

ΕΙΔΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΣΧΕΤΙΚΟΤΗΤΑΣ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Μια ράβδος έχει μήκος ηρεμίας L_0 και βρίσκεται κατά μήκος του άξονα των x' στο αδρανειακό σύστημα S' , το οποίο κινείται με ταχύτητα $\mathbf{V} = V\hat{\mathbf{x}}$ ως προς ένα άλλο σύστημα S . Ένας παρατηρητής στο σύστημα S σημειώνει τους χρόνους t_A και t_B κατά τους οποίους τα δύο άκρα της ράβδου περνούν από μπροστά του και υπολογίζει το μήκος της ράβδου ως $(t_B - t_A)V$. Δείξτε ότι στη μέτρησή του θα παρατηρηθεί η συστολή του μήκους της ράβδου.

2. Μια ευθύγραμμη ράβδος είναι παράλληλη με τον άξονα των x' στο αδρανειακό σύστημα S' , το οποίο κινείται με ταχύτητα $\vec{\mathbf{V}} = V\hat{\mathbf{x}}$ ως προς ένα άλλο αδρανειακό σύστημα, το S . Η ράβδος κινείται μέσα στο σύστημα S' στη διεύθυνση y' με σταθερή ταχύτητα v . Δείξτε ότι η ράβδος σχηματίζει με τον άξονα των x στο σύστημα S γωνία ίση με $\theta = -\arctan(\gamma v v / c^2)$.

3. Δύο σωματίδια εκτοξεύονται ταυτόχρονα από το ίδιο σημείο μέσα σε ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς, με ταχύτητες v , σε ορθογώνιες μεταξύ τους κατευθύνσεις. Δείξτε ότι η ταχύτητα κάθε σωματιδίου ως προς το άλλο έχει μέτρο $v\sqrt{2 - v^2/c^2}$.

4. Στο αδρανειακό σύστημα αναφοράς S , ένα σωματίδιο έχει συνιστώσες ταχύτητας $v_x = c/\sqrt{2}$ και $v_y = c/\sqrt{2}$. Σε ένα άλλο αδρανειακό σύστημα αναφοράς, το S' , που κινείται με ταχύτητα $\mathbf{V} = V\hat{\mathbf{x}}$ ως προς το S , η ταχύτητα του σωματιδίου έχει συνιστώσες $v'_x = -c/\sqrt{2}$ και $v'_y = c/\sqrt{2}$. Να βρεθεί η V . Απ.: $V = (2\sqrt{2}/3)c$

5. Μια δέσμη φωτός εκπέμπεται σε κατεύθυνση που σχηματίζει γωνία θ' με τον άξονα των x' στο αδρανειακό σύστημα S' . Το σύστημα S' κινείται με ταχύτητα $\mathbf{V} = c\beta\hat{\mathbf{x}}$ ως προς ένα άλλο σύστημα S . Δείξτε ότι η γωνία θ που σχηματίζει η κατεύθυνση διάδοσης της δέσμης με τον άξονα των x στο σύστημα S δίνεται από τη σχέση:
$$\cos\theta = \frac{\cos\theta' + \beta}{1 + \beta\cos\theta'}$$
 Υπόδειξη: Μετασχηματίστε τις συνιστώσες της ταχύτητας ενός φωτονίου από το S' στο S .

6. Η μέση διάρκεια ζωής των ακίνητων μιονίων είναι $\tau = 2,2 \times 10^{-6}$ s. Τα μόνια σε μια δέσμη παρατηρούνται να έχουν μέση διάρκεια ζωής $\tau_E = 1,5 \times 10^{-5}$ s. Ποια είναι η ταχύτητα των μιονίων στη δέσμη; Απ.: $V = 0,989c$

7. Με ποια σταθερή ταχύτητα πρέπει να κινείται ένα διαστημόπλοιο για να διασχίσει τον γαλαξία μας σε 40 χρόνια, όπως αυτός ο χρόνος μετρείται μέσα στο διαστημόπλοιο; Η διάμετρος του Γαλαξία είναι 10^5 έτη φωτός. Απ.: $V/c = 1 - 8 \times 10^{-8}$

8. Μια συγκεκριμένη γραμμή στο φάσμα του φωτός από ένα νεφέλωμα έχει μήκος κύματος 656 nm αντί 434 nm που έχει στο εργαστήριο. Το νεφέλωμα απομακρύνεται ή πλησιάζει τη Γη; Αν το νεφέλωμα κινείται ακτινικά, ποια είναι η ταχύτητά του; Απ.: Απομακρύνεται με $V = 0,391c$

9. Μια πηγή φωτός κινείται σε κυκλική τροχιά με ταχύτητα $0,05c$. Ποια είναι η μετατόπιση λόγω Doppler στην κίτρινη φασματική γραμμή του νατρίου, όπως αυτή παρατηρείται από παρατηρητή στο κέντρο του κύκλου; Η γραμμή αυτή έχει μήκος κύματος 589 nm στο εργαστήριο. Απ.: $\Delta\lambda = 91$ nm

10. Ο Ήλιος έχει ακτίνα ίση με $7,0 \times 10^8$ m περίπου και περίοδο περιστροφής γύρω από τον άξονά του ίση με 24,7 ημέρες. Ποια είναι η μετατόπιση Doppler μιας φασματικής γραμμής με μήκος κύματος 500 nm, στο φως που προέρχεται (α) από το κέντρο του Ήλιου και (β) από το άκρο του δίσκου του στον ισημερινό; Απ.: (α) $\Delta\lambda = 1,8 \times 10^{-8}$ nm, (β) $\Delta\lambda = 3,4 \times 10^{-3}$ nm

11. Ένα ηλεκτρόνιο με ολική ενέργεια 100 MeV κινείται κατά μήκος ενός σωλήνα μήκους 5 m. Ποιο είναι το μήκος του σωλήνα στο σύστημα αναφοράς του ηλεκτρονίου; Απ.: 26 nm

12. Μια δέσμη πιονίων π^+ , ενέργειας 1 GeV, έχει συνολική ροή 10^6 σωματίδια/s στην αρχή μιας διαδρομής που έχει μήκος 10 m στο σύστημα του εργαστηρίου. Ποια είναι η ροή των σωματιδίων στο τέλος της διαδρομής; Το π^+ έχει μάζα ηρεμίας $m_\pi = 139$ MeV/ c^2 και μέση διάρκεια ζωής $\tau_\pi = 2,56 \times 10^{-8}$ s. Απ.: $0,83 \times 10^6 \pi^+ / s$

13. Η κινητική ενέργεια και η ορμή ενός σωματιδίου μετρήθηκαν και βρέθηκαν ίσα με 368 MeV και 250 MeV/ c , αντίστοιχα. Να βρεθεί η μάζα του σωματιδίου σε MeV/ c^2 . Απ.: 270 MeV/ c^2

14. Ένα σωματίδιο διασπάται παράγοντας ένα π^+ και ένα π^- . Και τα δύο πόνια έχουν ορμή ίση με $530 \text{ MeV}/c$ και κινούνται σε κατευθύνσεις που είναι κάθετες μεταξύ τους. Να βρεθεί η μάζα ηρεμίας του αρχικού σωματιδίου. Δίνεται η μάζα ηρεμίας των π^\pm ίση με $139 \text{ MeV}/c^2$. Απ.: $799 \text{ MeV}/c^2$

15. Ένα ουδέτερο πόνιο διασπάται σε δύο φωτόνια που κινούνται πάνω στην ίδια ευθεία. Το ένα φωτόνιο έχει διπλάσια ενέργεια από το άλλο. Δείξτε ότι η αρχική ταχύτητα του πιονίου ήταν $c/3$.

16. Ένα ουδέτερο καόνιο διασπάται σύμφωνα με την αντίδραση $K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$. Αν το παραγόμενο αρνητικό πόνιο είναι ακίνητο, ποια είναι η ενέργεια του θετικού πιονίου; Δίνονται οι μάζες ηρεμίας: του K^0 ίση με $498 \text{ MeV}/c^2$ και των π^\pm ίση με $139 \text{ MeV}/c^2$. Απ.: 892 MeV

17. Κατά την αρπαγή ενός αντιπρωτονίου, το οποίο κινείται με πολύ μικρή ταχύτητα, από ακίνητο πυρήνα δευτερίου ($p^- + d \rightarrow n + \pi^0$) πόση είναι η ολική ενέργεια του παραγόμενου π^0 ; Οι ενέργειες ηρεμίας των σωματιδίων είναι: $E_{op} = 938,2 \text{ MeV}$, $E_{od} = 1875,5 \text{ MeV}$, $E_{on} = 939,5 \text{ MeV}$, $E_{o\pi} = 135,0 \text{ MeV}$. Απ.: 1253 MeV

18. Ένα φωτόνιο με ενέργεια E , συγκρούεται με ένα ηλεκτρόνιο που κινείται σε κατεύθυνση αντίθετη από αυτήν του φωτονίου. Μετά την κρούση το φωτόνιο εξακολουθεί να έχει ενέργεια E και κινείται προς την αντίθετη κατεύθυνση. Δείξτε ότι, για να συμβεί αυτό, το ηλεκτρόνιο πρέπει να έχει αρχικά ορμή με μέτρο ίσο με E/c . Να δειχθεί επίσης ότι η τελική ταχύτητα του ηλεκτρονίου είναι $v = c/\sqrt{1+(m_0c^2/E)^2}$, όπου m_0c^2 είναι η ενέργεια ηρεμίας του ηλεκτρονίου.

19. Ένα σωματίδιο με μάζα m_1 και ταχύτητα v_1 συγκρούεται με ακίνητο σωματίδιο με μάζα m_2 . Τα δύο σωματίδια ενώνονται σε ένα συσσωμάτωμα μάζας M , που κινείται με ταχύτητα v . Δείξτε ότι είναι $v = v_1/[1+m_2/(\gamma_1 m_1)]$ και $M^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2\gamma_1 m_1 m_2$, όπου $\gamma_1 = 1/\sqrt{1-v_1^2/c^2}$.

20. Ποια είναι η ενέργεια κατωφλίου για την παραγωγή ποζιτρονίου (e^+) κατά τη σύγκρουση ενός φωτονίου, γ , με ακίνητο ηλεκτρόνιο, στην αντίδραση $\gamma + e^- \rightarrow e^- + e^- + e^+$; (Δίνεται $m_e c^2 = 0,511 \text{ MeV}$). Απ.: $2,044 \text{ MeV}$

21. Κατά την πρόσπτωση ενός πρωτονίου σε άλλο, ακίνητο πρωτόνιο, δείξτε ότι η ενέργεια κατωφλίου για την αντίδραση παραγωγής ζεύγους πρωτονίου-αντιπρωτονίου, $p + p \rightarrow p + p + p + p^-$, είναι ίση με $6m_p c^2$, όπου m_p είναι η μάζα ηρεμίας του πρωτονίου και του αντιπρωτονίου.

22. Ποια είναι η ενέργεια κατωφλίου για την παραγωγή πιονίου κατά τη σύγκρουση φωτονίου με ακίνητο πρωτόνιο, $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$; Δίνονται οι ενέργειες ηρεμίας των σωματιδίων p και π^0 ως 938 και 139 MeV , αντίστοιχα. Απ.: 160 MeV

23. Ποια είναι η ενέργεια κατωφλίου για την παραγωγή αντιπρωτονίου (\bar{p}) κατά τη σύγκρουση ηλεκτρονίου με ακίνητο πρωτόνιο σύμφωνα με την αντίδραση $e + p \rightarrow e + p + p + \bar{p}$; Δίνονται οι ενέργειες ηρεμίας $m_e c^2 = 0,511 \text{ MeV}$ και $m_p c^2 = 938 \text{ MeV}$. Απ.: $3,28 \text{ GeV}$

24. Το ισότοπο του ραδίου $^{226}_{88}\text{Ra}$ διασπάται σε ραδόνιο $^{222}_{86}\text{Rn}$ εκπέμποντας ένα σωματίδιο α , σύμφωνα με την αντίδραση $^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow ^{222}_{86}\text{Rn} + ^4_2\text{He}$. Πόση ενέργεια ελευθερώνεται σε αυτή την αντίδραση; Δίνονται οι μάζες των ατόμων: $M_{\text{Ra-226}} = 226,0254 \text{ u}$, $M_{\text{Rn-222}} = 222,0175 \text{ u}$ και $M_{\text{He-4}} = 4,0026 \text{ u}$. Απ.: $\Delta E = 4,9 \text{ MeV}$

25. Η β διάσπαση του $^{55}_{24}\text{Cr}$ γίνεται σύμφωνα με την αντίδραση $^{55}_{24}\text{Cr} \rightarrow ^{55}_{25}\text{Mn} + e^-$. Ποια είναι η ενέργεια που θα δοθεί στο ηλεκτρόνιο, αν οι δύο πυρήνες θεωρούνται ακίνητοι; Δίνονται οι μάζες των πυρήνων: $M_{\text{Cr-55}} = 54,9279 \text{ u}$ και $M_{\text{Mn-55}} = 54,9244 \text{ u}$. Απ.: $\Delta E = 2,7 \text{ MeV}$

26. (α) Πόση είναι η ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο για το ισότοπο $^{12}_6\text{C}$; (β) Ένας πυρήνας $^{12}_6\text{C}$ διασπάται σε 3 σωματίδια α (πυρήνας του ^4_2He). Εκλύεται ή απορροφάται ενέργεια, και πόση; Δίνονται οι μάζες: του ατόμου του $^{12}_6\text{C}$ $m_C = 12 \text{ u}$ ακριβώς, του ατόμου του ^4_2He $m_{\text{He}} = 4,002603 \text{ u}$, του πρωτονίου $m_p = 1,007825 \text{ u}$ και του νετρονίου $m_n = 1,008665 \text{ u}$. Απ.: (α) $7,68 \text{ MeV}/\text{νουκλεόνιο}$, (β) Απορροφάται ενέργεια $7,27 \text{ MeV}$