

ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΑΝΟΙΚΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

ΦΥΕ 34 2009-10

5^η ΕΡΓΑΣΙΑ

Προθεσμία παράδοσης 4/5/10

Άσκηση 1

Ένας φοιτητής κατέγραψε τις εξής μετρήσεις τάσεως αποκοπής συναρτήσει του μήκους κύματος σε πείραμα φωτοηλεκτρικού φαινομένου:

λ (nm)	318	344	375	400	432
V (Volt)	1.0	0.7	0.4	0.2	0.03

Κατά την καταγραφή έκανε ένα λάθος σε μια μέτρηση λόγω αναγραμματισμού. Βρείτε το έργο εξαγωγής, το μήκος κύματος κατωφλίου, και το λάθος αναγραμματισμού.

Άσκηση 2

Δίνεται η συνάρτηση φασματικής πυκνότητας του μέλανος σώματος

$$u(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5 \left(\exp\left\{ \frac{hc}{\lambda kT} \right\} - 1 \right)}$$

$$\bar{n}(\lambda, T) = \frac{h^{-1} c^{-1}}{8\pi(kT)^3} u(\lambda, T)$$

Από αυτή ορίστε τη συνάρτηση

Για αρκετά μεγάλες θερμοκρασίες η συνάρτηση αυτή μπορεί να γραφτεί στη μορφή

$$\bar{n}(\lambda, T) = \frac{\bar{n}_0(T)}{\lambda^1} + \frac{\bar{n}_1(T)}{\lambda^5} + \frac{\bar{n}_2(T)}{\lambda^6} + \dots$$

Α) Δείξτε ότι η συνάρτηση $\bar{n}(\lambda, T)$ είναι αδιάστατη (δηλ. καθαρός αριθμός για κάθε λ, T)

Β) Να προσδιορίσετε με σαφήνεια την έκφραση "για αρκετά μεγάλες θερμοκρασίες" ώστε να ισχύει η παραπάνω προσέγγιση.

Γ) Να υπολογίσετε τις συναρτήσεις $\bar{n}_i(T)$, $i = 0, 1, 2$ και προσδιορίστε τις μονάδες στις οποίες μετράμε τις τιμές τους.

Δ) Δείξτε ότι ο όρος για $i=0$ δίνει τον κλασικό νόμο των Rayleigh-Jeans

$$u(\lambda, T) = \frac{8\pi kT}{\lambda^1}$$

Άσκηση 3

Η διεπιφάνεια επαφής δύο τεμαχίων μετάλλου μπορεί να θεωρηθεί ως ορθογώνιο φράγμα δυναμικού ύψους όσο το έργο εξόδου Φ , και με εύρος όση η απόστασή τους. Πόσα eV πρέπει να είναι το έργο εξόδου ώστε όταν τα δύο κομμάτια απομακρυνθούν από 10 \AA σε 13 \AA , η πιθανότητα διελεύσεως ηλεκτρονίου ενέργειας 0.4Φ μέσω του ενδιάμεσου κενού να ελαττωθεί κατά 20 φορές;

Άσκηση 4

Ένα φωτόνιο ενέργειας 200 MeV κτυπά ένα ακίνητο πρωτόνιο το οποίο μετά την ανάκρουση έχει ενέργεια 957.44 MeV.

- A) Βρείτε το μήκος κύματος του σκεδαζόμενου φωτονίου.
- B) Βρείτε τη γωνία κατά την οποία σκεδάζεται το φωτόνιο.
- Γ) Βρείτε τη γωνία κατά την οποία ανακρούει το πρωτόνιο.

Άσκηση 5

Το ποζιτρόνιο είναι ένα «άτομο», με πολύ μικρό χρόνο ζωής, αποτελούμενο από ένα ποζιτρόνιο (αντι-ηλεκτρόνιο) και ένα ηλεκτρόνιο. Το ποζιτρόνιο έχει την ίδια μάζα με το ηλεκτρόνιο αλλά αντίθετο ηλεκτρικό φορτίο. Χρησιμοποιώντας τη θεωρία του Bohr

- A) Βρείτε τον τύπο που δίνει τις δυνατές τιμές της ακτίνας του «ατόμου».
- B) Βρείτε τον τύπο που δίνει τις δυνατές τιμές τις ενέργειας.
- Γ) Υπολογίστε την ενέργεια της βασικής στάθμης.
- Δ) Έχει το φάσμα του ποζιτρόνιο γραμμές στην περιοχή του ορατού;

Άσκηση 6

Η κυματοσυνάρτηση μιας στάσιμης κατάστασης σωματιδίου μάζας m σε δυναμικό δίνεται από

$$\psi(x) = \begin{cases} Ae^{-x/a}, & x > 0 \\ Ae^{+x/a}, & x < 0 \end{cases}$$

όπου A, α θετικές σταθερές.

- A) Αν η αβεβαιότητα της θέσης του σωματιδίου είναι ίση με $\Delta x = \delta$ να προσδιορίσετε τις σταθερές A, α .
- B) Αν δίνεται επιπλέον ότι το δυναμικό μηδενίζεται στην περιοχή $x > 0$ βρείτε την ενέργεια της στάσιμης κατάστασης.
- Γ) Υπολογίστε την πιθανότητα να βρεθεί το σωματίδιο στην περιοχή $-a < x < a$.

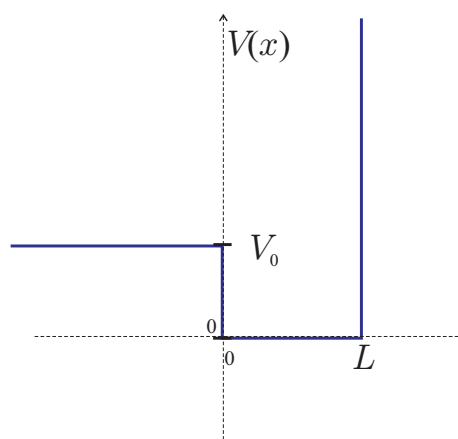
Άσκηση 7

Σωματίδιο μάζας m και ολικής ενέργειας $E < V_0$ κινείται στο φράγμα δυναμικού του σχήματος

$$V(x) = \begin{cases} V_0, & x < 0 \\ 0, & 0 < x < L \\ \infty, & x > L \end{cases}$$

όπου $V_0 > 0, L > 0$.

- A) Να βρεθεί η κυματοσυνάρτηση και να προσδιοριστούν οι σταθερές που υπεισέρχονται εκτός από τη σταθερά κανονικοποίησης.
- B) Να βρεθεί η εξίσωση η οποία προσδιορίζει την ενέργεια του σωματιδίου.
- Γ) Εξηγήστε ποιοτικά αν το σωματίδιο μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή ενέργειας $E < V_0$ ή αν υπάρχουν περιορισμοί.



Άσκηση 8

Η κυματοσυνάρτηση αρμονικού ταλαντωτή μάζας m και συχνότητας ω σε διεγερμένη στάσιμη κατάσταση είναι ίση με

$$\psi(x) = Cxe^{-\alpha x^2}$$

A) Με χρήση της εξίσωσης Schroedinger να προσδιορισθεί η τιμή της σταθεράς α συναρτήσει της μάζας και συχνότητας του ταλαντωτή καθώς και η ενέργεια του ταλαντωτή στην εν λόγω κατάσταση.

B) Να βρεθεί η σταθερά κανονικοποίησης C .

Γ) Να βρεθούν τα όρια ταλάντωσης για τον κλασσικό ταλαντωτή που έχει την ίδια ολική ενέργεια.

Δ) Να υπολογισθεί η πιθανότητα εύρεσης του ταλαντωτή στην κλασσικά απαγορευμένη περιοχή και να συγκριθεί με την αντίστοιχη πιθανότητα όταν ο ταλαντωτής βρίσκεται στην θεμελιώδη κατάσταση.

$$\text{Δίδεται } \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-x^2} dx \cong 0.0495$$

Άσκηση 9

Να υπολογισθεί η ελάχιστη κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου στην θεμελιώδη κατάσταση του ατόμου του υδρογόνου και να συγκριθεί με την αντίστοιχη ελάχιστη κινητική ενέργεια ενός ηλεκτρονίου που βρίσκεται εγκλωβισμένο σε σφαιρικό κουτί ακτίνας a_0 (ακτίνα Bohr). Να γίνουν τα ακόλουθα βήματα:

A) Να υπολογισθούν οι ποσότητες $\langle r \rangle$ και $\langle r^2 \rangle$ και από αυτές η διακύμανση $\Delta r^2 = \langle r^2 \rangle - \langle r \rangle^2$ για την θεμελιώδη κατάσταση του υδρογόνου.

B) Λόγω της σφαιρικής συμμετρίας ισχύει $\Delta x^2 = \Delta y^2 = \Delta z^2 = \Delta r^2/3$. Να υπολογισθούν οι αβεβαιότητες στις ορμές και από αυτές και την αρχή του Heisenberg να υπολογισθεί η ελάχιστη κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου στην κατάσταση αυτή.

Γ) Για ένα ηλεκτρόνιο σε σφαιρικό κουτί ακτίνας a_0 , η πυκνότητα πιθανότητας είναι σταθερή (και κανονικοποιημένη). Να γίνουν οι αντίστοιχοι υπολογισμοί και να συγκριθούν οι δύο ελάχιστες κινητικές ενέργειες.

Άσκηση 10

Μονοηλεκτρονιακό ιόν βρίσκεται στην κατάσταση $2p$ με ενέργεια $E = -54.4 \text{ eV}$.

A) Βρείτε για ποιο ιόν πρόκειται.

B) Υπολογίστε το μέτρο της τροχιακής στροφορμής και τις επιτρεπόμενες τιμές της γωνίας που σχηματίζει το διάνυσμα της στροφορμής με τον άξονα των z .

Γ) Υπολογίστε τη μέση τιμή της κινητικής ενέργειας του ηλεκτρονίου.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1) Σε απειρόβαθο μονοδιάστατο πηγάδι δυναμικού εύρους $6L$, σωματίο βρίσκεται με μεγάλη πιθανότητα γύρω από τις θέσεις L , $3L$ και $5L$. Σε ποια διεγερμένη κατάσταση ευρίσκεται, ποια η κυματοσυνάρτηση, και πόση ενέργεια χρειάστηκε για να διεγερθεί από την βασική κατάσταση;

2) Ποιες από τις παρακάτω κυματοσυναρτήσεις είναι αποδεκτές για την περιγραφή ενός μονοδιάστατου κβαντομηχανικού συστήματος

$$A) \psi(x) = Ce^{-bx} \quad , \quad -\infty < x < +\infty$$

$$B) \psi(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < 0 \\ A \cos bx & , \quad 0 \leq x \leq L \\ Ae^{-x} & , \quad x \geq L \end{cases}$$

$$\Gamma) \psi(x) = \frac{A}{x^2 + a^2} \quad , \quad -\infty < x < +\infty$$

όπου A, b, a, L αυθαίρετες θετικές σταθερές;

3) Πρωτόνιο βρίσκεται σε τρισδιάστατο κυβικό κουτί πλευράς 1 \AA . Ποιος ο βαθμός εκφυλισμού της στάσιμης κατάστασης με ενέργεια $E = 0.287 \text{ eV}$;

4) Σε πείραμα Millikan παρατηρείται ταχύτητα καθόδου v ενώ γίνονται ασυνεχείς μεταβολές της ταχύτητας ανόδου ίσες με $v', 2v', 3v', \dots$ κλπ. Αν $v'/v = 1/2$, είναι οι τιμές των φορτίων της σταγόνας συμβατές με την κβάντιση του ηλεκτρικού φορτίου;

5) Ποιες από τις παρακάτω ποσότητες έχουν καθορισμένη τιμή, και αν ναι ποια είναι αυτή, σε μια στάσιμη κατάσταση του ατόμου του Υδρογόνου; (i) Η κινητική ενέργεια (ii) Η θέση (iii) Μέτρο θέσης (iv) Η δυναμική ενέργεια (v) Η ορμή (vi) Το μέτρο της ορμής (vii) Η συνολική ενέργεια (viii) Η στροφορμή (ix) Το μέτρο της στροφορμής