

## 7. Συστήματα αναφοράς. Υποθετικές δυνάμεις

### Βιβλιογραφία

C. Kittel, W. D. Knight, M. A. Ruderman, A. C. Helmholtz και B. J. Moyer, *Μηχανική*. Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Ε.Μ.Π., 1998. Κεφ. 4.

### 7.1 Αδρανειακά συστήματα αναφοράς

Ο πρώτος και ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα ισχύουν μόνο ως προς αδρανειακά συστήματα αναφοράς. Με αυτό εννοούμε ότι:

1. Υπάρχουν συστήματα αναφοράς, ως προς τα οποία ένα σώμα που δεν υφίσταται δυνάμεις κινείται με σταθερή ταχύτητα (ή παραμένει ακίνητο). Γνωρίζουμε ότι ένα σώμα δεν υφίσταται δυνάμεις, αν βρίσκεται πολύ μακριά από άλλα σώματα.
2. Αν ως προς ένα σύστημα αναφοράς ένα σώμα που δεν υφίσταται δυνάμεις κινείται με σταθερή ταχύτητα (ή παραμένει ακίνητο), τότε το σύστημα αναφοράς είναι αδρανειακό.

Στην πράξη, το σύστημα αναφοράς μέσα στο οποίο οι "απλανείς αστέρες" (ακριβέστερα οι πολύ μακρυνοί γαλαξίες) έχουν μηδενική μέση ταχύτητα, θεωρείται ότι είναι *το κατ' εξοχήν αδρανειακό σύστημα αναφοράς*. Κάθε σύστημα που κινείται με σταθερή ταχύτητα ως προς αυτό το σύστημα είναι και αυτό ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς.

Ο Ήλιος είναι μια πολύ καλή προσέγγιση αδρανειακού συστήματος αναφοράς, έχοντας μια πολύ μικρή κεντρομόλο επιτάχυνση προς το κέντρο του Γαλαξία, της τάξης του  $3 \times 10^{-10} \text{ m/s}^2$ .

Συστήματα αναφοράς ακίνητα πάνω στην επιφάνεια της Γης μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως αδρανειακά συστήματα αναφοράς, αν γίνουν διορθώσεις για την επιτάχυνση προς το κέντρο της Γης λόγω της περιστροφής της γύρω από τον άξονά της ( $0,034 \text{ m/s}^2$  στον Ισημερινό), και την επιτάχυνση προς τον Ήλιο λόγω της περιφοράς της γύρω από αυτόν ( $0,006 \text{ m/s}^2$ ).

### 7.2 Οι παραδοχές της κλασικής Μηχανικής

Η κλασική Μηχανική στηρίζεται στις εξής παραδοχές:

1. Ο χώρος είναι Ευκλείδειος (ισχύει το αξίωμα των παραλλήλων, το Πυθαγόρειο θεώρημα κ.λπ.).
2. Ο χώρος είναι ισότροπος (π.χ. η αδρανειακή μάζα ενός σώματος είναι ανεξάρτητη από την κατεύθυνση προς την οποία αυτό επιταχύνεται).
3. Η Γη χρησιμοποιείται ως αδρανειακό σύστημα αναφοράς, αφού γίνουν οι κατάλληλες διορθώσεις για την περιστροφή της γύρω από τον άξονά της και την περιφορά της γύρω από τον Ήλιο.
4. Ισχύει ο νόμος του Νεύτωνα για την παγκόσμια έλξη.

### 7.3 Υποθετικές δυνάμεις

Υποθετικές είναι οι δυνάμεις που φαίνονται να υπάρχουν μέσα σε ένα μη αδρανειακό σύστημα αναφοράς (επιταχυνόμενο σύστημα), όταν αυτό θεωρείται αδρανειακό.

Σε ένα αδρανειακό σύστημα ισχύει ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα. Για ένα σώμα ισχύει η

$$\vec{F} = M \vec{a}, \quad (7.1)$$

όπου  $\vec{a}_I$  είναι η επιτάχυνση που μετράται στο αδρανειακό σύστημα. Έστω τώρα ένα μη αδρανειακό σύστημα αναφοράς που επιταχύνεται ως προς το αδρανειακό με επιτάχυνση  $\vec{a}_0$ . Αν στο μη αδρανειακό σύστημα αναφοράς το σώμα παρατηρείται να έχει επιτάχυνση  $\vec{a}$ , θα είναι  $\vec{a}_I = \vec{a} + \vec{a}_0$  και επομένως

$$\vec{F} = M(\vec{a} + \vec{a}_0) . \quad (7.2)$$

Αν εφαρμόσουμε τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα στο μη αδρανειακό σύστημα αναφοράς και θεωρήσουμε ότι για το σώμα ισχύει η σχέση

$$(Μάζα) (Επιτάχυνση) = M\vec{a} = (\text{Εξωτερικές δυνάμεις}),$$

η Εξ. (7.2) θα δώσει

$$M\vec{a} = \vec{F} - M\vec{a}_0 = \vec{F} + \vec{F}_0 \quad (7.3)$$

όπου τώρα για να είναι σωστή η εξίσωση κίνησης έχουμε προσθέσει στις δυνάμεις και τη "δύναμη"

$$\vec{F}_0 = -M\vec{a}_0 . \quad (7.4)$$

Η δύναμη αυτή δεν ασκείται από κάποιον εξωτερικό παράγοντα και εμφανίζεται στην εξίσωση λόγω της επιτάχυνσης του συστήματος αναφοράς ως προς τα αδρανειακά συστήματα αναφοράς. Για τον λόγο αυτό ονομάζεται *υποθετική δύναμη*.

Συνοψίζοντας: Υποθετική δύναμη ή ψευδοδύναμη ή δύναμη αδράνειας είναι η δύναμη που πρέπει να προστεθεί στις πραγματικές ώστε το άθροισμα να γίνει ίσο με  $M\vec{a}$ , όπου  $\vec{a}$  είναι η επιτάχυνση στο μη αδρανειακό σύστημα αναφοράς. Αν η επιτάχυνση του μη αδρανειακού συστήματος αναφοράς είναι  $\vec{a}_0$ , η υποθετική δύναμη είναι ίση με  $\vec{F}_0 = -M\vec{a}_0$ . Έτσι έχουμε  $M\vec{a} = \vec{F} - M\vec{a}_0$ .

## Προβλήματα

**7.1** (α) Ένας άνθρωπος με μάζα 70 kg στέκεται μέσα σε έναν ανελκυστήρα που κινείται κατακόρυφα, επιταχυνόμενος. Ο άνθρωπος πατάει πάνω σε μια ζυγαριά. Πόσο βάρος θα δείξει η ζυγαριά, αν η επιτάχυνση του ανελκυστήρα ως προς τη Γη είναι (μετρούμενη ως θετική προς τα πάνω): (i) μηδέν, (ii)  $1,2 \text{ m/s}^2$ , και (iii)  $-9,8 \text{ m/s}^2$ ;

(β) Περιγράψτε τις δυνάμεις που δρουν πάνω στον άνθρωπο σύμφωνα με έναν παρατηρητή που βρίσκεται: (i) ακίνητος στο έδαφος και (ii) ακίνητος μέσα στον ανελκυστήρα.



**7.2** Σε ένα λούνα παρκ υπάρχει ένα κυλινδρικό δωμάτιο με ακτίνα  $R$ , το οποίο μπορεί να περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του. Ένας άνθρωπος μπαίνει μέσα στον κύλινδρο και ακουμπά στον τοίχο. Ο κύλινδρος αρχίζει να περιστρέφεται με αυξανόμενη γωνιακή ταχύτητα, ώσπου σε κάποια στιγμή το πάτωμα κάτω από τα πόδια του ανθρώπου πέφτει. Αν τότε η γωνιακή ταχύτητα είναι  $\omega$ , βρείτε την ελάχιστη τιμή του συντελεστή τριβής που απαιτείται για να μη γλιστρήσει ο άνθρωπος προς τα κάτω.

## 7.4 Ο μετασχηματισμός του Γαλιλαίου

Πειραματικά βρίσκεται ότι η απόλυτη ταχύτητα δεν έχει κανένα νόημα και ότι μόνο σχετικές ταχύτητες είναι μετρήσιμες και έχουν φυσική σημασία. Αυτό οδηγεί στην

**Υπόθεση του Γαλιλαίου για το αναλλοίωτο:** Οι βασικοί νόμοι της Φυσικής είναι ταυτόσημοι για όλα τα συστήματα αναφοράς που κινούνται με ομοιόμορφη ταχύτητα (χωρίς επιτάχυνση) το ένα ως προς το άλλο.

**Ο μετασχηματισμός του Γαλιλαίου.** Αν  $S$  και  $S'$  είναι δύο αδρανειακά συστήματα αναφοράς, και το  $S'$  κινείται με ταχύτητα  $\vec{V}$  ως προς το  $S$ , τότε ένα συμβάν που έχει συντεταγμένες  $(\vec{r}, t)$

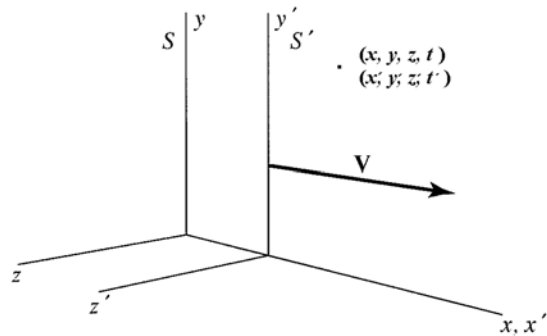
το  $S$ , θα έχει συντεταγμένες  $(\vec{r} - \vec{V}t, t)$  στο  $S'$ .

Αναλυτικά,

$$x' = x - Vt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t, \quad (7.5)$$

και αντιστρόφως

$$x = x' + Vt', \quad y = y', \quad z = z', \quad t = t', \quad (7.5\alpha)$$



Ο νόμος της προσθήκης των ταχυτήτων

Από τις Εξ. (7.5), προκύπτει ότι

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d(x' + Vt')}{dt} = \frac{dx'}{dt} + V = v'_x + V \quad (7.6)$$

και

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{dt} = v'_y, \quad v_z = \frac{dz}{dt} = \frac{dz'}{dt} = v'_z,$$

ή γενικά

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}. \quad (7.7)$$

Οι βασικοί νόμοι της Φυσικής παραμένουν αμετάβλητοι ως προς τη μορφή τους όταν διατυπώνονται σε δύο συστήματα αναφοράς που συνδέονται μέσω του μετασχηματισμού του Γαλιλαίου.