

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Ανάλυση Ηλεκτρικού Σήματος

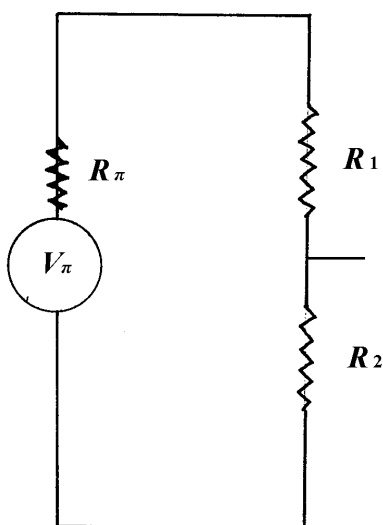
2.1 Εισαγωγή

Τα σήματα εξόδου από μετρητικές διατάξεις έχουν συνήθως τη μορφή ηλεκτρικών σημάτων. Πριν από την καταγραφή ή περαιτέρω επεξεργασία, ένα σήμα υφίσταται μια προκαταρκτική επεξεργασία. Ένα ασθενές σήμα, για παράδειγμα, είναι επιθυμητό να ενισχυθεί από έναν καλής ποιότητας προενισχυτή (χαμηλού θορύβου, γραμμικής απόκρισης, ευαίσθητου στο κατάλληλο εύρος συχνοτήτων, κ.λπ.), όσο πιο κοντά στην πηγή του σήματος είναι δυνατό, με σκοπό τη μείωση της σημασίας οποιουδήποτε ηλεκτρικού θορύβου που θα προστεθεί στο σήμα σε κατοπινά στάδια επεξεργασίας, και της παραμόρφωσης του σήματος κατά τη μετάδοσή του στα επόμενα στάδια της μετρητικής διάταξης. Η αφαίρεση κάποιων άχρηστων συχνοτήτων από το σήμα ίσως επίσης να είναι επιθυμητή. Αυτό συνδέεται άμεσα και με την τροποποίηση του σχήματος της κυματομορφής του σήματος. Επιπρόσθετη ενίσχυση ίσως είναι αναγκαία, καθώς και προσαρμογή του σήματος στις απαιτήσεις μιας ανιχνευτικής, μετρητικής ή καταγραφικής διάταξης που ακολουθεί. Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιάσουμε, σε συντομία, τις βασικές έννοιες της επεξεργασίας σήματος για τους σκοπούς που αναφέρθηκαν πιο πάνω. Βεβαίως, η πληρέστερη παρουσίαση του θέματος απαιτεί γνώσεις Ηλεκτρονικών και είναι αντικείμενο ειδικών μαθημάτων που πραγματεύονται τις γενικότερες και πιο προχωρημένες μεθόδους Ανάλυσης και Επεξεργασίας Σήματος.

2.2 Παθητικά ή μη ενεργά κυκλώματα

Στην κατηγορία αυτή ανήκουν όσα κυκλώματα δεν χρησιμοποιούν ενισχυτές στην επεξεργασία του σήματος. Θα εξετάσουμε τον διαιρέτη τάσεως, τη χρήση μετασχηματιστή για την αμοιβαία προσαρμογή των αντιστάσεων εξόδου και εισόδου διαδοχικά συνδεδεμένων οργάνων, και μερικές απλές μορφές ηλεκτρονικών φίλτρων.

2.2.1 Διαιρέτης τάσεως



Σχήμα 2.1 Διαιρέτης τάσεως.

Έστω μια πηγή τάσεως η οποία παρέχει τάση ίση με V_π μέσω μιας αντίστασης εξόδου R_π . Αν στην έξοδο της πηγής συνδέσουμε σε σειρά δύο αντιστάσεις R_1 και R_2 , το ρεύμα που θα τις διαρρέει θα είναι (βλ. Σχ. 2.1)

$$I_\pi = \frac{V_\pi}{R_\pi + R_1 + R_2} \quad (2.1)$$

Η τάση στα άκρα της αντίστασης R_2 θα είναι, επομένως, ίση με $V_2 = I_\pi R_2$, ή

$$V_2 = \frac{R_2}{R_\pi + R_1 + R_2} V_\pi \quad (2.2)$$

Η τάση V_π διαιρείται, επομένως, με τέτοιο τρόπο ώστε ένα κλάσμα της να εμφανίζεται στα άκρα

της καθεμιάς από τις δύο αντιστάσεις στην έξοδο της πηγής. Αν η αντίσταση εξόδου της πηγής είναι $V_\pi \ll R_1 + R_2$, η τελευταία σχέση παίρνει τη μορφή:

$$V_2 \approx \frac{V_\pi}{1 + R_1/R_2} \quad (2.3)$$

Αν στα άκρα της αντίστασης R_2 συνδεθεί ένα όργανο με αντίσταση εισόδου R_i , στη θέση της αντίστασης R_2 θα υπάρχει τώρα ο παράλληλος συνδυασμός των R_2 και R_i , δηλαδή μια αντίσταση ίση με $R_2 R_i / (R_2 + R_i)$, και η τάση στην είσοδο του οργάνου θα είναι ίση με

$$V_2 = \frac{R_2 R_i / (R_2 + R_i)}{R_\pi + R_1 + R_2 R_i / (R_2 + R_i)} V_\pi \quad \text{ή} \quad V_2 = \frac{\frac{R_2}{1 + R_2 / R_i}}{R_\pi + R_1 + \frac{R_2}{1 + R_2 / R_i}} V_\pi \quad (2.4)$$

Για πηγή τάσεως με μικρή αντίσταση εξόδου και όργανο (βολτόμετρο) με μεγάλη αντίσταση εισόδου, η τάση αυτή δίνεται από την Εξ. (2.3). Σε κάθε όμως περίπτωση, οι αντιστάσεις εξόδου και εισόδου πηγών και οργάνων πρέπει να λαμβάνονται υπόψη στον υπολογισμό του παράγοντα διαίρεσης της τάσης. Ένας άλλος σημαντικός παράγοντας που πρέπει να λαμβάνεται υπόψη στη χρήση διαιρετών τάσης στην είσοδο μετρητικών οργάνων είναι η εισαγωγή ηλεκτρονικού θορύβου από τις αντιστάσεις που χρησιμοποιούνται στον διαιρέτη (βλ. κεφάλαιο για ηλεκτρικό θόρυβο). Μια λύση, για μη συνεχή σήματα, είναι η χρήση πυκνωτών ή πηνίων στη θέση των αντιστάσεων. Πιο συχνά όμως, η διαίρεση τάσεως γίνεται αφού το σήμα έχει ενισχυθεί αρκετά, ώστε ο προστιθέμενος θόρυβος να είναι αμελητέος και να μην επιδεινώνει αισθητά τον λόγο του σήματος προς τον θόρυβο.

Ισχύς παρεχόμενη από την πηγή στο φορτίο. Έστω ότι μια πηγή τάσεως V_π έχει αντίστασης εξόδου R_π . Αν στην έξοδο της πηγής συνδέσουμε ως φορτίο μια αντίσταση R , τότε το ρεύμα που θα διαρρέει την R θα είναι $I = \frac{V_\pi}{R_\pi + R}$ και επομένως η απορροφούμενη από το φορτίο ισχύς θα είναι $P = RI^2$, ή

$$P = V_\pi^2 \frac{R}{(R_\pi + R)^2} \quad (2.5)$$

Παρατηρούμε ότι η ισχύς είναι μηδενική για $R=0$ και για $R \rightarrow \infty$. Η συνθήκη για μέγιστη μεταβίβαση ισχύος από την πηγή στο φορτίο είναι $dP/dR=0$. Αυτή δίνει

$$R = R_\pi \quad (2.6)$$

ή ότι για μέγιστη μεταβίβαση ενέργειας από την πηγή στο φορτίο, η αντίσταση του φορτίου θα πρέπει να είναι ίση με την αντίσταση εξόδου της πηγής. Αυτή είναι η αρχή της *προσαρμογής των χαρακτηριστικών αντιστάσεων* σε ηλεκτρικά κυκλώματα.

2.2.2 Προσαρμογή αντιστάσεων εξόδου και εισόδου μέσω μετασχηματιστή

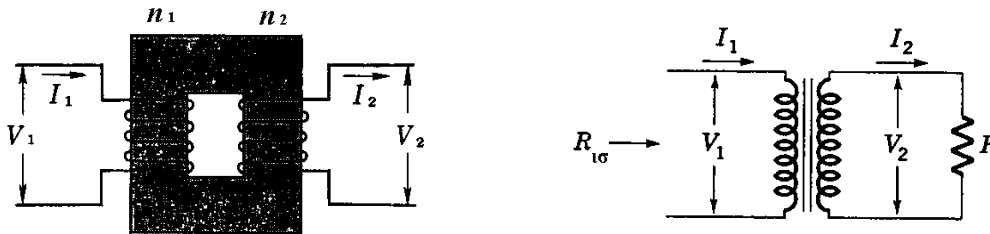
Σε πολλές περιπτώσεις, όταν τα μετρούμενα σήματα είναι εναλλασσόμενα, για την προσαρμογή χαρακτηριστικών αντιστάσεων χρησιμοποιούνται μετασχηματιστές. Αν, σε έναν τέλειο μετασχηματιστή, οι αριθμοί των περιελίξεων στο πρωτεύον και το

δευτερεύον πηνίο είναι n_1 και n_2 αντίστοιχα (βλ. Σχ. 2.2), ο λόγος των τάσεων στα άκρα των δύο πηνίων είναι

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{n_2}{n_1} = \alpha, \quad (2.7)$$

όπου ο λόγος μετασχηματισμού ορίζεται ως

$$\alpha \equiv \frac{n_2}{n_1}. \quad (2.8)$$



Σχήμα 2.2 Μετασχηματιστής.

Επειδή η μαγνητική ροή στα δύο πηνία είναι η ίδια, έπεται ότι τα ρεύματα σε αυτά συνδέονται μέσω της σχέσης:

$$n_1 I_1 = n_2 I_2. \quad (2.9)$$

Αν το φορτίο σε σειρά με το δευτερεύον είναι μια αντίσταση R , τότε

$$I_2 = \frac{V_2}{R}, \quad (2.10)$$

και από την Εξ. (2.7) έχουμε

$$\frac{n_1}{n_2} I_1 = \frac{n_2 V_1}{n_1 R} \quad \text{ή} \quad I_1 = \frac{\alpha^2 V_1}{R}. \quad (2.11)$$

Από τη σκοπιά του πρωτεύοντος, το ρεύμα I_1 φαίνεται να διαρρέει μian ισοδύναμη αντίσταση ίση με

$$R_{1\sigma} = \frac{R}{\alpha^2} = \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 R \quad (2.12)$$

Αυτό σημαίνει ότι ένας μετασχηματιστής μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να προσαρμόσει την αντίσταση εξόδου ενός κυκλώματος (π.χ. ενισχυτή) στην αντίσταση του φορτίου. Παράδειγμα είναι η προσαρμογή ενός ενισχυτή μεγάλης εσωτερικής αντίστασης στη μικρή αντίσταση ενός ηχείου.

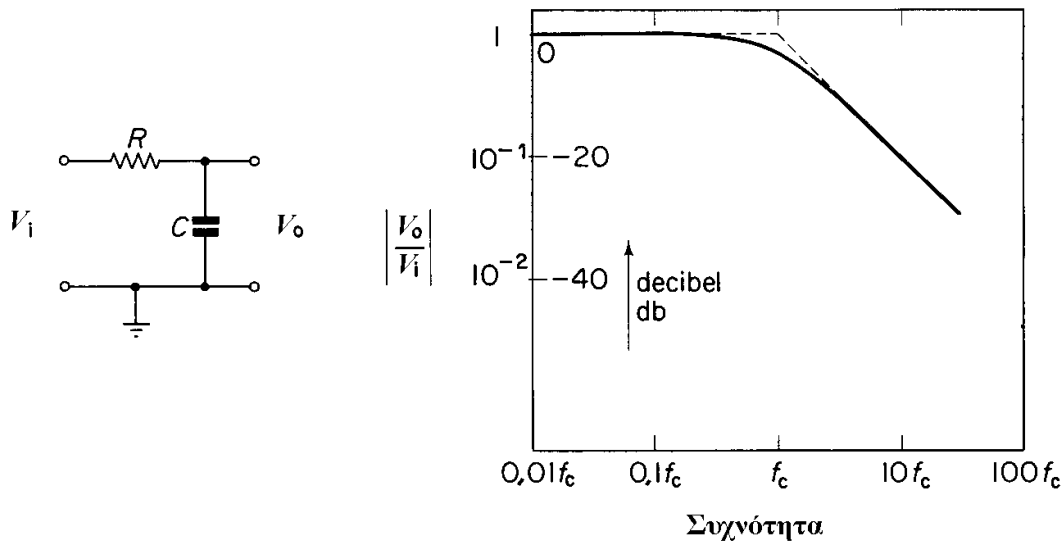
Χωρητικότητες και αυτεπαγωγές μπορούν επίσης να μετασχηματιστούν με τον ίδιο τρόπο. Η σύζευξη μέσω μετασχηματιστή επιτυγχάνει αποδοτικότερη μεταβίβαση σήματος, με μικρές απώλειες στις περιελίξεις, και χωρίς την εισαγωγή σημαντικού επιπρόσθετου ηλεκτρικού θορύβου. Επιτυγχάνεται επίσης, όπου αυτό είναι επιθυμητό, και απομόνωση του κυκλώματος στο δευτερεύον πηνίο από συνεχή σήματα στο πρωτεύον.

2.2.3 Ηλεκτρικά φίλτρα

Με τον όρο ηλεκτρικό φίλτρο αναφερόμαστε σε ένα κύκλωμα στο οποίο σήματα διαφόρων συχνοτήτων ενισχύονται κατά διαφορετικό τρόπο. Εδώ θα εξετάσουμε μόνο μη ενεργά φίλτρα. Αυτά είναι ουσιαστικά διαιρέτες τάσεως, στους οποίους ο λόγος της διαίρεσης είναι συνάρτηση της συχνότητας.

2.2.3.1 Φίλτρο RC διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων

Αν ο διαιρέτης τάσης αποτελείται από μια αντίσταση R σε σειρά με έναν πυκνωτή χωρητικότητας C , και η τάση εξόδου λαμβάνεται στα άκρα του πυκνωτή, τότε έχουμε ένα φίλτρο RC διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων.



Σχήμα 2.3 Φίλτρο RC διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων.

Αν ένα μιγαδικό σήμα $V_i = Ae^{i\omega t}$ ασκηθεί στην είσοδο του κυκλώματος, τότε το σήμα εξόδου, στα άκρα της C , θα είναι

$$V_o = V_i \frac{1}{R + \frac{1}{i\omega C}} = V_i \frac{1}{1 + i\omega CR} = A \frac{e^{i\omega t}}{1 + i\omega CR} \quad (2.13)$$

Το πλάτος του σήματος στην έξοδο είναι

$$\sqrt{|V_o|^2} = \sqrt{V_o V_o^*} = \frac{A}{\sqrt{1 + (\omega CR)^2}} = \frac{A}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_c)^2}} \quad \text{όπου} \quad \omega_c \equiv \frac{1}{RC} \quad (2.14)$$

Η απόκριση του φίλτρου
$$\left| \frac{V_o}{V_i} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_c)^2}} \quad (2.15)$$

δίνεται, συναρτήσει της γωνιακής συχνότητας ω , στο Σχ. 2.3. Στη γωνιακή συχνότητα $\omega = \omega_c = 2\pi f_c$, η μείωση του πλάτους του σήματος είναι ίση με ένα παράγοντα

$|V_o/V_i|=1/\sqrt{2}$, η οποία αντιστοιχεί σε μια μείωση στην ισχύ κατά έναν παράγοντα $|V_o/V_i|^2=1/2$. Επειδή είναι

$$10\log_{10}\left|\frac{V_o}{V_i}\right|_{\omega=\omega_c}^2 = 10\log_{10}\left(\frac{1}{2}\right) = -3 , \quad (2.16)$$

η μείωση στην ισχύ είναι κατά -3 db (ντεσιμπέλ), και η συχνότητα f_c ονομάζεται *συχνότητα των 3 db*. Για συχνότητες μεγάλες ως προς την f_c , η κλίση της καμπύλης $|V_o/V_i|$, σε λογαριθμική κλίμακα, τείνει στην τιμή -1 , δηλαδή για κάθε διπλασιασμό της συχνότητας ο λόγος μειώνεται κατά έναν παράγοντα 2. Λέγεται ότι η καμπύλη απόκρισης του φίλτρου έχει κλίση -6 db ανά οκτάβα .

Αν το σήμα στην είσοδο του φίλτρου έχει τη γενική μορφή $V_i(t)$ (π.χ. ένας παλμός κάποιου σχήματος), η διαφορική εξίσωση που δίνει το σήμα στην έξοδο είναι:

$$\frac{dV_o}{dt} = \frac{I}{C} = \frac{V_i - V_o}{RC} \quad \text{ή} \quad RC\frac{dV_o}{dt} + V_o = V_i(t) . \quad (2.17)$$

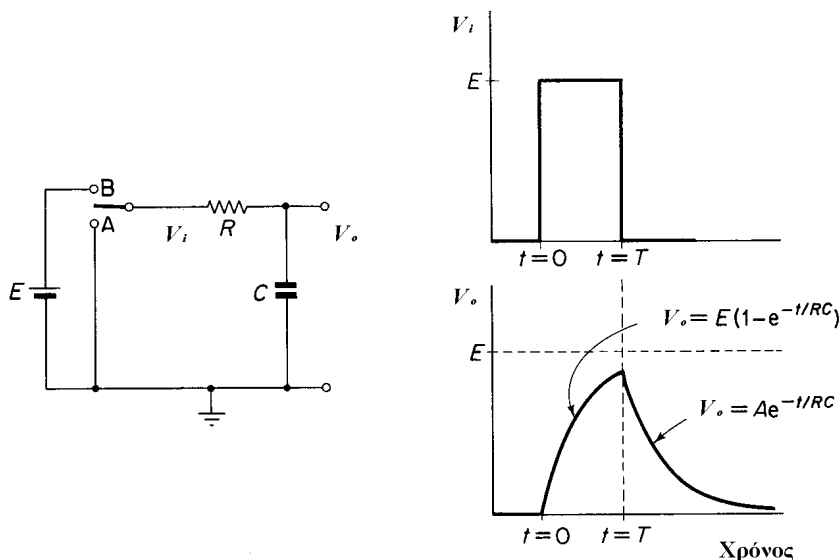
Αυτή μπορεί, κατ' αρχάς, να λυθεί για οποιαδήποτε μορφή του $V_i(t)$. Για παράδειγμα, για σήμα εισόδου έναν τετραγωνικό παλμό ύψους E και διάρκειας T , το σήμα στην έξοδο δίνεται από τις σχέσεις

$$V_o(t) = E(1 - e^{-t/RC}) \quad \text{για} \quad 0 \leq t \leq T$$

και

$$V_o(t) = E(e^{T/RC} - 1) e^{-t/RC} = E(1 - e^{-T/RC}) e^{-(t-T)/RC} \quad \text{για} \quad t \geq T \quad (2.18)$$

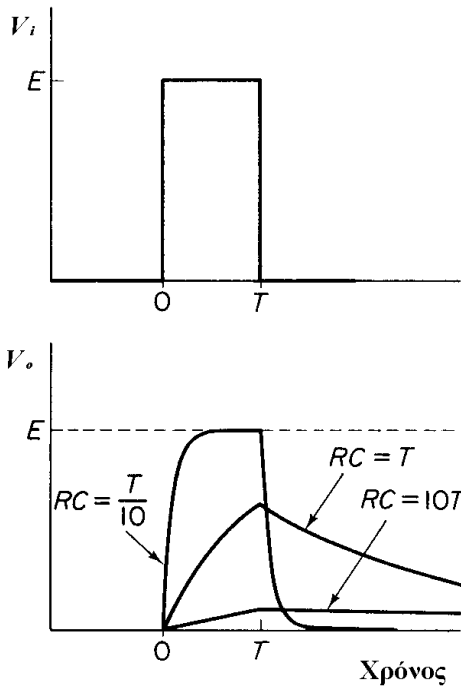
(βλ. Σχ. 2.4). Η σταθερά RC του κυκλώματος λέγεται και *σταθερά χρόνου* $\tau = RC$ του φίλτρου.



Σχήμα 2.4. Απόκριση ενός φίλτρου RC διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων σε έναν τετραγωνικό παλμό ύψους E και διάρκειας T .

Ο χρόνος ανόδου τ_r ενός παλμού ορίζεται ως ο χρόνος που απαιτείται για να αυξηθεί το σήμα από τα 10 % στα 90 % του ύψους του παλμού. Για τον τετραγωνικό παλμό, βρίσκεται ότι είναι $\tau_r = 2,2RC = 0,35/f_c$. Αντίστοιχα ορίζεται και ο χρόνος πτώσης του παλμού. Φαίνεται ότι το φίλτρο RC διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων αυξάνει τους χρόνους ανόδου και πτώσης του παλμού. Αν εξετάσουμε τη διεργασία από τη σκοπιά του φάσματος συχνοτήτων του παλμού, στην είσοδο και στην έξοδο, είναι προφανές ότι αφαιρώντας τις υψηλές συχνότητες, το φίλτρο επηρεάζει τα ταχέως μεταβαλλόμενα τμήματα του παλμού, με αποτέλεσμα τα όσα αναφέρθηκαν.

Στο Σχ. 2.5 φαίνονται τα σχήματα των παλμών στην έξοδο, για τον ίδιο τετραγωνικό παλμό ύψους E και διάρκειας T στην είσοδο, για διάφορες τιμές της σταθεράς χρόνου $\tau = RC$ του φίλτρου.



Σχήμα 2.5 Απόκριση ενός φίλτρου RC διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων σε έναν τετραγωνικό παλμό ύψους E και διάρκειας T , για διάφορες τιμές της σταθεράς χρόνου $\tau = RC$ του φίλτρου.

Για μεγάλες τιμές του λόγου $\tau/T = RC/T$, δηλαδή για $RC \gg T$, το σήμα στην έξοδο προσεγγίζει σε μια γραμμική άνοδο με τον χρόνο, δηλαδή στο ολοκλήρωμα ως προς τον χρόνο του παλμού στην είσοδο. Επειδή για $RC \gg T$ θα είναι και $V_o \ll V_i$, από τη διαφορική εξίσωση 2.17 φαίνεται ότι, προσεγγιστικά, είναι

$$\frac{dV_o}{dt} = \frac{V_i}{RC} \quad (2.19)$$

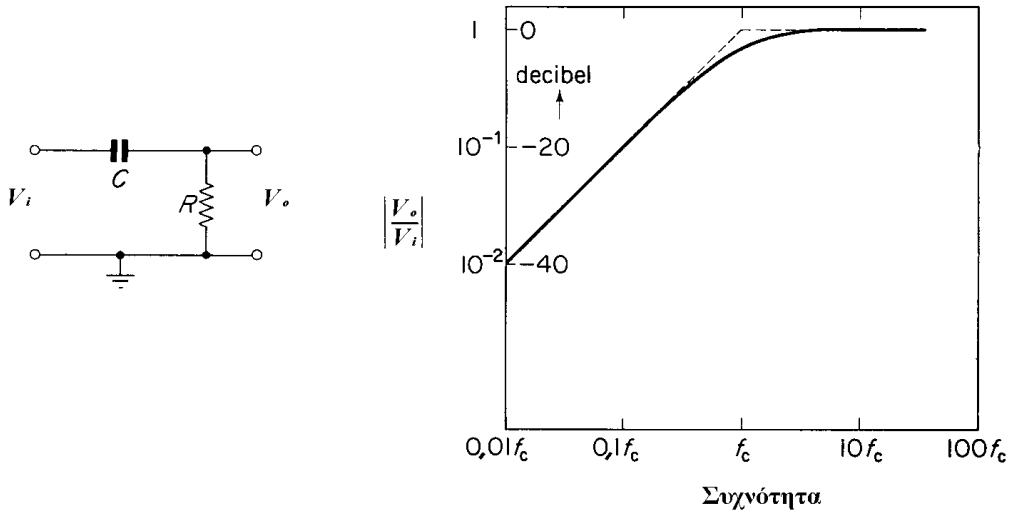
και επομένως,

$$V_o = \frac{1}{RC} \int V_i dt \quad (2.20)$$

Για τον λόγο αυτό, το φίλτρο RC διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων ονομάζεται και *ολοκληρωτής RC*, παρ' όλον ότι η ολοκλήρωση είναι ακριβής μόνον όταν η σταθερά χρόνου του φίλτρου είναι πολύ μεγαλύτερη από τη διάρκεια του σήματος. Εναλλακτικά, μπορούμε να θεωρούμε ότι το σήμα στην έξοδο, σε κάθε χρονική στιγμή, είναι ανάλογο του ολοκληρώματος του σήματος στη είσοδο για μια αμέσως προηγούμενη χρονική περίοδο της τάξης του $\tau = RC$.

2.2.3.2 Φίλτρο CR διέλευσης υψηλών συχνοτήτων

Στο κύκλωμα του Σχ. 2.6, αν το σήμα εξόδου ληφθεί στα άκρα της αντίστασης, δρα ως φίλτρο διέλευσης υψηλών συχνοτήτων. Αν ένα μιγαδικό σήμα $V_i = Ae^{i\omega t}$ ασκηθεί στην είσοδο του κυκλώματος, τότε το σήμα εξόδου, στα άκρα της R , θα είναι



Σχήμα 2.6 Φίλτρο CR διέλευσης υψηλών συχνοτήτων.

$$V_o = V_i \frac{R}{R + \frac{1}{i\omega C}} = V_i \frac{i\omega CR}{1 + i\omega CR} = A \frac{i\omega CR}{1 + i\omega CR} e^{i\omega t} \quad (2.21)$$

Το πλάτος του σήματος στην έξοδο είναι

$$\sqrt{|V_o|^2} = \sqrt{V_o V_o^*} = \frac{\omega CR}{\sqrt{1 + (\omega CR)^2}} A = \frac{A}{\sqrt{1 + (\omega_c / \omega)^2}} \quad \text{όπου} \quad \omega_c \equiv \frac{1}{RC} \quad (2.22)$$

Η απόκριση του φίλτρου
$$\left| \frac{V_o}{V_i} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_c / \omega)^2}} \quad (2.23)$$

δίνεται, συναρτήσει της γωνιακής συχνότητας ω , στο Σχ. 2.6. Στη γωνιακή συχνότητα $\omega = \omega_c = 2\pi f_c$, η μείωση του πλάτους του σήματος είναι ίση με ένα παράγοντα $|V_o/V_i| = 1/\sqrt{2}$. Η συχνότητα f_c είναι η συχνότητα των 3 db. Για συχνότητες μικρές ως προς την f_c , η κλίση της καμπύλης $|V_o/V_i|$, σε λογαριθμική κλίμακα, τείνει στην τιμή 1, δηλαδή για κάθε υποδιπλασιασμό της συχνότητας ο λόγος μειώνεται κατά έναν παράγοντα 2. Λέγεται ότι η καμπύλη απόκρισης του φίλτρου έχει κλίση 6db ανά οκτάβα.

Αν το σήμα στην είσοδο του φίλτρου έχει τη γενική μορφή $V_i(t)$, η διαφορική εξίσωση που δίνει το σήμα στην έξοδο είναι:

$$\frac{dV_i}{dt} - \frac{dV_o}{dt} = \frac{V_o}{RC} \quad \text{ή} \quad \frac{dV_o}{dt} + \frac{V_o}{RC} = \frac{dV_i}{dt} \quad (2.24)$$

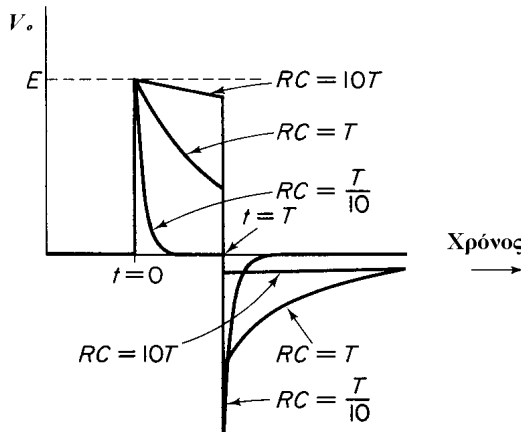
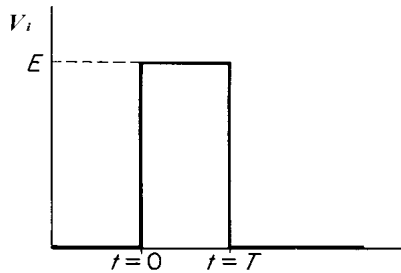
Για σήμα εισόδου έναν τετραγωνικό παλμό ύψους E και διάρκειας T , το σήμα στην έξοδο δίνεται από τις σχέσεις

$$V_o(t) = E e^{-t/RC} \quad \text{για } 0 \leq t < T$$

και

$$V_o(t) = -E(e^{T/RC} - 1)e^{-t/RC} \quad \text{για } t > T. \quad (2.25)$$

(βλ. Σχ. 2.7). Η σταθερά χρόνου του φίλτρου είναι $\tau = RC$. Η επίδραση του φίλτρου στο σήμα φαίνεται ότι είναι η καταπίεση των αργά μεταβαλλόμενων συνιστωσών του.



Σχήμα 2.7 Απόκριση ενός φίλτρου CR διέλευσης υψηλών συχνοτήτων σε έναν τετραγωνικό παλμό ύψους E και διάρκειας T , για διάφορες τιμές της σταθεράς χρόνου $\tau = RC$ του φίλτρου.

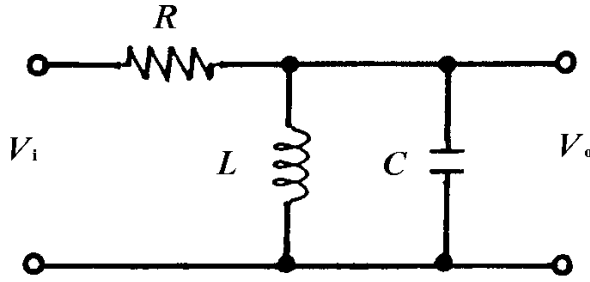
Για μικρές τιμές του λόγου $\tau/T = RC/T$, δηλαδή για $RC \ll T$, η Εξ. 2.24 προσεγγίζει την

$$\frac{V_o}{RC} = \frac{dV_i}{dt}, \quad \text{ή} \quad V_o = RC \frac{dV_i}{dt}. \quad (2.26)$$

Για τον λόγο αυτό, το φίλτρο CR διέλευσης υψηλών συχνοτήτων λέγεται ότι παραγωγίζει το σήμα στην είσοδο.

2.2.3.3 Φίλτρο LC διέλευσης ζώνης συχνοτήτων

Στο κύκλωμα του Σχ. 2.8, φαίνεται ένα φίλτρο LC διέλευσης ζώνης συχνοτήτων. Το σήμα εξόδου V_o έχει την εξής σχέση προς το σήμα εισόδου V_i .



Σχήμα 2.8
Φίλτρο LC διέλευσης
ζώνης συχνοτήτων.

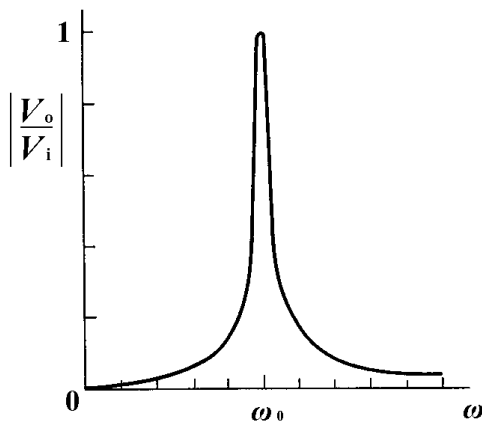
$$V_o = V_i \frac{\frac{1}{i\omega C + \frac{1}{i\omega L}}}{R + \frac{1}{i\omega C + \frac{1}{i\omega L}}} = V_i \frac{1}{1 + R\left(i\omega C + \frac{1}{i\omega L}\right)} = \frac{V_i}{1 + iQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \quad (2.27)$$

όπου

$$\omega_0 \equiv \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad Q \equiv \omega_0 RC = \frac{R}{\omega_0 L}. \quad (2.28)$$

Η απόκριση του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας είναι

$$\left| \frac{V_o}{V_i} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}, \quad (2.29)$$



και φαίνεται στο Σχ. 2.9, για διάφορες τιμές του συντελεστή ποιότητας Q του φίλτρου.

Σχήμα 2.9 Απόκριση, συναρτήσει της συχνότητας, ενός φίλτρου διέλευσης ζώνης συχνοτήτων.

Για τη συχνότητα συντονισμού ω_0 , είναι $|V_o/V_i|=1$. Η απόκριση μειώνεται στην τιμή $|V_o/V_i|=1/\sqrt{2}$ όταν είναι $Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 = 1$, ή στις τιμές της συχνότητας που δίνονται από τις σχέσεις

$$\frac{\omega_1}{\omega_0} = \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}} - \frac{1}{2Q}, \quad \frac{\omega_2}{\omega_0} = \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}} + \frac{1}{2Q}. \quad (2.30)$$

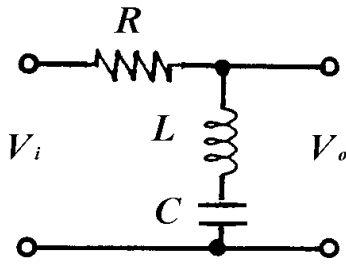
Οι δύο αυτές συχνότητες των 3 db ικανοποιούν τη σχέση $\omega_1\omega_2 = \omega_0^2$. Το εύρος της ζώνης διέλευσης είναι ίσο με

$$\omega_2 - \omega_1 = \frac{\omega_0}{Q}. \quad (2.31)$$

Για μεγάλη επιλεκτικότητα του φίλτρου απαιτείται μεγάλη τιμή του Q .

2.2.3.4 Φίλτρο LC αποκοπής ζώνης συχνοτήτων

Στο κύκλωμα του Σχ. 2.10, φαίνεται ένα φίλτρο LC αποκοπής ζώνης συχνοτήτων.



Σχήμα 2.10 Φίλτρο LC αποκοπής ζώνης συχνοτήτων.

Το σήμα εξόδου V_o έχει την εξής σχέση προς το σήμα εισόδου V_i .

$$V_o = V_i \frac{\frac{1}{i\omega C} + i\omega L}{\frac{1}{i\omega C} + i\omega L + R} = V_i \frac{1 - \omega^2 LC}{1 - \omega^2 LC + i\omega RC} = V_i \frac{1}{1 + \frac{i}{Q} \frac{\omega_0 \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)}}, \quad (2.32)$$

όπου

$$\omega_0 \equiv \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad Q \equiv \frac{1}{\omega_0 RC} = \frac{\omega_0 L}{R}. \quad (2.33)$$

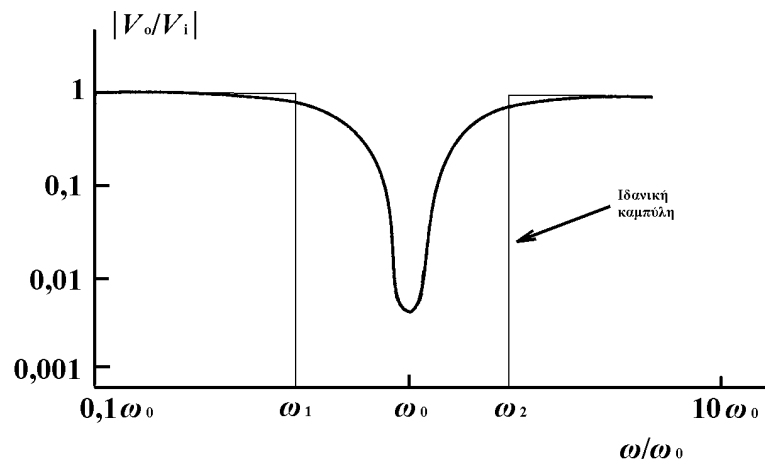
Η απόκριση του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας είναι

$$\left| \frac{V_o}{V_i} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{Q^2} \frac{\omega_0^2 \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2}}}, \quad (2.34)$$

και φαίνεται στο Σχ. 2.11.

Για τη συχνότητα συντονισμού ω_0 , είναι $|V_o/V_i| = 0$, με την προϋπόθεση βέβαια ότι το πηνίο και ο πυκνωτής του κυκλώματος είναι χωρίς απώλειες. Η απόκριση αυξάνει στην τιμή $|V_o/V_i| = 1/\sqrt{2}$ όταν είναι $\frac{1}{Q^2} \frac{\omega_0^2 \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2} = 1$, ή στις τιμές της συχνότητας που δίνονται από τις σχέσεις

$$\frac{\omega_1}{\omega_0} = \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}} - \frac{1}{2Q}, \quad \frac{\omega_2}{\omega_0} = \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}} + \frac{1}{2Q}. \quad (2.35)$$



Σχήμα 2.11 Απόκριση, συναρτήσει της συχνότητας, ενός φίλτρου αποκοπής ζώνης συχνοτήτων.

Οι δύο αυτές συχνότητες των 3 db ικανοποιούν τη σχέση $\omega_1\omega_2 = \omega_0^2$. Το εύρος της ζώνης αποκοπής είναι ίσο με

$$\omega_2 - \omega_1 = \frac{\omega_0}{Q}. \quad (2.36)$$

Για μεγάλη επιλεκτικότητα του φίλτρου απαιτείται μεγάλη τιμή του Q .

2.3 Ενισχυτές

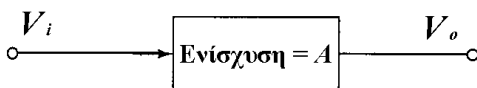
Στην πράξη, όλα τα συστήματα μέτρησης χρησιμοποιούν κάποια μορφή επεξεργασίας του σήματος από τη μετρητική διάταξη, πριν αυτό μεταδοθεί, παρουσιαστεί ή αποθηκευθεί. Το σήμα είναι συνήθως πολύ ασθενές για να χρησιμοποιηθεί περαιτέρω, ή περιέχει ανεπιθύμητες συνιστώσες που πρέπει να αφαιρεθούν, ή ακόμη η μεταφορά του στο επόμενο στάδιο δεν μπορεί να γίνει με ικανοποιητική απόδοση λόγω μεγάλης ασυμφωνίας της αντίστασης εξόδου του τροφοδοτούσας διάταξης με αυτήν της τροφοδοτούμενης που ακολουθεί. Η κυριότερη συνιστώσα της επεξεργασίας του σήματος, τάσης ή ρεύματος, είναι συνήθως η *ενίσχυση*. Αυτό επιτυγχάνεται με τη χρήση *ενισχυτών*. Το εισερχόμενο σήμα εμφανίζεται στην έξοδο του ενισχυτή πολλαπλασιασμένο κατά έναν παράγοντα, γνωστόν ως *ενίσχυση A* του ενισχυτή, και παράλληλα ίσως τροποποιημένο κατά τους τρόπους που μόλις αναφέρθηκαν.

Οι περισσότεροι ενισχυτές που χρησιμοποιούνται σήμερα είναι ημιαγωγικές διατάξεις ή ολοκληρωμένα συστήματα. Οι ηλεκτρονικές λυχνίες κενού χρησιμοποιούνται μόνο για ειδικές χρήσεις. Η σχεδίαση, ανάλυση και χρήση του κατάλληλου ενισχυτή για μια συγκεκριμένη εφαρμογή είναι ένα πολύ περίπλοκο θέμα το οποίο δεν μπορούμε να εξετάσουμε διεξοδικά εδώ. Θα δοθούν μόνο μια βασική παρουσίαση του θέματος, κυρίως σε ό,τι αφορά τη χρήση τελεστικών ενισχυτών για τις απλούστερες εφαρμογές, και χωρίς να ασχοληθούμε με την εσωτερική δομή των κυκλωμάτων του ενισχυτή. Για μια πληρέστερη ανάλυση θα πρέπει κανείς να προστρέξει στην εκτενέστατη βιβλιογραφία για το θέμα.

Για τους σκοπούς της ανάλυσης μας, ο ενισχυτής θα θεωρείται ως ένα "μαύρο κουτί", με κάποιες γνωστές ιδιότητες, όπως η ενίσχυση που παρέχει, οι αντιστάσεις εισόδου και εξόδου, και η απόκριση στις διάφορες συχνότητες του σήματος που ενισχύεται. Το Σχ. 2.12 παριστάνει έναν ενισχυτή με ενίσχυση τάσης ίση με A , που ορίζεται ως

$$A \equiv \frac{V_o}{V_i}, \quad (2.36)$$

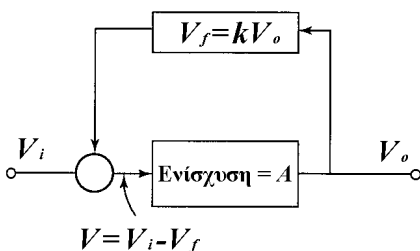
όπου V_i είναι η *τάση εισόδου* και V_o η *τάση εξόδου*. Η ενίσχυση μπορεί να είναι ίση με ένα κλάσμα της μονάδας, έως ένα αρκετά μεγάλο αριθμό, ανάλογα με τις δυνατότητες του ενισχυτή που χρησιμοποιείται.



Σχήμα 2.12 Σχηματική παράσταση ενός ενισχυτή.

2.3.1 Ενισχυτής με ανάδραση

Αν ένα ποσοστό του σήματος στην έξοδο ανακυκλωθεί και επανεισαχθεί στην είσοδο του ενισχυτή, έχουμε έναν ενισχυτή με *ανάδραση* (βλ. Σχ. 2.13). Για ευστάθεια του συστήματος, η ανάδραση είναι αρνητική.



Σχήμα 2.13 Σχηματική παράσταση ενός ενισχυτή με ανάδραση.

2.3.1.1 Η επίδραση της ανάδρασης στην ενίσχυση του ενισχυτή

και έτσι ένα ποσοστό $-k$ του σήματος εξόδου επανεισάγεται στην είσοδο. Η τάση αυτή είναι επομένως ίση με $V_f = -kV_o$ και η τάση στην είσοδο του ενισχυτή είναι $V = V_i + V_f = V_i - kV_o$. Η ενίσχυση του ενισχυτή με ανάδραση είναι τώρα

$$A_f \equiv \frac{V_o}{V_i} = \frac{V_o}{V_o/A - kV_o} = \frac{A}{1 - kA}. \quad (2.37)$$

Αν είναι $kA \gg 1$, τότε η ενίσχυση είναι ίση με

$$A_f = \frac{V_o}{V_i} \approx -\frac{1}{k}. \quad (2.38)$$

Βλέπουμε ότι, με την προϋπόθεση ότι ο ενισχυτής, αυτός καθαυτός, έχει αρκετά μεγάλη ενίσχυση, η ενίσχυσή του όταν χρησιμοποιείται ανάδραση εξαρτάται μόνον από το ποσοστό ανάδρασης που χρησιμοποιείται.

2.3.1.2 Η επίδραση της ανάδρασης στην αντίσταση εισόδου του ενισχυτή

Ορίζουμε την αντίσταση εισόδου του ενισχυτή ως

$$Z_i \equiv \frac{V}{I_i}, \quad (2.39)$$

όπου I_i είναι το ρεύμα εισόδου. Για το σύστημα του ενισχυτή με ανάδραση, η αντίσταση εισόδου είναι

$$Z_{i,f} \equiv \frac{V_i}{I_i}. \quad (2.40)$$

Επομένως, ισχύει η σχέση

$$Z_i = \frac{V}{I_i} = \frac{V_o}{AI_i}, \quad (2.41)$$

ενώ από την Εξ. (2.37)

$$V_i = V_o \left(k + \frac{1}{A} \right) \quad (2.42)$$

Συνδυάζοντας αυτές τις εξισώσεις, έχουμε

$$Z_{i,f} = \frac{V_o(k + 1/A)}{V_o/AZ_i} \quad \text{ή} \quad Z_{i,f} = Z_i(1 + kA). \quad (2.43)$$

Το αποτέλεσμα της ανάδρασης είναι, επομένως, να κάνει την αντίσταση εισόδου του συστήματος μεγαλύτερη από αυτήν του ενισχυτή κατά έναν παράγοντα $(1 + kA)$, ο οποίος μπορεί να είναι πολύ μεγάλος όταν η ενίσχυση του ενισχυτή είναι πολύ μεγάλη.

2.3.1.3 Η επίδραση της ανάδρασης στην αντίσταση εξόδου του ενισχυτή

Η τάση που εμφανίζεται στο εσωτερικό άκρο της αντίστασης εξόδου Z_o του ενισχυτή είναι AV . Αν το ρεύμα στην έξοδο του ενισχυτή είναι I_o , η τάση στην έξοδο θα είναι

$$V_o = AV - I_o Z_o . \quad (2.44)$$

Για $V_i = 0$, η τάση στην είσοδο του ενισχυτή θα είναι $-kV_o$ και επομένως

$$V_o = AkV_o - I_o Z_o \quad \text{ή} \quad V = \frac{I_o Z_o}{1 + kA} . \quad (2.45)$$

Η αντίσταση εισόδου του συστήματος με ανάδραση, η οποία ορίζεται ως

$$Z_{o,f} \equiv \frac{V_o}{I_o} , \quad (2.46)$$

γίνεται επομένως

$$Z_{o,f} = \frac{Z_o}{1 + kA} . \quad (2.47)$$

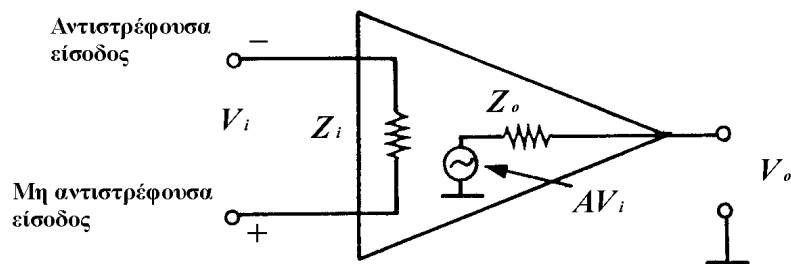
Το αποτέλεσμα της ανάδρασης είναι, επομένως, να κάνει την αντίσταση εξόδου του συστήματος μικρότερη από αυτήν του ενισχυτή κατά έναν παράγοντα $(1 + kA)$.

2.3.2 Ο τελεστικός ενισχυτής

Χρησιμοποιούμε τον όρο *διαφορικός ενισχυτής* για να περιγράψουμε έναν ενισχυτή με δύο εισόδους και μία έξοδο, στην οποία εμφανίζεται ένα σήμα ανάλογο της διαφοράς των σημάτων στις δύο εισόδους. Το κύριο πλεονέκτημα του διαφορικού ενισχυτή είναι η ικανότητά του να εξουδετερώνει ένα σήμα που είναι κοινό στις δύο εισόδους σε ένα βαθμό που μερικές φορές ξεπερνά το ένα μέρος στα 10^6 . Ο λόγος αυτός είναι γνωστός ως *λόγος απόρριψης κοινού σήματος*, CMRR. Με τον τρόπο αυτό μπορούν να αφαιρεθούν, από ασθενή σήματα στις εισόδους, αρκετά έντονες παρασιτικές συνιστώσες, όπως π.χ. αυτές που οφείλονται στο δίκτυο τροφοδοσίας (50 Hz).

Ένας *τελεστικός ενισχυτής* (TE) (*operational amplifier*) είναι ένα γραμμικό ολοκληρωμένο κύκλωμα αποτελούμενο από πολλά στάδια διαφορικών ενισχυτών συνδεδεμένων σε σειρά. Τροφοδοτείται με τάσεις λειτουργίας συνήθως ± 15 V, μολονότι τα κυκλώματα σε σύγχρονα φορητά ηλεκτρονικά συστήματα (υπολογιστές χεριού, κινητά τηλέφωνα, κ.λπ.), οδήγησαν στην ανάπτυξη τελεστικών ενισχυτών που λειτουργούν με τάσεις ± 5 V .

Τα βασικά χαρακτηριστικά ενός TE φαίνονται στο Σχ. 2.14. Οι δύο εισοδοί του TE ονομάζονται *αντιστρέφουσα είσοδος* και *μη αντιστρέφουσα είσοδος*, λόγω της σχέσης που έχει το σήμα στην έξοδο με τα σήματα στις δύο αυτές εισόδους. Ο ενισχυτής χαρακτηρίζεται από την ενίσχυση του σήματος A που παρέχει και το εύρος της ζώνης συχνοτήτων για τις οποίες η ενίσχυση αυτή παρέχεται, από την αντίσταση εισόδου του Z_i , και την αντίσταση εξόδου του Z_o . Άλλο σημαντικό χαρακτηριστικό του TE είναι



Σχήμα 2.14 Σχηματική παράσταση ενός τελεστικού ενισχυτή.

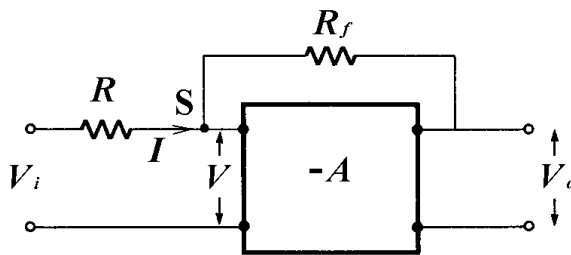
και ο ηλεκτρονικός θόρυβος που αυτός προσθέτει στο σήμα. Σημαντικά επίσης χαρακτηριστικά είναι και η ευστάθεια του ΤΕ και η ευαισθησία του σε μεταβολές στην τάση τροφοδοσίας. Στον πίνακα που ακολουθεί δίνονται οι τιμές των κυριότερων από αυτά τα χαρακτηριστικά σε έναν ιδανικό ΤΕ και σε πραγματικούς ΤΕ.

Πίνακας 2.1 Χαρακτηριστικά ενός ιδανικού και πραγματικών ΤΕ

Χαρακτηριστικό	Ιδανική τιμή	Τυπικές πραγματικές τιμές
Ενίσχυση ανοικτού βρόχου, A	∞	100000 V/V
Αντίσταση εισόδου, Z_i	∞	10^5 έως $10^{11} \Omega$
Αντίσταση εξόδου, Z_o	0	1 έως 10Ω
Ζώνη διέλευσης συχνοτήτων	0 έως ∞	dc έως 1 MHz (σε $A=1$)
Λόγος απόρριψης κοινού σήματος, CMRR	∞	10^4 έως 10^7
Θόρυβος στην είσοδο	0	10 έως 500 nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$

2.3.3 Απλές λειτουργίες του τελεστικού ενισχυτή

Θα εξετάσουμε τώρα τις επιπτώσεις της χρήσης αρνητικής ανάδρασης σε έναν ΤΕ.



Σχήμα 2.15 Συνδεσμολογία τελεστικού ενισχυτή με αρνητική ανάδραση.

Με αναφορά στο Σχ. XX.15, βλέπουμε ότι το ρεύμα προς την αντιστρέφουσα είσοδο του ΤΕ μπορεί να θεωρηθεί σχεδόν ίσο με μηδέν, γιατί η αντίσταση εισόδου του ΤΕ είναι πολύ μεγάλη. Έτσι, για τα ρεύματα στο σημείο αυτό (S) ισχύει η σχέση:

$$\frac{V_i - V}{R} = \frac{V - V_o}{R_f} \quad (2.48)$$

Επειδή είναι $V_o = -AV$, η σχέση αυτή δίνει

$$V_o \left(1 + \frac{1}{A} + \frac{R_f}{AR} \right) = -\frac{R_f}{R} V_i \quad (2.49)$$

Δεδομένου ότι το A είναι πολύ μεγάλο, προκύπτει ότι

$$V_o = -\frac{R_f}{R} V_i \quad (2.50)$$

ή ότι η ενίσχυση τάσης είναι απλώς ίση με $-R_f/R$ και ρυθμίζεται μόνο από τα σχετικά μεγέθη των αντιστάσεων R και R_f .

Το σημείο S έχει ιδιαίτερη σημασία σε έναν ΤΕ. Η ενεργός αντίσταση του σημείου αυτού ως προς τη γη είναι

$$Z_s = \frac{V}{I_i} = \frac{VR_f}{V - V_o} = \frac{R_f}{1 - V_o/V} = \frac{R_f}{1 + A} \quad (2.51)$$

η οποία είναι πολύ μικρή (της τάξης των 10 Ω). Η χαμηλή αυτή αντίσταση προκύπτει από τη χρήση αρνητικής ανάδρασης τάσης, η οποία εξουδετερώνει το σήμα εισόδου στο S και το κρατά ουσιαστικά σε μηδενικό δυναμικό. Για το λόγο αυτό, το σημείο S ονομάζεται *ουσιαστικό σημείο γης*. Προκύπτει αμέσως ότι η αντίσταση προς τη γη, όπως φαίνεται από την είσοδο της διάταξης, είναι απλώς ίση με R.

Να σημειωθεί ότι, αν αντί των καθαρών ωμικών αντιστάσεων R και R_f χρησιμοποιηθούν γενικά σύνθετες αντιστάσεις Z και Z_f, αντίστοιχα, η ενίσχυση του σήματος παίρνει τη μορφή

$$V_o = -\frac{Z_f}{Z} V_i. \quad (2.52)$$

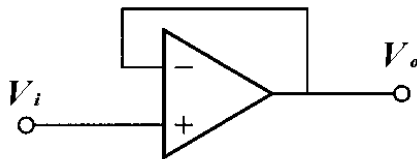
Οι Z και Z_f μπορούν να έχουν γενικά μιγαδική μορφή (π.χ. 1/iωC ή iωL) και τα V_o και V_i θα είναι και αυτά μιγαδικά. Η ενίσχυση θα έχει τότε μιγαδική τιμή, με όλες τις συνακόλουθες επιπτώσεις που αυτό έχει στη διαφορά φάσης μεταξύ σήματος εξόδου και σήματος εισόδου.

Τα χαρακτηριστικά που αναφέρθηκαν, κάνουν τους ΤΕ ιδανικούς για κάποιες απλές λειτουργίες, οι οποίες και περιγράφονται παρακάτω.

2.3.3.1 Ακόλουθος τάσης

Το Σχ. 2.16 δείχνει τη συνδεσμολογία ενός ΤΕ που χρησιμοποιείται ως *ακόλουθος τάσης*. Η ονομασία πηγάζει από το γεγονός ότι το σήμα εξόδου ακολουθεί ακριβώς το σήμα εισόδου (με ενίσχυση A = 1). Η σχέση ανάμεσα στις τάσεις εισόδου και εξόδου είναι

$$V_o = AV_i - AV_o \quad \text{ή} \quad V_i = \frac{A}{1 + A} V_o \approx V_o. \quad (2.53)$$

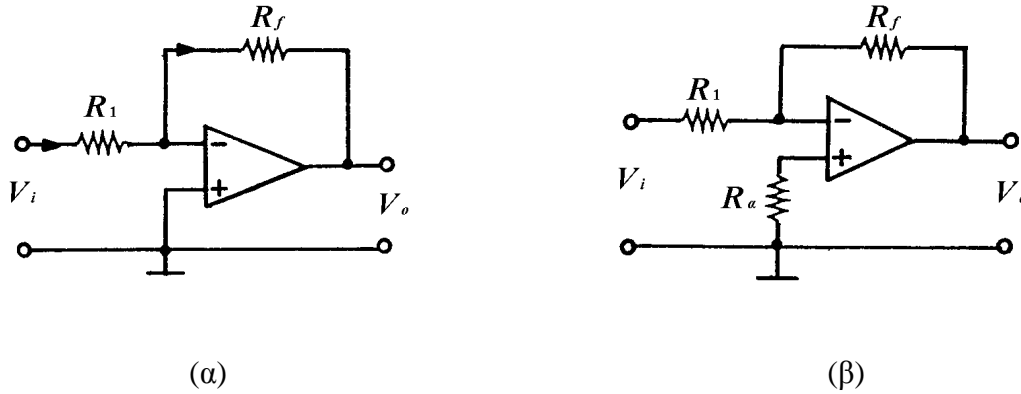


Σχήμα 2.16 Τελεστικός ενισχυτής συνδεδεμένος ως ακόλουθος τάσης.

Το πλεονέκτημα του κυκλώματος είναι ότι η συνδεσμολογία αυτή δίνει στο σύστημα τη μεγαλύτερη αντίσταση εισόδου και τη μικρότερη αντίσταση εξόδου, με αποτέλεσμα τα κυκλώματα στα αριστερά και στα δεξιά του ΤΕ να αλληλεπιδρούν σε αμελητέο βαθμό. Έτσι, μια τάση μπορεί να ληφθεί από ένα σημείο ενός κυκλώματος, για μέτρηση ή επεξεργασία, χωρίς η λειτουργία του κυκλώματος να επηρεασθεί.

2.3.3.2 Ενισχυτής με αντιστροφή

Το Σχ. 2.17(α) δείχνει τη συνδεσμολογία ενός ΤΕ που χρησιμοποιείται ως απλός ενισχυτής, με αντιστροφή του σήματος. Η μη αντιστρέφουσα είσοδος γειώνεται και το σήμα για ενίσχυση οδηγείται στην αντιστρέφουσα είσοδο του ΤΕ μέσα από μια αντίσταση R_1 . Η ενίσχυση είναι, σύμφωνα με την Εξ. 2.50, $-R_f/R_1$.



Σχήμα 2.17 (α) Τελεστικός ενισχυτής συνδεδεμένος ως ενισχυτής με αντιστροφή. (β) Ενισχυτής με αντιστροφή και αντιστάθμιση της τάσης εισόδου.

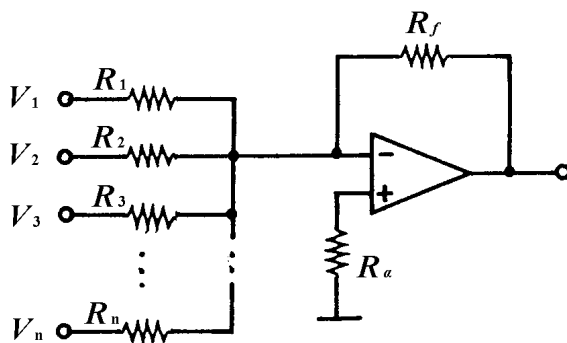
Στο κύκλωμα του Σχ. 2.17(β), η μη αντιστρέφουσα είσοδος του ΤΕ έχει συνδεθεί με τη γη μέσω μιας αντίστασης. Αυτό επιτυγχάνει την αντιστάθμιση του ρεύματος πόλωσης της εισόδου, έτσι ώστε για μηδενική τάση εισόδου να υπάρχει μηδενική τάση στην έξοδο. Αποδεικνύεται ότι για πλήρη αντιστάθμιση η τιμή της αντίστασης R_a πρέπει να είναι ίση με

$$R_a = \frac{R_1 R_f}{R_1 + R_f}. \quad (2.54)$$

2.3.3.3 Ενισχυτής αθροιστής με αντιστροφή

Το κύκλωμα του Σχ. 2.18 αθροίζει, ενισχύει και αντιστρέφει τις τάσεις $V_1, V_2, V_3, \dots, V_n$, που εφαρμόζονται στην είσοδο μέσω των αντιστάσεων $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$. Η τάση στην έξοδο είναι

$$V_o = -\left(\frac{R_f}{R_1}V_1 + \frac{R_f}{R_2}V_2 + \frac{R_f}{R_3}V_3 + \dots + \frac{R_f}{R_n}V_n\right). \quad (2.55)$$



Σχήμα 2.18. ΤΕ συνδεδεμένος ως ενισχυτής αθροιστής με αντιστροφή.

Η αντίσταση αντιστάθμισης R_a δίνεται από τον παράλληλο συνδυασμό όλων των άλλων αντιστάσεων:

$$\frac{1}{R_a} = \frac{1}{R_f} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \dots + \frac{1}{R_n}. \quad (2.56)$$

Πολλά σήματα μπορούν να αθροιστούν με αυτόν τον τρόπο. Επειδή η αντιστρέφουσα είσοδος του ΤΕ βρίσκεται ουσιαστικά σε μηδενικό δυναμικό, δεν υπάρχει αλληλεπίδραση ανάμεσα στις πηγές των αθροιζόμενων σημάτων.

2.3.3.4 Μετατροπέας ρεύματος σε τάση

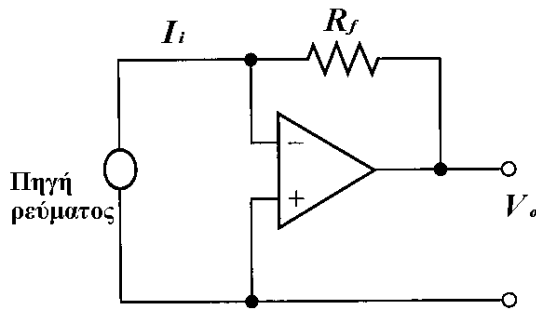
Το κύκλωμα του Σχ. 2.19 μετατρέπει το ρεύμα στην είσοδό του σε τάση στην έξοδο του ΤΕ. Από την άθροιση των ρευμάτων στην αντιστρέφουσα είσοδο του ΤΕ,

$$I_i - \frac{V_o}{R_f} = 0, \quad (2.57)$$

έχουμε τάση στην έξοδο ίση με

$$V_o = R_f I_i, \quad (2.58)$$

δηλαδή ανάλογη του ρεύματος στην είσοδο.



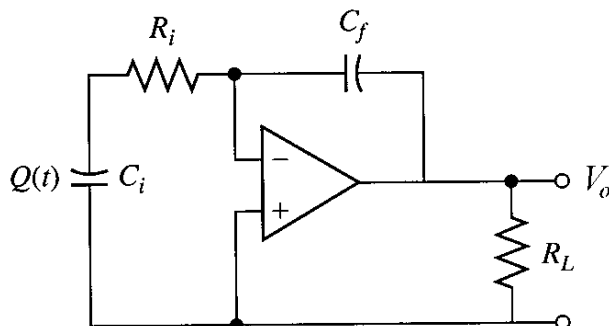
Σχήμα 2.19 ΤΕ συνδεδεμένος ως μετατροπέας ρεύματος σε τάση.

2.3.3.5 Μετατροπέας φορτίου σε τάση

Το κύκλωμα του Σχ. 2.20 μετατρέπει το φορτίο στα άκρα ενός πυκνωτή σε τάση στην έξοδο του ΤΕ. Η τάση στην έξοδο, για $C_f \gg C_i$, είναι ίση με

$$V_o = \frac{Q(t)}{C_f}. \quad (2.59)$$

Το κύκλωμα είναι χρήσιμο όταν χρειάζεται να μετρηθεί το σήμα από transducer, το οποίο είναι φορτίο. Παραδείγματα είναι το σήμα από πιεζοηλεκτρικό κρύσταλλο ο οποίος παράγει φορτίο όταν συμπιεστεί, ή το σήμα από μικρόφωνο με πυκνωτή.



Σχήμα 2.20.

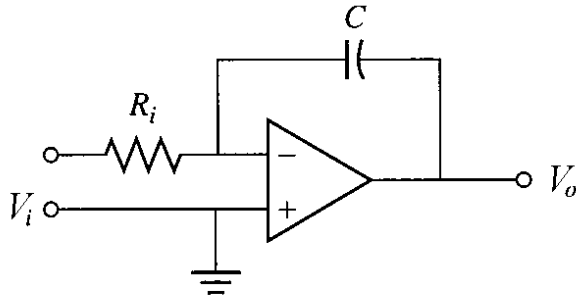
ΤΕ συνδεδεμένος ως μετατροπέας φορτίου σε τάση.

2.4 Ενεργά ηλεκτρικά φίλτρα

Οι τελεστικοί ενισχυτές προσφέρονται για χρήση σε ενεργά κυκλώματα ηλεκτρικών φίλτρων.

2.4.1 Ενεργό φίλτρο RC διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων (κύκλωμα ολοκλήρωσης)

Το κύκλωμα του Σχ. 2.21 δρα ως φίλτρο διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων.



Σχήμα 2.21. Ενεργό φίλτρο RC διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων.

Για ένα μιγαδικό σήμα $V_i = Be^{i\omega t}$ στην είσοδο του κυκλώματος, το σήμα στην έξοδο θα είναι, σύμφωνα με την Εξ. 2.52,

$$V_o = -\frac{1}{i\omega C R_i} V_i = -\frac{1}{i\omega C R_i} V_i. \quad (2.60)$$

Αυτό ισοδυναμεί με ολοκλήρωση του σήματος εισόδου. Αν, για παράδειγμα, το σήμα στην είσοδο είναι $V_i = B \cos(\omega t)$, θα πρέπει να πάρουμε το πραγματικό μέρος της Εξ.

2.60, και το σήμα εξόδου θα είναι ίσο με $V_o = -\frac{B}{\omega C R_i} \sin(\omega t)$. Αυτό είναι ανάλογο του

αντιστρόφου του ολοκληρώματος του σήματος εισόδου. Φαίνεται επίσης ότι, λόγω της παρουσίας της ω στον παρονομαστή, η ενίσχυση είναι μεγαλύτερη για τις χαμηλές συχνότητες. Κατ' αναλογία με όσα ειπώθηκαν στην παράγραφο 2.2.3.1, η απόκριση του φίλτρου είναι

$$\left| \frac{V_o}{V_i} \right| = \frac{\omega_c}{\omega}, \quad \text{όπου} \quad \omega_c \equiv \frac{1}{R_i C}, \quad (2.61)$$

με την προϋπόθεση, φυσικά, ότι ο πυκνωτής δεν έχει απώλειες.

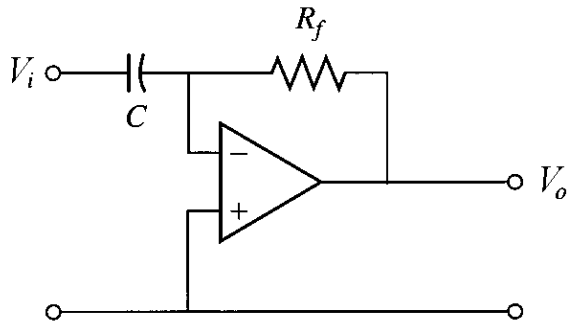
Εναλλακτικά, επειδή η αντιστρέφουσα είσοδος του ΤΕ βρίσκεται ουσιαστικά σε μηδενικό δυναμικό, είναι

$$V_o = \frac{Q}{C} = -\frac{1}{C} \int_0^t I_i dt = -\frac{1}{R_i C} \int_0^t V_i dt. \quad (2.62)$$

Το ολοκλήρωμα αθροίσματος σημάτων μπορεί να επιτευχθεί με πολλαπλά σήματα στην είσοδο, μέσω των αντιστοίχων αντιστάσεων.

2.4.2 Ενεργό φίλτρο CR διέλευσης υψηλών συχνοτήτων (κύκλωμα παραγωγίσις)

Το κύκλωμα του Σχ. 2.22 δρα ως φίλτρο διέλευσης υψηλών συχνοτήτων.



Σχήμα 2.22.
Ενεργό φίλτρο RC διέλευσης
υψηλών συχνοτήτων.

Για ένα μιγαδικό σήμα $V_i = Be^{i\omega t}$ στην είσοδο του κυκλώματος, το σήμα στην έξοδο θα είναι, σύμφωνα με την Εξ. 2.52,

$$V_o = -\frac{R_f}{\frac{1}{i\omega C}} V_i = -i\omega CR_f V_i. \quad (2.63)$$

Αυτό ισοδυναμεί με παραγωγή του σήματος εισόδου. Αν, για παράδειγμα, το σήμα στην είσοδο είναι $V_i = B\cos(\omega t)$, θα πρέπει να πάρουμε το πραγματικό μέρος της Εξ. 2.63, και το σήμα εξόδου θα είναι ίσο με $V_o = B\omega CR_f \sin(\omega t)$. Αυτό είναι ανάλογο της παραγωγού του σήματος εισόδου. Φαίνεται επίσης ότι, λόγω της παρουσίας του παράγοντα ω , η ενίσχυση είναι μεγαλύτερη για τις υψηλές συχνότητες. Κατ' αναλογία με όσα ειπώθηκαν στην παράγραφο 2.2.3.1, η απόκριση του φίλτρου είναι

$$\left| \frac{V_o}{V_i} \right| = \frac{\omega}{\omega_c}, \quad \text{όπου} \quad \omega_c \equiv \frac{1}{R_f C}, \quad (2.64)$$

με την προϋπόθεση, φυσικά, ότι ο πυκνωτής δεν έχει απώλειες.

Εναλλακτικά, αθροίζοντας ρεύματα στην αντιστρέφουσα είσοδο του ΤΕ, βρίσκουμε ότι

$$-\frac{V_o}{R_f} = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt}(CV_i) = C \frac{dV_i}{dt}, \quad \text{και} \quad V_o = -RC \frac{dV_i}{dt}. \quad (2.65)$$

Η παράγωγος αθροίσματος σημάτων μπορεί να επιτευχθεί με πολλαπλά σήματα στην είσοδο, μέσω των αντιστοίχων πυκνωτών. Το κύκλωμα παραγωγής είναι συζευγμένο στο κύκλωμα παροχής του σήματος μέσω ενός πυκνωτή. Τα συνεχή σήματα, επομένως, αποκόπτονται. Θόρυβος υψηλών συχνοτήτων ενισχύεται, όμως, και αποτελεί πρόβλημα σε ένα τέτοιο κύκλωμα.