

ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΑΝΟΙΚΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

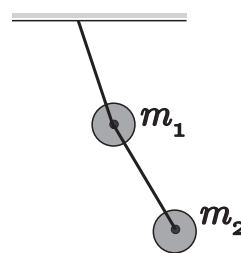
ΦΥΕ 34 2007-08

1^η ΕΡΓΑΣΙΑ

Προθεσμία παράδοσης 6/11/07

Άσκηση 1

Το διπλό εκκρεμές του σχήματος αποτελείται από δύο μάζες συνδεδεμένες με δυο αβαρείς μπάρες ίδιου μήκους ℓ . Εάν ο λόγος των μαζών είναι $a = m_2 / m_1$, η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g και για μικρές γωνίες ταλάντωσης ως προς την κατακόρυφο : (τα αποτελέσματα να εκφραστούν συναρτήσει των a, g, ℓ)

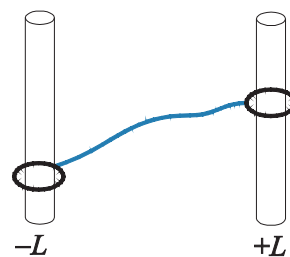


A) Ξεκινώντας από τους νόμους του Νεύτωνα να γραφούν οι εξισώσεις κίνησης του συστήματος.

B) Να βρεθούν οι συχνότητες των κανονικών τρόπων ταλάντωσης.

Άσκηση 2

Στα δύο άκρα ($x = -L$ και $x = +L$) μιας πλήρως ελαστικής χορδής μήκους $2L$ και γραμμικής πυκνότητας μ τοποθετούνται δακτύλιοι, έτσι ώστε αυτά να μπορούν να κινούνται ελεύθερα κατά μήκος δύο στυλίσκων, όπως φαίνεται στο Σχήμα. Η μάζα των δακτυλίων θεωρείται αμελητέα και η τάση της χορδής θεωρούμε ότι είναι σταθερή και ίση με T . Χωρίς να μεταβάλετε τις συντεταγμένες των δύο άκρων

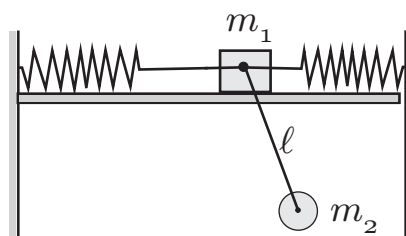


A) Βρείτε τις συχνότητες των κανονικών τρόπων ταλάντωσης της χορδής

B) Υπολογίστε τη συνάρτηση που δίνει το πλάτος ταλάντωσης του κάθε σημείου της χορδής σε κάθε κανονικό τρόπο ταλάντωσης

Άσκηση 3

Σώμα μάζας $m_1 = m$ συνδέεται με δύο ίδια ιδανικά ελατήρια σταθεράς k και μπορεί να κινείται χωρίς τριβές σε οριζόντιο πάγκο. Ένα άλλο σώμα μάζας $m_2 = m$ συνδέεται με ελαφριά μπάρα μήκους ℓ στο πρώτο σώμα και μπορεί να ταλαντώνεται ελεύθερα όπως στο Σχήμα. Όταν το σύστημα είναι σε ισορροπία τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος. Αν το σύστημα κινείται έτσι ώστε οι γωνίες ταλάντωσης του εκκρεμούς να είναι μικρές και σας δίνεται επίσης ότι η σταθερά k έχει επιλεγεί ώστε να ισχύει



$k = \frac{2mg}{\ell}$ (τα αποτελέσματα να εκφραστούν συναρτήσει των g, ℓ)

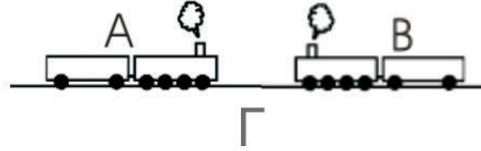
A) Να γραφούν οι εξισώσεις που διέπουν την κίνηση των δύο σωμάτων

B) Να βρεθούν οι συχνότητες των κανονικών τρόπων ταλάντωσης του συστήματος.

Γ) Να υπολογιστούν οι λόγοι των πλατών των κανονικών τρόπων ταλάντωσης.

Άσκηση 4

Ένας μουσικός Γ κάθεται ακίνητος στην αποβάθρα ενός σιδηροδρομικού σταθμού. Στην αποβάθρα πλησιάζουν δύο τρέινα όπως στο Σχήμα. Στο ένα τρέινο κάθεται ο



μουσικός A ενώ στο άλλο κάθεται ένας βιολιστής B ο οποίος παίζει διαρκώς τη νότα Λα. Αν ο μουσικός Γ ακούει τη νότα Λα δίεση και ο μουσικός A τη νότα Σι ποια η ταχύτητα του κάθε τρέινου ως προς την αποβάθρα;

Υποδ.: Η νότα Λα αντιστοιχεί σε συχνότητα $f = 440\text{Hz}$, η νότα Λα δίεση σε συχνότητα $\sqrt[12]{2} f$ και η νότα Σι σε συχνότητα $(\sqrt[12]{2})^2 f$. Θεωρείστε την ταχύτητα του ήχου στον αέρα ίση με 340m/s .

Άσκηση 5

Μια χορδή η οποία εκτείνεται από το σημείο $x = 0$ μέχρι το σημείο $x = L$ και τείνεται με σταθερή τάση T . Η χορδή δεν έχει σταθερή γραμμική πυκνότητα αλλά αυτή μεταβάλλεται γραμμικά από την τιμή μ_1 στο σημείο $x = 0$ μέχρι μ_2 στο σημείο $x = L$.

A) Να βρεθεί μια έκφραση για τη γραμμική πυκνότητα $\mu(x)$.

B) Να υπολογιστεί ο χρόνος που χρειάζεται ένας εγκάρσιος παλμός για να ταξιδέψει από το ένα άκρο της χορδής στο άλλο.

Άσκηση 6

Παρατηρητής εκτοξεύει τη χρονική στιγμή $t = 0$, κατακόρυφα προς τα επάνω, με ταχύτητα $v_0 = 20\text{m/s}$ ηλεκτρική σφυρίχτρα, η οποία εκπέμπει συνεχώς ήχο συχνότητας $f_0 = 300\text{Hz}$. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\text{m/s}^2$ και η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι $v = 340\text{m/s}$. Θεωρώντας ότι σε καλή προσέγγιση το σημείο εκτόξευσης καθώς και το αυτί του παρατηρητή βρίσκονται στο επίπεδο του εδάφους και ότι ο τύπος του κλασικού φαινομένου Doppler ισχύει για επιταχυνόμενη κίνηση

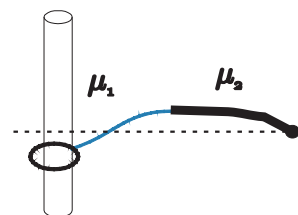
A) Να βρεθεί ο τύπος που δίνει τη συχνότητα που θα ακούει ο παρατηρητής κατά τη διάρκεια κίνησης της σφυρίχτρας.

B) Να γίνει η γραφική παράσταση της συχνότητας που θα ακούει ο παρατηρητής συναρτήσει του χρόνου από τη στιγμή που θα εκτοξευθεί η σφυρίχτρα μέχρι να ξαναπέσει στο έδαφος.



Άσκηση 7

Χορδή μήκους L και γραμμικής πυκνότητας μ_1 ενώνεται με χορδή ίδιου μήκους και γραμμικής πυκνότητας μ_2 . Το ελεύθερο άκρο της 2^{ης} χορδής στερεώνεται. Στο ελεύθερο άκρο της 1^{ης} χορδής τοποθετείται δακτύλιος, έτσι ώστε αυτό να μπορεί να κινείται ελεύθερα κατά μήκος στυλίσκου, όπως

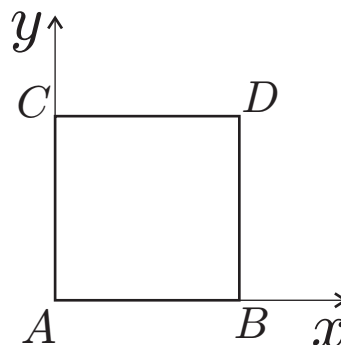


φαίνεται στο Σχήμα. Η μάζα του δακτυλίου θεωρείται αμελητέα και η τάση της χορδής θεωρούμε ότι είναι σταθερή και ίση με T . Γράψτε την εξίσωση που προσδιορίζει τις συχνότητες των κανονικών τρόπων ταλάντωσης της χορδής που προκύπτει (δεν χρειάζεται να την λύσετε, απλώς υποδείξετε πώς από την εξίσωση θα βρεθούν οι συχνότητες).

Άσκηση 8

Θεωρείστε την τετραγωνική μεμβράνη του σχήματος, πλευράς L , η οποία βρίσκεται στο επίπεδο x - y και έχει όλες τις πλευρές τις πακτωμένες (AB, CD, AC, DB). Η κατακόρυφη απομάκρυνση ενός σημείου της μεμβράνης συναρτήσεως του χρόνου είναι $z(x, y, t)$ και είναι γνωστό ότι ικανοποιεί την κυματική εξίσωση στις δύο διαστάσεις

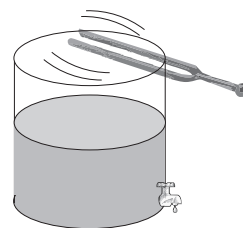
$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$$



Δείξτε ότι το στάσιμο κύμα $z(x, y, t) = A \sin(px) \sin(qy) \cos(\omega t)$ ικανοποιεί την κυματική εξίσωση και προσδιορίστε τις δυνατές τιμές των p, q .

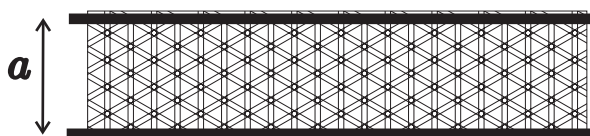
Άσκηση 9

Ένα διαπασών συχνότητας 440 Hz κρατιέται πάνω από κυλινδρικό δοχείο που περιέχει νερό όπως στο σχήμα. Το διαπασών θέτει σε ταλάντωση την κολώνα αέρα πάνω από την επιφάνεια του νερού η στάθμη του οποίου μεταβάλλεται με τη βοήθεια μια βρύσης η οποία βρίσκεται στη βάση του δοχείου. Καθώς το δοχείο αδειάζει η ένταση του ήχου που ακούει ένας παρατηρητής αυξάνεται όταν η κολώνα του αέρα έχει μήκος 0.6 m και μετά πάλι όταν έχει μήκος 1m. Με βάση αυτά τα δεδομένα υπολογίστε την ταχύτητα του ήχου στον αέρα.



Άσκηση 10

Θεωρούμε τέντα πολύ μεγάλου μήκους και πλάτους a η οποία κρατιέται τεντωμένη με δύο οριζόντια σύρματα στα δύο άκρα όπως στο Σχήμα.



A) Ποια είναι η γενική μορφή ενός τρέχοντος κύματος το οποίο διαδίδεται στην τέντα κατά μήκος της τέντας.

B) Να βρεθούν οι περιορισμοί που υπάρχουν στα δυνατά μήκη κύματος που μπορούν να αναπτυχθούν στην τέντα.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1) Δύο αρμονικά κύματα ίσου πλάτους, ταχύτητας και συχνότητας, αλλά με διαφορά φάσης $\pi/4$ διαδίδονται κατά την ίδια φορά σε ένα ελατήριο. Προσθέστε τα δύο κύματα και βρείτε το πλάτος, την ταχύτητα, τη συχνότητα και τη φάση του νέου κύματος.

2) Ένα σφαιρικό αρμονικό κύμα πίεσης που διαδίδεται στον αέρα περιγράφεται από την σχέση

$$p - p_0 = \frac{0.200}{r} \sin \pi(0.909r - 300t)$$

όπου η απόσταση r από την πηγή δίνεται σε μέτρα, ο χρόνος t σε δευτερόλεπτα, και η πίεση p σε N/m^2 . Εκτιμήστε την μέγιστη απόσταση που μπορεί να έχει ένας παρατηρητής από την πηγή ώστε να είναι δυνατό να αντιληφθεί τον συγκεκριμένο ήχο. Σε αυτή την απόσταση, ποια είναι η ένταση του ήχου σε μονάδες dB;

3) Στάσιμο ηχητικό κύμα σε σωλήνα μήκους L με τα δύο άκρα ανοιχτά περιγράφεται από την εξίσωση

$$y(x, t) = y_0 \cos\left(\frac{2\pi}{L}x\right) \sin\left(\frac{2\pi}{L}vt\right).$$

A) Ποιο φυσικό μέγεθος περιγράφει η παραπάνω εξίσωση, μεταβολή πίεσης, μεταβολή πυκνότητας ή μετατόπιση και σε ποια αρμονική αντιστοιχεί η συχνότητα ταλάντωσης;

B) Υποθέστε ότι κλείνουμε το ένα άκρο του σωλήνα. Πόσο πρέπει να είναι το μήκος του κλειστού σωλήνα ώστε η τρίτη αρμονική να συμπίπτει με την προηγούμενη συχνότητα;

4) Δύο ηχητικά κύματα ιδίων συχνοτήτων όταν διαδίδονται στο ίδιο μέσο έχουν ακουστότητες που διαφέρουν κατά 20dB. Βρείτε τους λόγους των εντάσεων και τους λόγους των πλατών των πιέσεών τους.

5) Έστω $y(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$ η συνάρτηση που περιγράφει την κίνηση μια μονοδιάστατης χορδής γραμμικής πυκνότητας μ . Ξεκινώντας από τη σχέση $P = Fv$ όπου P η ισχύς, F η κάθετη συνιστώσα της δύναμης και $v = \frac{\partial y}{\partial t}$ η κάθετη συνιστώσα της ταχύτητας, βρείτε τη μέση τιμή της ισχύος που μεταφέρεται από τη χορδή.