ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10

ΣΥΜΒΟΛΗ ΚΑΙ ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ

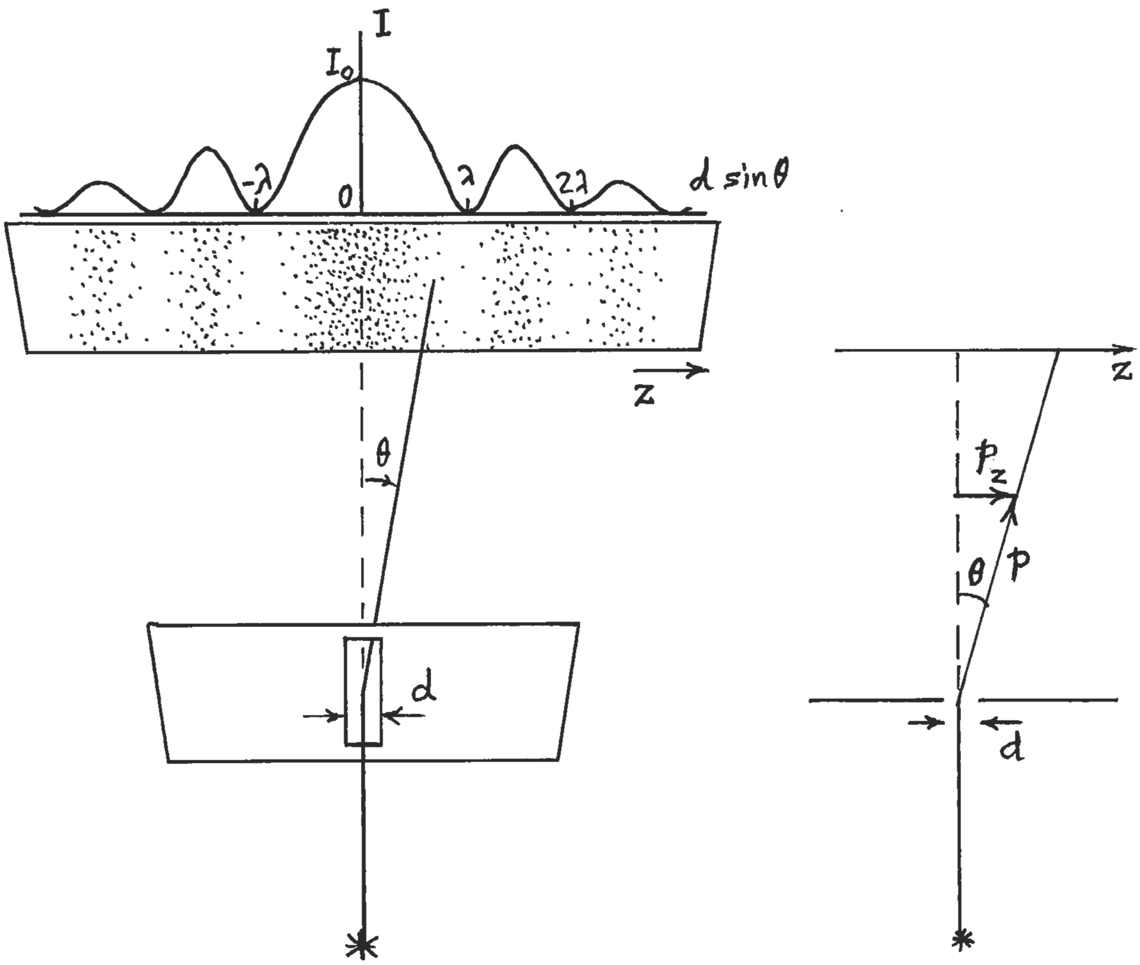
10.1 Περίθλαση από μια σχισμή και αρχή της απροσδιοριστίας

Όταν φως μήκους κύματος λ περιθλάται από σχισμή πλάτους d, η ένταση των κροσσών που παρατηρούνται (βλ. Σχ.10.1) δίνεται από τη σχέση

$$I = I_0 \frac{\sin^2\alpha}{\alpha^2} \qquad \text{όπου} \qquad \alpha = \frac{\pi}{\lambda} d \sin\theta. \tag{10.1}$$

Τα πρώτα ελάχιστα παρατηρούνται για $\alpha = \pm \pi$, δηλαδή για γωνιακή απόκλιση ίση με $\pm \theta_1$, όπου

$$d \sin\theta_1 = \lambda. \tag{10.2}$$



Σχ.10.1 Περίθλαση φωτονίων κατά τη διέλευσή τους από στενή σχισμή.

Από το εμβαδόν της επιφάνειας κάτω από την καμπύλη, φαίνεται ότι το μεγαλύτερο ποσοστό του φωτός περιθλάται σε γωνίες μέχρι $\pm\ \theta_1$.

Είναι εκπληκτικό ότι, μειώνοντας την ένταση του φωτός σε πολύ χαμηλά επίπεδα ώστε τα φωτόνια να περνούν μέσα από τη σχισμή ένα κάθε φορά, δεν μεταβάλλουμε την εικόνα συμβολής. Βεβαίως θα πρέπει να περιμένουμε για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα για να έχουμε την ίδια ολική έκθεση στο φως. Το τελικό όμως αποτέλεσμα παραμένει το ίδιο. Θα έλεγε κανείς ότι το κάθε φωτόνιο συμβάλλει με τον εαυτό του. Η συμπεριφορά αυτή ερμηνεύεται από την Κυματομηχανικής κάνοντας χρήση εννοιών που αποκλίνουν από αυτές της Κλασικής Φυσικής.

Αν αναφερθούμε σε ένα μόνο φωτόνιο που περνά μέσα από τη σχισμή, τότε το μέγεθος I εκφράζει την πυκνότητα πιθανότητας να βρεθεί το φωτόνιο, μετά την περίθλασή του, με ορμή που έχει κατεύθυνση σε κάποια γωνία θ ως προς την αρχική του. Έτσι, μετά τη διέλευσή του από τη σχισμή, το φωτόνιο κινείται σε κατεύθυνση που βρίσκεται πιθανότατα ανάμεσα στα όρια $\pm\ \theta_1$.

Αν η ορμή του φωτονίου είναι p, τότε η συνιστώσα z της ορμής του,

$p_z = p \sin\theta$, πιθανότατα θα βρίσκεται ανάμεσα στα όρια $\pm\ p \sin\theta_1$.

Από τη σχέση (10.2) προκύπτει ότι

$$d\ (p \sin\theta_1) = p\lambda. \tag{10.3}$$

Αν $\Delta z = d$ είναι η αβεβαιότητα στη θέση του φωτονίου κατά μήκος του άξονα των z, και $\Delta p_z = p \sin\theta_1$ είναι η αβεβαιότητα στην ορμή του φωτονίου στην ίδια κατεύθυνση μετά τη διέλευσή του από τη σχισμή, τότε, σύμφωνα με την (10.3), ισχύει η σχέση

$$\Delta z \cdot \Delta p_z = p\lambda \tag{10.4}$$

ή, σε ανηγμένα μεγέθη,

$$\left(\frac{\Delta z}{\lambda}\right) \cdot \left(\frac{\Delta p_z}{p}\right) = 1. \tag{10.5}$$

Είναι γνωστό ότι για ένα φωτόνιο που έχει ενέργεια E, ορμή p και συχνότητα ν, ισχύουν οι σχέσεις

$$E = h\nu \qquad \text{και} \qquad p = \frac{E}{c} = \frac{h}{\lambda}, \tag{10.6}$$

όπου c είναι η ταχύτητα του φωτός στο κενό και h η σταθερά του Planck, ίση με $h = 6{,}63\ 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s} = 4{,}14\ 10^{-15}\ \mathrm{eV \cdot s}$. Επομένως, η Εξ.(10.4) δίνει

$$\Delta z \cdot \Delta p_z = h \tag{10.7}$$

Η σχέση αυτή είναι γνωστή ως **αρχή της απροσδιοριστίας** ή **αρχή της αβεβαιότητας του Heisenberg**.

Στενεύοντας τη σχισμή για να προσδιορίσουμε τη συντεταγμένη z του φωτονίου με μεγαλύτερη ακρίβεια (μικρότερο Δz), αυξάνουμε την αβεβαιότητα στην ορμή του φωτονίου στην κατεύθυνση z (μεγαλύτερο Δp_z).

Για ένα ορισμένο αριθμό φωτονίων αυτό σημαίνει ότι καθώς στενεύει η σχισμή αυξάνει η γωνιακή διασπορά των φωτονίων.

'Οπως θα δούμε στην Κυματομηχανική, η σχέση (10.7) είναι μία μόνο από ένα αριθμό παρόμοιων σχέσεων που ισχύουν και για άλλα φυσικά μεγέθη. Για παράδειγμα, για τις τρεις συντεταγμένες ενός σώματος ισχύουν, γενικά, οι σχέσεις αβεβαιότητας,

$$\Delta x\cdot\Delta p_x \geq h/4\pi \qquad \Delta y\cdot\Delta p_y \geq h/4\pi \qquad \Delta z\cdot\Delta p_z \geq h/4\pi \tag{10.8}$$

ενώ ανάλογες σχέσεις ισχύουν και για άλλα μεγέθη.

Προβλήματα

10.1 Φωτόνιο μήκους κύματος $\lambda = 500$ nm περνά μέσα από ορθογώνια τρύπα με διαστάσεις $\Delta x \times \Delta y = 1\ \mu m \times 5\ \mu m$. Ποιές είναι οι αβεβαιότητες στις εγκάρσιες συνιστώσες της ορμής του φωτονίου; Τι ποσοστά της ολικής του ορμής είναι οι αβεβαιότητες αυτές;

Απ.: $\Delta p_x = 6{,}6\ 10^{-28}$ kg·m/s, $\Delta p_y = 1{,}3\ 10^{-28}$ kg·m/s, $\dfrac{\Delta p_x}{p} = 0{,}5$, $\dfrac{\Delta p_y}{p} = 0{,}1$.

10.2 Το θεώρημα εύρους ζώνης διατυπώνεται στις ακόλουθες μορφές:

$$\Delta\omega\ \Delta t = 2\pi \qquad \Delta k\ \Delta x = 2\pi \qquad \Delta\nu\ \Delta t = 1.$$

Χρησιμοποιόντας τις σχέσεις $E = h\nu$ $\quad p = h/\lambda = (h/2\pi)k$ για το φωτόνιο, βρείτε τις αντίστοιχες σχέσεις απροσδιοριστίας. Πώς ερμηνεύονται αυτές με βάση το φυσικό περιεχόμενο του θεωρήματος εύρους ζώνης;