

ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΑΝΟΙΚΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

ΦΥΕ 34 2007-08

2^η ΕΡΓΑΣΙΑ

Προθεσμία παράδοσης 11/12/07

Άσκηση 1

Δίνεται το ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο

$$\vec{E} = E_0 \sin(kx - \omega t) \hat{y}$$

$$\vec{B} = B_0 \cos(kx - \omega t + \varphi) \hat{z}$$

όπου E_0, B_0 και φ σταθερές. Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις του Maxwell, και θεωρώντας ως γνωστά τα E_0 και ω να βρεθούν οι δυνατές τιμές της φάσης φ και του B_0 για τις οποίες τα παραπάνω πεδία αντιστοιχούν σε H/M κύμα το οποίο διαδίδεται στο κενό.

Άσκηση 2

Το ηλεκτρικό πεδίο ενός H/M κύματος είναι

$$\vec{E} = (E_0 \cos(kz - \omega t), E_0 \sin(kz - \omega t), 0)$$

A) Προσδιορίστε το μαγνητικό πεδίο $\vec{B}(kz - \omega t)$ αν δίνεται ότι $\vec{B}(t=0, z=0) = \left(0, \frac{E_0}{c}, 0\right)$

B) Υπολογίστε το διάνυσμα του Poynting και την ένταση του H/M κύματος.

Γ) Να σχεδιαστούν σε ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων τα διανύσματα του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου καθώς και το κυματάνυσμα \vec{k} και το διάνυσμα του Poynting.

Άσκηση 3

Γνωρίζουμε ότι για υλικά χαμηλής πυκνότητας, όπως τα αέρια, ο δείκτης διάθλασης είναι περίπου μονάδα ($n = 1 + \delta n, |\delta n| \ll 1$).

A) Για ένα τέτοιο υλικό, το οποίο έχει μια μοναδική συχνότητα συντονισμού ω_0 , βρείτε μια προσεγγιστική έκφραση για το $\delta n = n - 1$ (τη διαφορά του δείκτη διάθλασης από τη μονάδα).

B) Για το ίδιο υλικό βρείτε μια προσεγγιστική έκφραση για την ταχύτητα ομάδας της διάδοσης H/M κυμάτων στο υλικό και εξετάστε αν είναι δυνατό σε αυτήν την περίπτωση να ξεπεράσει η ταχύτητα ομάδας την ταχύτητα του φωτός.

Άσκηση 4

Δέσμη γραμμικά πολωμένου φωτός πέφτει από τον αέρα σε μια γυάλινη επιφάνεια έτσι ώστε το ηλεκτρικό της πεδίο να σχηματίζει γωνία 45° με το επίπεδο πρόσπτωσης. Η γωνία πρόσπτωσης της δέσμης είναι 40° και ο δείκτης διάθλασης του γυαλιού είναι 1.5. Ποιο ποσοστό της έντασης I_0 του προσπίπτοντος φωτός θα ανακλαστεί από την γυάλινη επιφάνεια;

Άσκηση 5

Ένα σωματίδιο μέσα στο ηλιακό σύστημα δέχεται τη συνδυασμένη επίδραση της ηλιακής έλξεως λόγω βαρύτητας και της δύναμης ακτινοβολίας των ηλιακών ακτίνων. Υποθέστε ότι το σωματίδιο είναι σφαίρα πυκνότητας 1.0gr/cm^3 και ότι όλο το φως που προσπίπτει σε αυτό απορροφάται πλήρως.

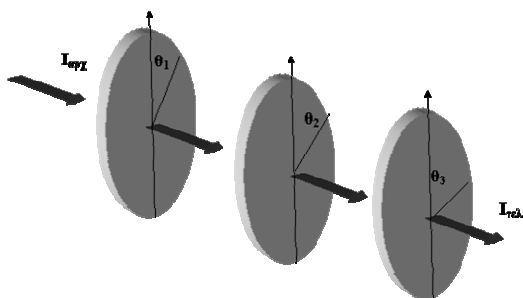
A) Να δείξετε ότι όλα τα σωματίδια με ακτίνα μικρότερη μιας κρίσιμης τιμής, R_0 , θα φύγουν από το ηλιακό σύστημα.

B) Υπολογίστε την R_0

Γ) Η R_0 εξαρτάται από την απόσταση του σωματιδίου από τον ήλιο;

Άσκηση 6

Τρεις πολωτικοί δίσκοι, των οποίων τα επίπεδα είναι παράλληλα, έχουν τα κέντρα τους πάνω στον ίδιο άξονα. Οι άξονες πολώσεως των τριών δίσκων σχηματίζουν γωνίες θ_1 , θ_2 και θ_3 ως προς την κατακόρυφο διεύθυνση, όπως στο Σχήμα. Μια επίπεδα πολωμένη δέσμη φωτός, με ηλεκτρικό πεδίο παράλληλο προς τη διεύθυνση της κατακόρυφου, προσπίπτει από αριστερά στον πρώτο δίσκο με ένταση $I_{\text{αρχ}} = I_0$.



Υπολογίστε την ένταση $I_{\text{τελ}}$ της δέσμης που εξέρχεται από το τρίτο πλακίδιο, όταν:

A) $\theta_1 = 10^\circ$, $\theta_2 = 40^\circ$, $\theta_3 = 60^\circ$

B) $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 30^\circ$, $\theta_3 = 50^\circ$

Άσκηση 7

Εναλλασσόμενο ρεύμα έντασης πλάτους I_0 και συχνότητας ω διαρρέει κυκλικό βρόχο ακτίνας a . Σε απόσταση $r \gg a$ από τον βρόχο και κάθετα προς μια ακτίνα του βρόχου τοποθετείται τετράγωνη μεταλλική επιφάνεια εμβαδού A ($\sqrt{A} \ll r$). Θεωρώντας ότι η απόσταση είναι τόσο μεγάλη ώστε οι όροι ακτινοβολίας $\sim 1/r^3$ να είναι αμελητέοι σε σχέση με τους όρους $\sim 1/r$:

A) Πόση πρέπει να είναι η ενεργός ένταση του εναλλασσόμενου ρεύματος ώστε η μεταλλική επιφάνεια να δέχεται δύναμη F λόγω πίεσης ακτινοβολίας;

B) Αν η ειδική αντίσταση του σύρματος ανά μονάδα μήκους είναι ρ , να βρεθεί η ολική ισχύς τροφοδοσίας.

Άσκηση 8

Τα ηλεκτρόνια του καθοδικού σωλήνα τηλεόρασης, πέφτοντας καθέτως στην επιφάνεια της οθόνης (από πίσω) επιβραδύνονται απότομα και ακτινοβολούν ακτίνες X, τις οποίες δέχονται οι θεατές. Εκτιμήστε τον λόγο της ισχύος της ακτινοβολίας X

που δέχεται όποιος κοιτάζει από μπροστά (υπό γωνία 30° από την κάθετο στο κέντρο της οθόνης της τηλεοράσεως) σε σχέση με όποιον κοιτάζει από τα πλάγια (στην προέκταση του επιπέδου της οθόνης). Θεωρήστε ότι καθήμενος θεατής καλύπτει ενεργό επιφάνεια ($0,6\text{ m} \times 0,6\text{ m}$) και ότι απέχει $2,5\text{ m}$ από την οθόνη. Υπολογίστε τον λόγο,

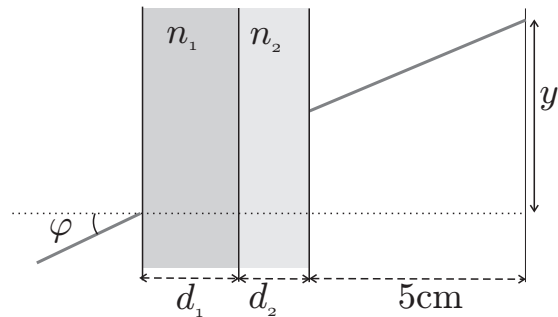
A) απλά, δείχνοντας ότι η ενεργός επιφάνεια του θεατή είναι πολύ μικρότερη της επιφανείας της σφαίρας ακτίνας $2,5\text{ m}$, με χρήση της εντάσεως στο κέντρο της (μικρής) επιφάνειας κάθε θεατή.

B) εκτιμώντας πόσοι «πλάγιοι» θεατές καλύπτουν πλήρη κύκλο στο επίπεδο της οθόνης και υπολογίζοντας με ολοκλήρωση την ολική ισχύ που δέχονται όλοι αυτοί.

Άσκηση 9

Μια ακτίνα φωτός, που διαδίδεται στον αέρα, περνάει μέσα από δύο πλακίδια δεικτών διάθλασης $n_1 = 2$ και $n_2 = 3$ αντίστοιχα, και καταλήγει πάνω σε οθόνη που βρίσκεται σε απόσταση 5 cm από την εξωτερική επιφάνεια του δεύτερου πλακιδίου όπως στο σχήμα.

Η γωνία πρόσπτωσης της δέσμης στο σημείο εισόδου είναι $\varphi = 45^\circ$, το πάχος



των δύο πλακιδίων είναι $d_1 = \sqrt{7}\text{ cm}$ και $d_2 = \frac{\sqrt{17}}{2}\text{ cm}$, αντίστοιχα. Ο δείκτης διάθλασης του αέρα θεωρούμε ότι ισούται με τη μονάδα.

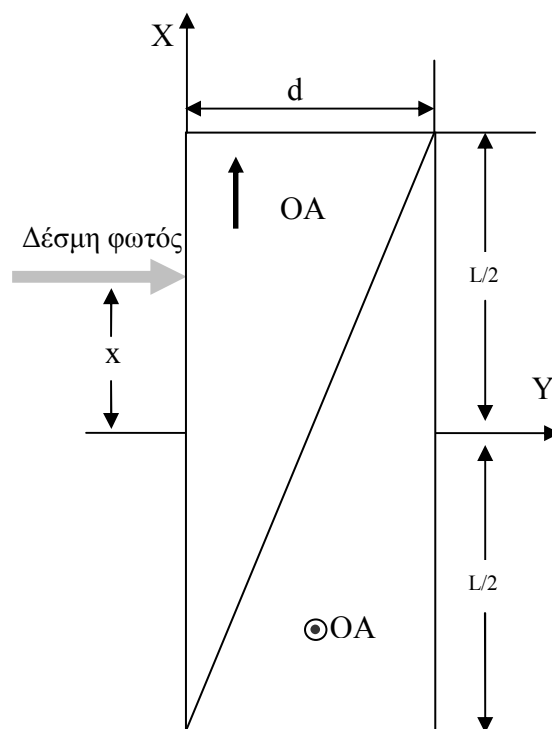
A) Προσδιορίστε την κάθετη απόσταση y του σημείου της οθόνης στο οποίο πέφτει η δέσμη από το σημείο εισόδου.

B) Βρείτε ποια είναι η σχέση της γωνίας εισόδου με τη γωνία εξόδου και αποδείξτε ότι η σχέση αυτή παραμένει η ίδια ανεξάρτητα του αριθμού και των δεικτών διάθλασης των πλακιδίων που παρεμβάλλονται μεταξύ της εισόδου και της εξόδου της δέσμης από αυτά.

Άσκηση 10

Θεωρείστε τον επανορθωτή του Babinet, πάχους d και ύψους L , διατομή του οποίου που παρουσιάζεται στο Σχήμα. Η διάταξη είναι κατασκευασμένη από δύο σφηνοειδή πλακίδια ασβεστίτη των οποίων οι οπτικοί άξονες είναι κάθετοι μεταξύ τους. Για το κάθε πλακίδιο οι δείκτες διάθλασης είναι n_1 και n_2 για φως πολωμένο παράλληλα και κάθετα προς τον οπτικό άξονα αντίστοιχα.

Μια στενή δέσμη φωτός με μήκος κύματος λ διαδίδεται από τα αριστερά προς τα δεξιά παράλληλα με τον άξονα των Y και είναι



γραμμικά πολωμένη έτσι ώστε το ηλεκτρικό πεδίο να σχηματίζει γωνία 45° με τον άξονα X και τον άξονα Z. Το σημείο εισόδου της δέσμης απέχει απόσταση x από το μέσο της διάταξης, όπως φαίνεται στο Σχήμα.

A) Για $d \ll L$, υπολογίστε τη σχετική μετατόπιση φάσεως των X και Z συνιστωσών της εξερχόμενης δέσμης.

B) Για ποιες τιμές του x το εξερχόμενο φως είναι: (i) Γραμμικά πολωμένο; (ii) Κυκλικά πολωμένο;

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1) Ποιος ο δείκτης διάθλασης ενός διηλεκτρικού μέσου στο οποίο η ταχύτητα του φωτός μειώνεται κατά 10% σε σχέση με την ταχύτητα του στο κενό;

2) Ένας δύτες βρίσκεται κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας και παρατηρεί το ρολόι του. Όταν η γωνία παρατήρησης υπερβεί περίπου τις 49° το ρολόι του γίνεται τέλειο κάτοπτρο. Περιγράψτε το φαινόμενο και εκτιμήστε τον συντελεστή διάθλασης του θαλασσινού νερού. Εξαρτάται η οριακή γωνία από το υλικό από το οποίο είναι κατασκευασμένη η πρόσοψη του ρολογιού;

3) Εξετάστε τις σχέσεις (20.25) του βιβλίου των Alonso και Finn στην περίπτωση κάθετης πρόσπτωσης ($\theta_i = 0$). Πως ορίζεται το επίπεδο πρόσπτωσης γενικώς και πως σε αυτή την ειδική περίπτωση; Θα περιμένατε να σχετίζονται οι συντελεστές ανάκλασης και διάθλασης για την παράλληλη και κάθετη συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου; Για πρόσπτωση από αραιότερο σε πυκνότερο μέσο βρείτε τη διαφορά φάσης του ανακλώμενου κύματος και σχεδιάστε τα διανύσματα του προσπίπτοντος και του ανακλώμενου ηλεκτρικού πεδίου.

4) Γιατί μερικές φορές οι φωτογράφοι χρησιμοποιούν πολωτικό φίλτρο όταν φωτογραφίζουν ένα ηλιόλουστο πολυώροφο κτήριο;

5) Υπολογίστε την ένταση ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος που διαδίδεται σε έναν πολύ καλό αγωγό ($\sigma \gg \epsilon\omega$) κάθετα προς την επιφάνειά του. Σε πόση απόσταση από την επιφάνεια έχει μειωθεί στη μισή της τιμή; Υποθέστε ότι η διάδοση γίνεται κατά μήκος του άξονα x, το ηλεκτρικό πεδίο δίνεται από την σχέση (20.27) του βιβλίου των Alonso και Finn, και ότι το διάνυσμα του μαγνητικού πεδίου είναι κάθετο στο

ηλεκτρικό και έχει μέτρο της μορφής $B = \sqrt{\frac{\mu\sigma}{\omega}} e^{-ax} \sin(kx - \omega t + \varphi)$ με τη διαφορά

φάσης $\varphi = -\frac{\pi}{4}$ για έναν πολύ καλό αγωγό.

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

Οι εξισώσεις του Maxwell στο κενό σε διαφορική μορφή είναι

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$