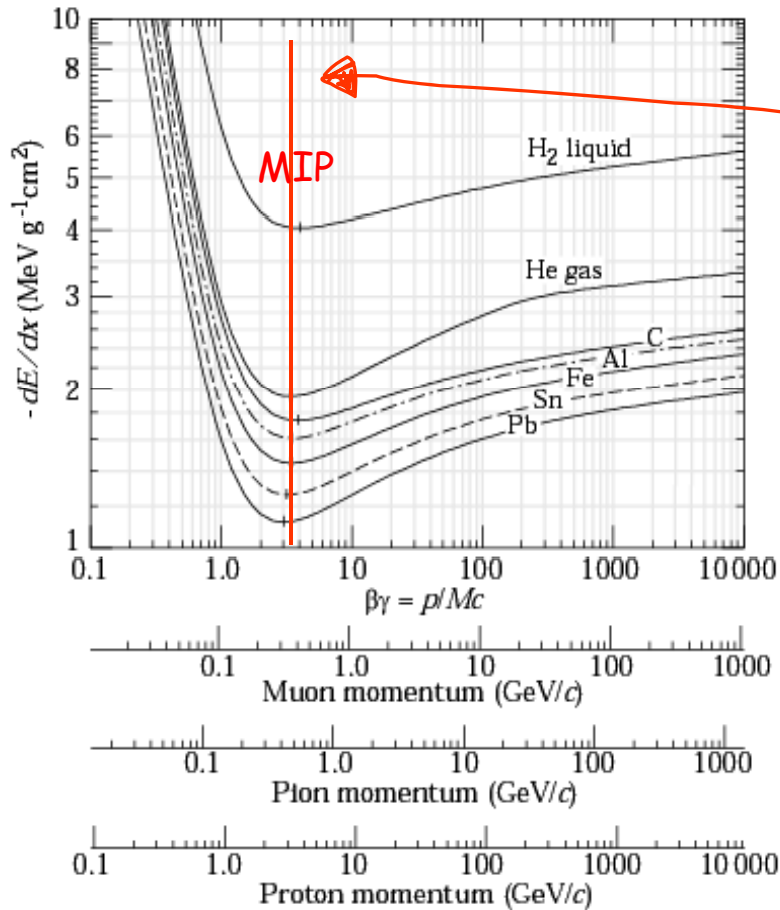
Γ. Τσιπολίτης

dE/dx - Bethe - Bloch



Γ. Τσιπολίτης

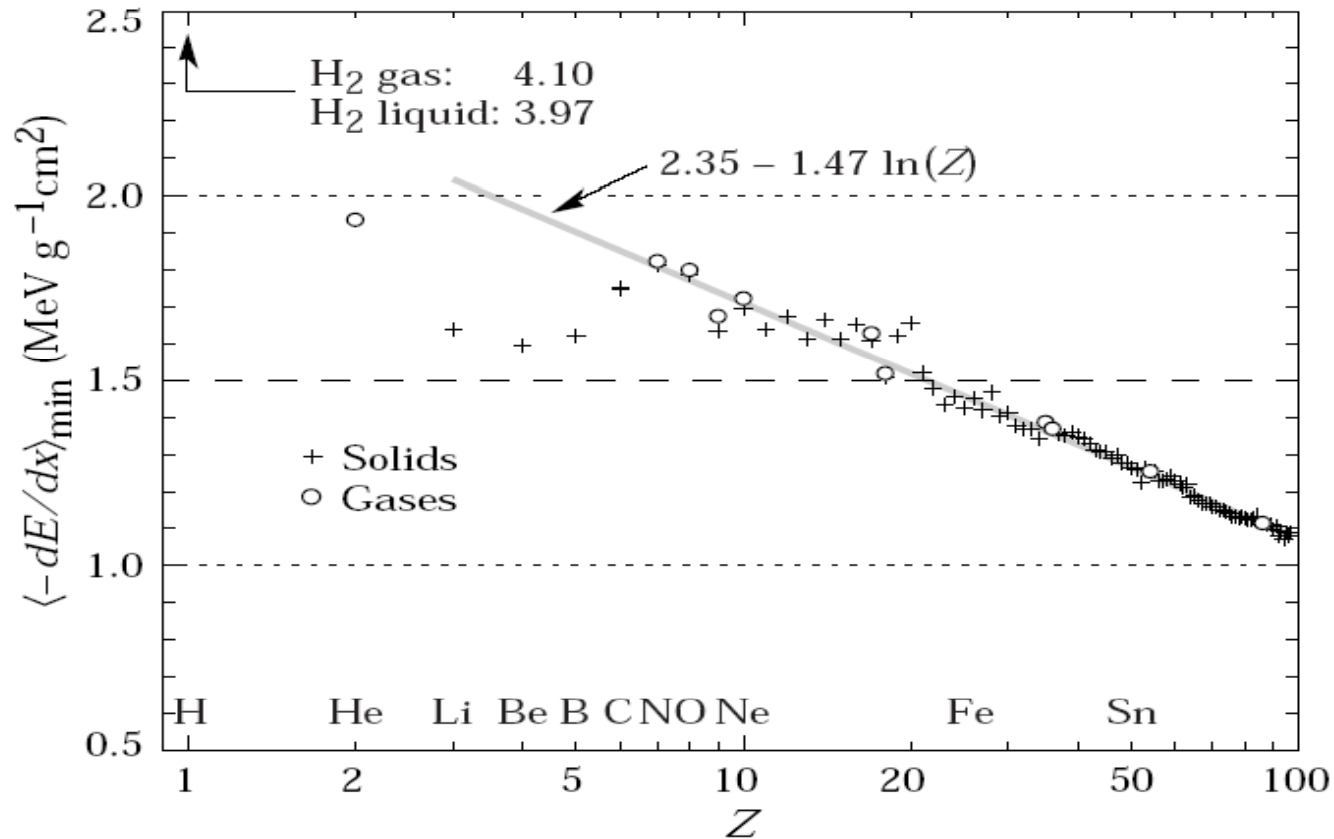
Απώλεια Ενέργειας - Διαφορετικά Υλικά



Το ελάχιστο ~ ανεξάρτητο από το υλικό.

Γ. Τσιπολίτης

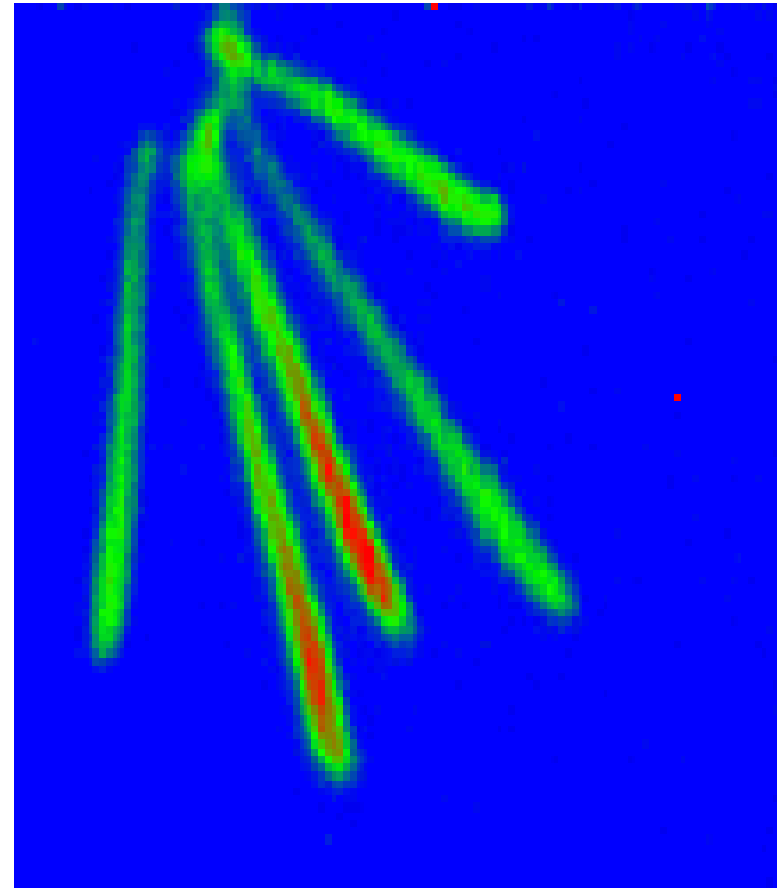
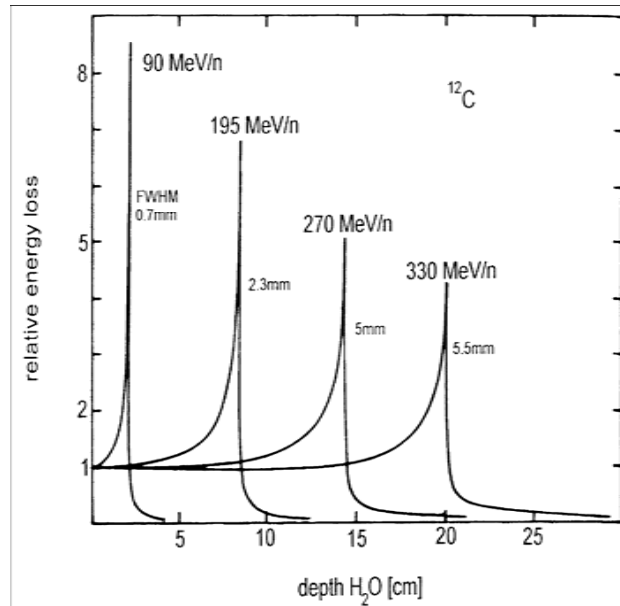
Απώλεια Ενέργειας - Διαφορετικά Υλικά



Δεν παρατηρείται μια απλή μορφή στην εξάρτηση της απώλειας ενέργειας από Z του υλικού $\rightarrow dE/dx$ εξαρτάται και από άλλες παραμέτρους.

Γ. Τσιπολίτης

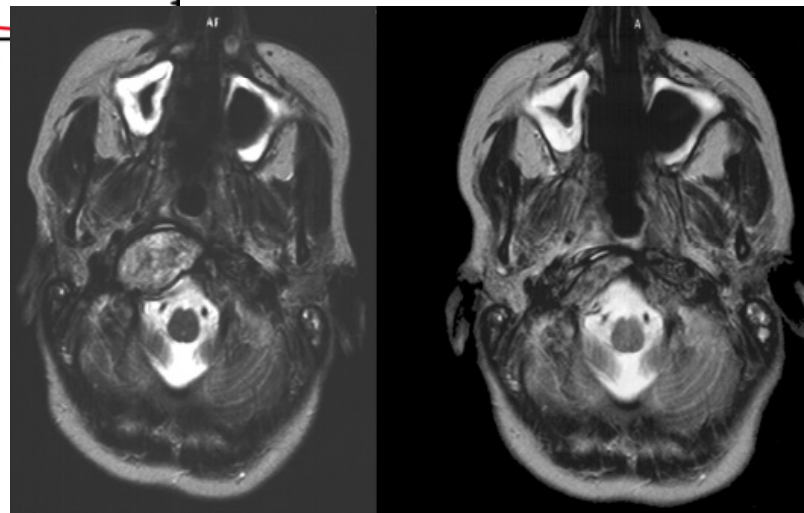
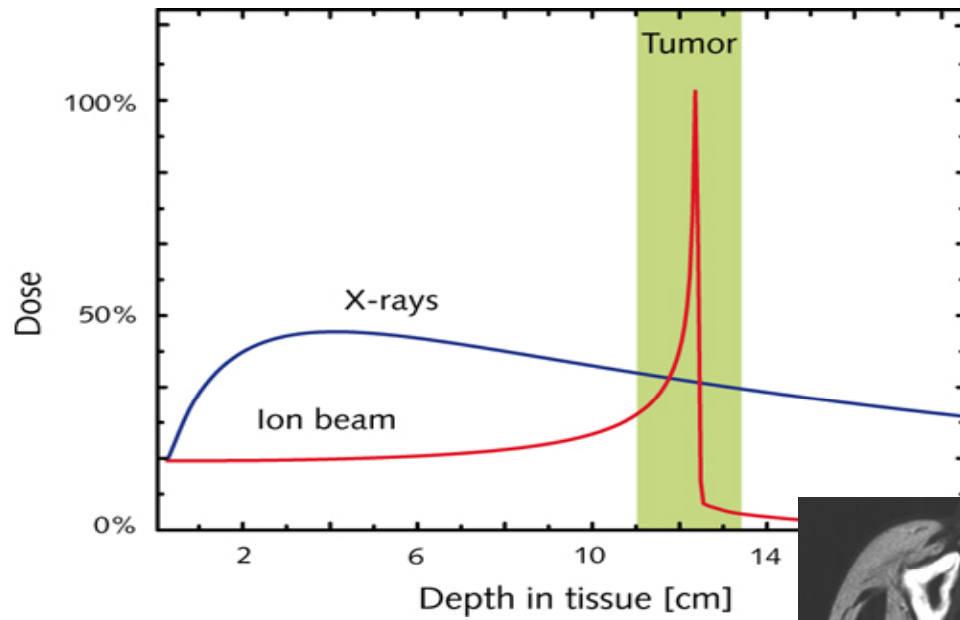
Καμπύλες Bragg



Τροχιές από σωματίδια α
σε ανιχνευτή micro-strip αερίου
 CF_4 όπου καταγράφονται
με τη βοήθεια φθορισμού (scintillation)

Γ. Τσιπολίτης

Θεραπεία Καρκινου



Γ. Τσιπολίτης



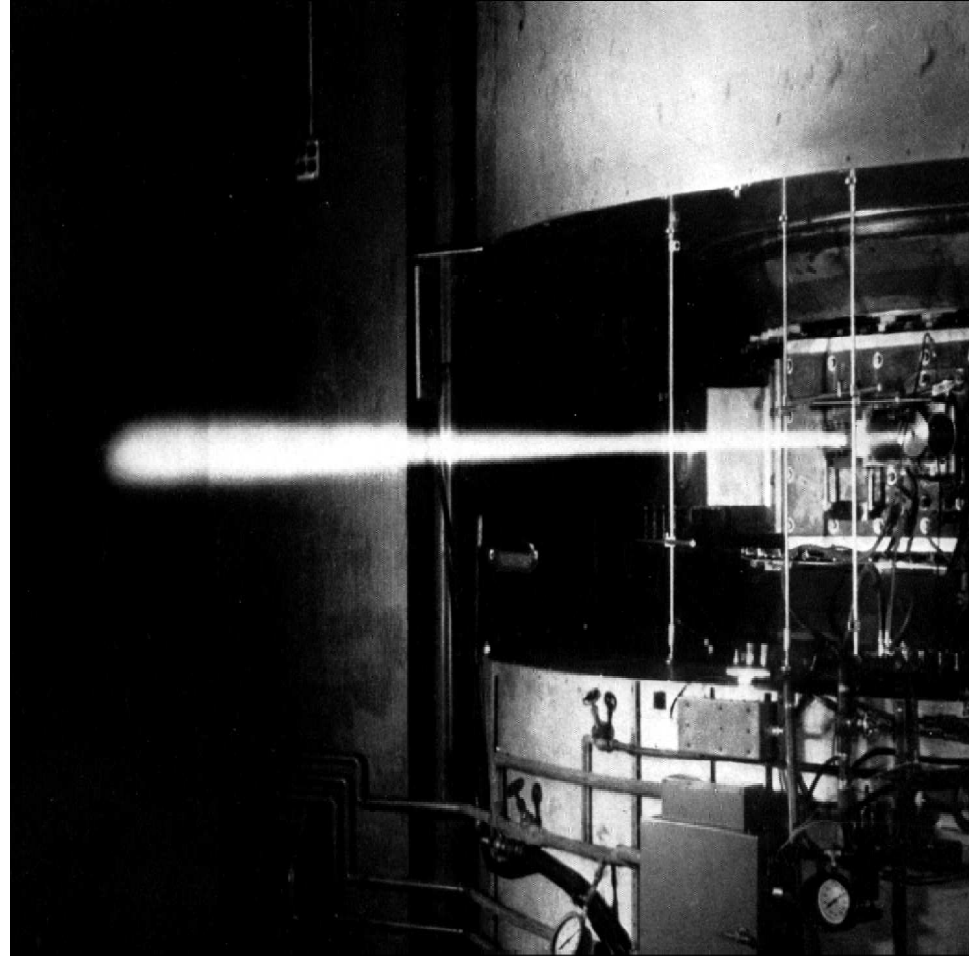
U. Titt et al. NIM A 416 (1998) 85

Οπτικό δοσίμετρο όπου βλέπουμε:

$$\left(\frac{dE}{dx} \right)_{\alpha} \gg \left(\frac{dE}{dx} \right)_p \quad \text{διότι} \quad \frac{dE}{dx} \sim z^2$$

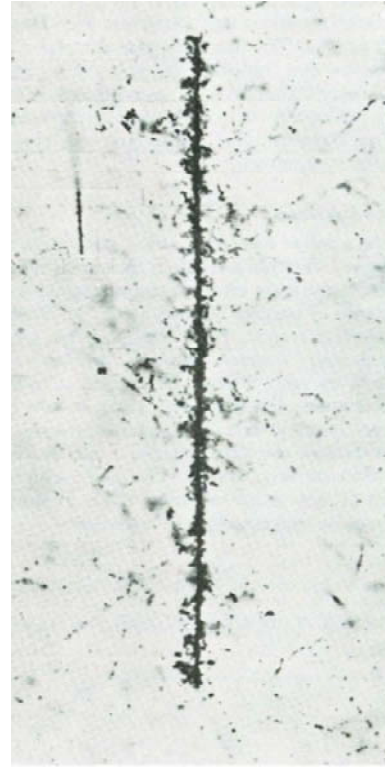
- $E_p = 5.0 \text{ MeV}$ με ακτίνες- δ
- $E_{\alpha} = 19.0 \text{ MeV}$ με ακτίνες- δ

Γ. Τσιπολίτης

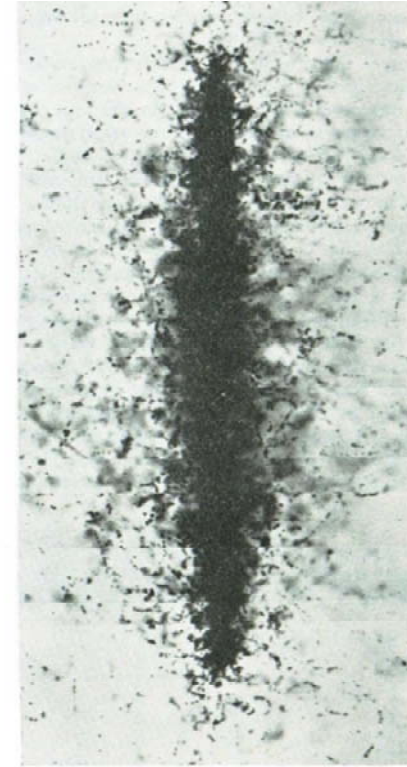


δέσμη δευτερίου (d) όπου ιονίζουν μόρια του αέρα και δημιουργούν φθορισμό.

Γ. Τσιπολίτης



Fe $Z = 26$

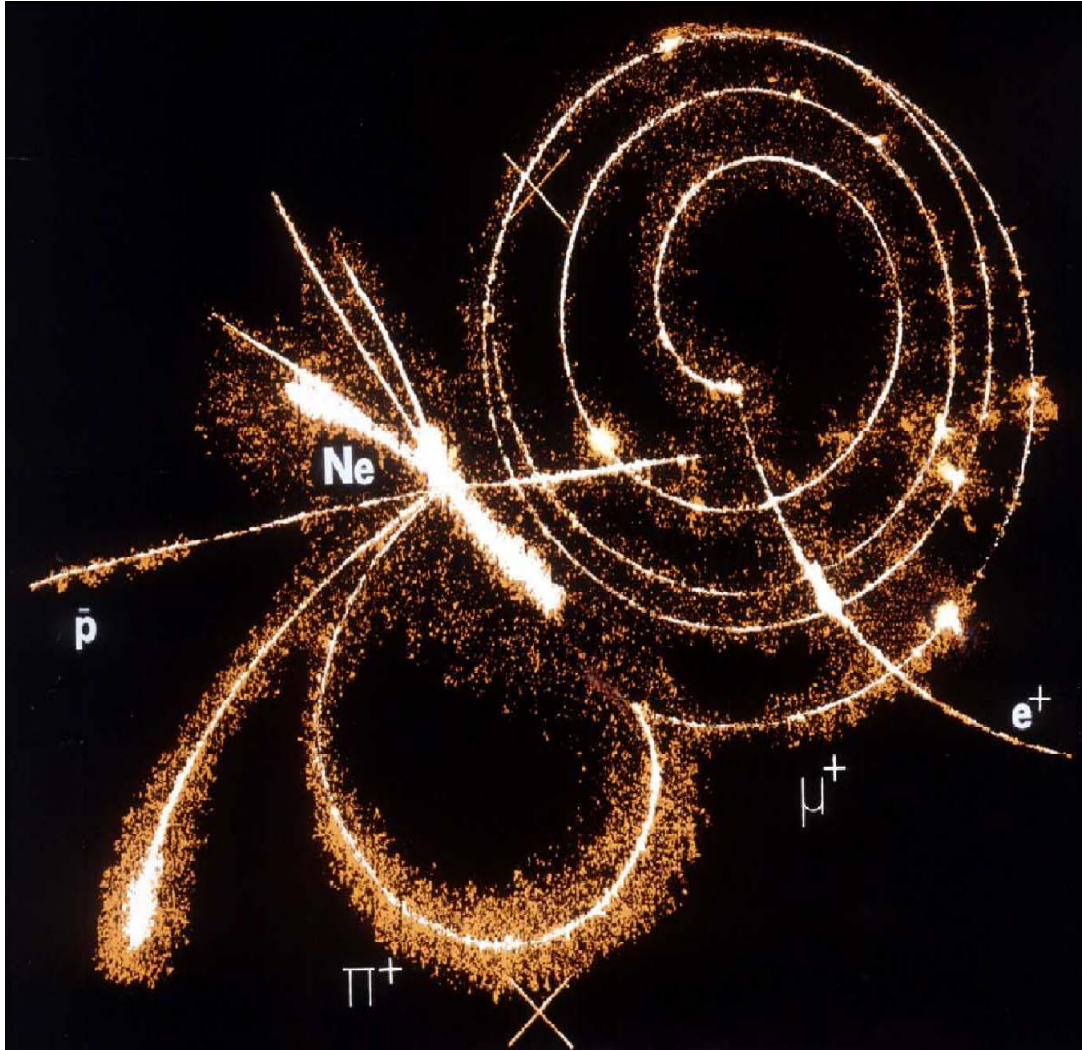


$Z = \sim 90$

Τροχιές σχετικιστικών βαρέων ιόντων σε ανιχνευτή nuclear emulsion. Βλέπουμε την εξάρτηση της πυκνότητας ιονισμού από το z^2 :

$$-\frac{dE}{dx} = z^2 \frac{Z}{A} f(\beta, I)$$

Γ. Τσιπολίτης



Γ. Τσιπολίτης

Αλυσίδα αντίδρασης $\pi \rightarrow \mu \rightarrow e$

