

ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΑΝΟΙΚΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

ΦΥΕ 34 2010-11

6^η ΕΡΓΑΣΙΑ

Προθεσμία παράδοσης 7/6/11

Άσκηση 1

Έχουμε δεκαπέντε μη αλληλεπιδρώντα, ταυτόσημα σωμάτια με σπιν $3/2$ για τα οποία ισχύει η Απαγορευτική αρχή. Τα σωμάτια τοποθετούνται σε ένα μονοδιάστατο κουτί στο οποίο η ενέργεια θεμελιώδους κατάστασης είναι ίση με $\epsilon=10$ eV.

A) Πόσα σωμάτια επιδέχεται κάθε διαθέσιμο ενεργειακό επίπεδο, πως κατανομούνται τα σωμάτια στα διαθέσιμα ενεργειακά επίπεδα και ποιά είναι η συνολική ενέργεια του συστήματος.

B) Πόση είναι η ελάχιστη ενέργεια που πρέπει να δώσουμε στο σύστημα για να διεγείρουμε ένα σωμάτιο σε αμέσως υψηλότερη ενεργειακή στάθμη;

Γ) Να επαναληφθούν τα (A), (B) για την περίπτωση που τα εν λόγω σωμάτια αντικαθιστούν τα ηλεκτρόνια σε ένα πολυατομικό άτομο με ενέργεια ιονισμού ϵ .

Άσκηση 2

Στο ομαλό φαινόμενο Zeeman ποιές φασματικές γραμμές (μονοφωτονικές) αναμένονται κατά την μετάπτωση του ηλεκτρονίου του ατόμου υδρογόνου από την στάθμη $n=2$ στην θεμελιώδη, λαμβάνοντας υπόψιν

A) Ούτε την ύπαρξη του σπίν, ούτε τους κανόνες επιλογής,

B) Τους κανόνες επιλογής αλλά όχι την ύπαρξη του σπίν,

Γ) Την ύπαρξη του σπίν χωρίς κανόνες επιλογής,

Δ) Την ύπαρξη του σπίν με κανόνες επιλογής (του Παραδείγματος 8.3).

Υποθέστε ότι το μαγνητικό πεδίο είναι αρκετά μεγάλο ούτως ώστε η αλληλεπίδραση σπίν-τροχιάς να είναι αμελητέα εν σχέσει προς την ενέργεια Zeeman $\hbar\omega_L$

Άσκηση 3

Για ένα μόριο XH όπου X άγνωστο στοιχείο το μήκος του δεσμού είναι 0.159 nm ενώ δίνεται ότι η μάζα του ατόμου H είναι 1.67×10^{-27} Kg. Αν το μήκος κύματος του φωτονίου που εκπέμπεται όταν το άτομο μεταπίπτει από το $\ell = 4$ στο $\ell = 3$ περιστροφικό ενεργειακό επίπεδο είναι $\lambda = 165 \mu\text{m}$,

A) Βρείτε τη ροπή αδρανείας του μορίου

B) Βρείτε τη μάζα του ατόμου X και προσδιορίστε για ποιο στοιχείο πρόκειται.

Άσκηση 4

Η δυναμική ενέργεια διατομικού μορίου με μάζες ατόμων m_1, m_2 δίδεται συναρτήσει της αποστάσεως των πυρήνων r από την σχέση

$$U(r) = -U_0 \left(2 \left(r/r_0 \right)^{-6} - \left(r/r_0 \right)^{-12} \right), \quad (U_0 > 0, r_0 > 0).$$

A) Βρείτε το μήκος δεσμού (θέση ισορροπίας) και το βάθος του πηγαδιού δυναμικού.

Β) Αναπτύξτε την U κατά Taylor περί την θέση ισορροπίας μέχρις όρων $2^{ος}$ τάξεως και παραστήσετε γραφικώς την συνάρτηση U και το ανάπτυγμά της για $r \in [0.8r_0, 2r_0], U \in [-U_0, 0]$

Γ) Υπολογίστε την σταθερά δυνάμεως K , την συχνότητα ταλαντώσεως ω , το βήμα της ενέργειας $\hbar\omega$ ως ποσοστό του U_0 και το κλασσικό πλάτος ταλαντώσεως A ως ποσοστό του r_0 στη θεμελιώδη κατάσταση.

Δ) Υπολογίστε την ροπή αδρανείας ως προς το κέντρο μάζης, και το βασικό βήμα ενεργείας περιστροφής $\hbar^2 / (2I_{CM})$ ως ποσοστό του βήματος $\hbar\omega$, και ως ποσοστό του U_0 .

Ε) Γράψτε το φάσμα περιστροφής και ταλαντώσεως $E_{rot-vib}$ του μορίου για μικρές ταλαντώσεις.

Ζ) Θεωρώντας εύλογες τάξεις μεγέθους $mc^2 \approx 10GeV$, $U_0 \approx 1eV$, $r_0 \approx 1\text{\AA}$ στα μεγέθη, εκτιμήστε τά ποσοστά A/r_0 και $\hbar\omega/U_0$. Σημειώστε τις στάθμες αυτών στο άνω διάγραμμα. Ενδεικτικώς πόσες διεγερμένες ταλαντωτικές καταστάσεις προσεγγίζονται με το μοντέλο του αρμονικού ταλαντωτούς; Με φωτόνια τίνος χρώματος διεγείρεται το μόριο στην $1^{η}$ διεγερμένη κατάσταση; Επίσης σημειώστε και 12 στάθμες περιστροφής πάνω από κάθε δονητική στάθμη αφενός στο ίδιο διάγραμμα (άν αυτό είναι δυνατόν), και αφετέρου σε μια μεγέθυνση αυτού που να περιλαμβάνει μόνο τις 2 κατώτερες δονητικές στάθμες.

Άσκηση 5

Υπολογίστε το λόγο μεταξύ των πληθυσμών θερμικής ισορροπίας δύο ενεργειακών επιπέδων που έχουν ΔE

Α) $10^{-4} eV$ (αντιστοιχεί σε τυπική διαφορά ενεργειών μεταξύ περιστροφικών καταστάσεων σε μόρια)

Β) $5 \times 10^{-2} eV$ (αντιστοιχεί σε τυπική διαφορά ενεργειών μεταξύ ταλαντωτικών καταστάσεων μορίων)

Γ) $3 eV$ (τυπική τάξη μεγέθους ηλεκτρονικών διεγέρσεων σε άτομα και μόρια). Υποθέστε πως τα δύο ενεργειακά επίπεδα έχουν την ίδια τάξη εκφυλισμού και ότι $T=100K, 300K, 1000K$. Σχολιάστε.

Άσκηση 6

Α) Θεωρήστε ότι ένα σύστημα ηλεκτρονίων περιορίζεται σε ένα τρισδιάστατο κιβώτιο. Υπολογίστε το λόγο του αριθμού των επιτρεπών ενεργειακών σταθμών στα $8.5 eV$ προς τον αριθμό των επιτρεπών ενεργειακών σταθμών στα $7.0 eV$.

Β) Ο χαλκός έχει ενέργεια Fermi ίση με $7.0 eV$ στα $300 K$. Υπολογίστε το λόγο του αριθμού των κατειλημμένων σταθμών σε ενέργεια $8.5 eV$ προς τον αριθμό των κατειλημμένων σταθμών στην ενέργεια Fermi. Συγκρίνετε την απάντησή σας με αυτή που υπολογίσατε στο προηγούμενο ερώτημα.

Άσκηση 7

Σε μετρήσεις στην περιεκτικότητα του γάλακτος σε ραδιενεργό ιώδιο ^{131}I στην Αριζόνα τον Μάρτιο 2011 βρέθηκε ότι σαν αποτέλεσμα του ατυχήματος στην Φουκουσίμα η τιμή ενεργότητας των 2 pCi ανά λίτρο αυξήθηκε σε 50 pCi ανά λίτρο. Το ^{131}I έχει χρόνο ημιζωής 8 ημέρες.

Α) Ποιά η μάζα του ιωδίου πριν και μετά το ατύχημα ανα λίτρο γάλακτος και πόσο αυξήθηκε λόγω του ατυχήματος;

B) Σε πόσες ημέρες αναμένεται να επανέλθει το επίπεδο ιωδίου στο πρό του ατυχήματος επίπεδο; Υποθέτουμε ότι έχει γίνει διαρροή ιωδίου σε μία συγκεκριμένη χρονική στιγμή.

Άσκηση 8

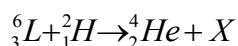
Πριν το 1900 η μέση ενεργότητα ανά μονάδα μάζας του ατμοσφαιρικού άνθρακα εξ αιτίας της παρουσίας του ^{14}C ήταν περίπου 0.255 Bq ανά γραμμάριο άνθρακα. Ο χρόνος ημιζωής του ^{14}C είναι 5730 χρόνια.

A) Ποιο ποσοστό των ατόμων του άνθρακα ήταν ^{14}C ;

B) Μετρήσεις ενός βιολογικού δείγματος το οποίο περιέχει 500 mg άνθρακα δείχνουν ότι αυτό παρουσιάζει 174 διασπάσεις σε μια ώρα. Ποια η ηλικία του δείγματος υποθέτοντας ότι η ενεργότητα ανά μονάδα μάζας του άνθρακα όταν το δείγμα σταμάτησε να αλληλεπιδρά με τον άνθρακα της ατμόσφαιρας ήταν ίση με τη μέση τιμή της ενεργότητας της ατμόσφαιρας;

Άσκηση 9

Θεωρείστε την πυρηνική αντίδραση



όπου X άγνωστος πυρήνας.

A) Να βρεθεί το στοιχείο X.

B) Υπολογίστε την ενέργεια αντίδρασης και εξηγήστε αν αντίδραση είναι ενδόθερμη ή εξώθερμη.

Γ) Εκτιμήστε την ενέργεια κατωφλίου της αντίδρασης υπολογίζοντας την ενέργεια Coulomb όταν οι δύο πυρήνες ${}^2_1\text{H}$ και ${}^6_3\text{Li}$ βρίσκονται σε επαφή.

Δ) Συγκρίνετε τα αποτελέσματα (B) και (Γ) και σχολιάστε.

Άσκηση 10

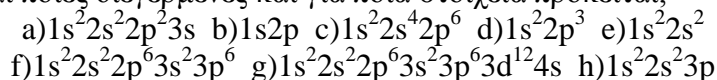
Σε μια αντίδραση πυρηνικής σχάσης ένα νετρόνιο κτυπάει έναν πυρήνα ^{235}U ο οποίος διασπάται παράγοντας ^{144}Ba , ^{89}Kr και έναν αριθμό νετρονίων. Οι μάζες των ισοτόπων είναι 235.043930u (^{235}U), 143.922953 u (^{144}Ba), 88.917630 (^{89}Kr), και 1.0086649u για το νετρόνιο.

A) Πόσα νετρόνια παράγονται;

B) Υπολογίστε σε MeV την ενέργεια που απελευθερώνεται από κάθε αντίδραση

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1) Ποιες από τις παρακάτω ηλεκτρονιακές διατάξεις ουδετέρων ατόμων είναι παραδεκτές και ποιες όχι και γιατί; Ποιες από τις παραδεκτές διατάξεις είναι θεμελιώδεις και ποιες διεγερμένες και για ποια στοιχεία πρόκειται;



2) Ποια η μάζα ^{235}U χρειάζεται για να καλύψει τις ημερήσιες ανάγκες μιας μονάδας που παράγει 3000MW θερμικής ενέργειας;

3) Η ολική κυματοσυνάρτηση των ηλεκτρονίων (φερμιονίων) ενός ατόμου είναι αντισυμμετρική. Αν το He είναι στην θεμελιώδη κατάσταση $1s^2$, πώς πρέπει να είναι τα ηλεκτρόνια όσον αφορά το σπιν (τί συμμετρία έχει η ολική συνάρτηση των σπιν); Συμβολίστε το σπιν-άνω με α και το σπιν-κάτω με β .

4) Σύμφωνα με το διάγραμμα 13.7 (σελ 445 βιβλίο Serway) η ενέργεια σύνδεσης πυρήνα ανά νουκλεόνιο είναι πιο μικρή για τους πολύ μικρούς και πολύ μεγάλους πυρήνες. Ερμηνεύσατε την συμπεριφορά αυτή και εξηγήστε γιατί δεν υπάρχουν πυρήνες με μαζικό αριθμό περίπου μεγαλύτερο από 240.

5) Ένας πυρήνας με ατομικό αριθμό Z και αριθμό νετρονίων N υπόκειται σε δύο διαδοχικές διασπάσεις καταλήγοντας σε έναν πυρήνα με ατομικό αριθμό $Z-3$ και αριθμό νετρονίων $N-1$. Ποιες από τις διασπάσεις έλαβαν χώρα:

(A) δύο διασπάσεις β^-

(B) δύο διασπάσεις β^+

(Γ) δύο διασπάσεις α

(Δ) μια διάσπαση α και μία β^-

(E) μια διάσπαση α και μία β^+ ?