

ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΑΝΟΙΚΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

ΦΥΕ 34 2008-09

6^η ΕΡΓΑΣΙΑ

Προθεσμία παράδοσης 2/6/09

Άσκηση 1

A) Εξηγείστε ποιες από τις παρακάτω ηλεκτρονιακές διατάξεις ουδετέρων ατόμων είναι παραδεκτές και ποιες όχι.

B) Για τις παραδεκτές ηλεκτρονιακές διατάξεις ποιες είναι θεμελιώδεις και ποιες διεγερμένες και για ποια στοιχεία πρόκειται;

Γ) Για τις θεμελιώδεις διατάξεις εξηγείστε τη διάταξη των σπιν των ηλεκτρονίων.

(i) $1s^2 2s^2 2p^2 3s$

(ii) $1s^2 2s^4 2p^6$

(iii) $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^3 4s^1 4p^2$

(iv) $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^3$

Άσκηση 2

Για να διευκρινισθεί το νόημα του (χημικού) συμβολισμού “ ϕ_0^2 ” (πχ $1s^2$) για δύο μή αλληλεπιδρώντα ηλεκτρόνια με αντίθετα spin που ευρίσκονται στην θεμελιώδη κατάσταση $1s$, θεωρείστε δύο πανομοιότυπα μή διακρίσιμα και μή αλληλεπιδρώντα σωματίια με spin $1/2$ (π.χ. δύο νετρόνια) σε μονοδιάστατο πηγάδι δυναμικού απείρου βάθους και εύρους L , υποθέτοντας ότι το ένα διαπερνά το άλλο(!) χωρίς αλληλεπίδραση (σε μια διάσταση αυτό βεβαίως είναι αδύνατον, αλλά η χρήση 2 ή 3^{ου} διαστάσεων απλώς επιμηκύνει τις πράξεις χωρίς να προσθέτει νέες ιδέες). Αν

συμβολίσουμε με $\phi_0(x) = \begin{cases} \sqrt{2/L} \sin(\pi x/L), & \text{για } 0 \leq x \leq L \\ 0, & \text{για } x < 0, x > L \end{cases}$ την κυματοσυνάρτηση της

θεμελιώδους καταστάσεως ενός σωματίου και τις συναρτήσεις των καταστάσεων με

σπιν-άνω και σπιν-κάτω αντιστοίχως με $\alpha(s) = \begin{cases} 1, & s = \uparrow (= \hbar/2) \\ 0, & s = \downarrow (= -\hbar/2) \end{cases}$,

$\beta(s) = \begin{cases} 0, & s = \uparrow (= \hbar/2) \\ 1, & s = \downarrow (= -\hbar/2) \end{cases}$, τότε δείξτε ότι η απλοϊκώς επινοημένη κυματοσυνάρτηση

που ικανοποιεί την εξίσωση του Schroedinger καθώς και την απαγορευτική αρχή του Pauli, $\psi(x_1, s_1; x_2, s_2) = \phi_0(x_1)\alpha(s_1)\phi_0(x_2)\beta(s_2)$ [$\equiv \phi_0^2 \alpha \beta$] [όπου $x_1, s_1; x_2, s_2$ οι συντεταγμένες ($x, s = S_z$) του 1^{ου} και 2^{ου} σωματίων αντιστοίχως] είναι απαράδεκτη διότι παραβιάζει την απαίτηση της μη διακρισιμότητας των σωματίων, ενώ η πλήρως αντισυμμετρική κυματοσυνάρτηση (ονομαζομένη και ορίζουσα του Slater)

$$\Psi(x_1, s_1; x_2, s_2) = \phi_0(x_1)\phi_0(x_2) \begin{vmatrix} \alpha(s_1) & \alpha(s_2) \\ \beta(s_1) & \beta(s_2) \end{vmatrix} \left[\equiv \phi_0^2(\alpha\beta - \beta\alpha) \right]$$
 την ικανοποιεί, όπως και την εξίσωση του Schrodinger καθώς και την απαγορευτική την αρχή του Pauli, και επομένως είναι αυτή που εννοείται με τον (χημικό) συμβολισμό “ ϕ_0^2 ”. Βρείτε την ενέργεια και την σταθερά κανονικοποίησης της $\Psi(x_1, s_1; x_2, s_2)$.

Άσκηση 3

Θεωρήστε τις φασματικές γραμμές των μεταβάσεων ατόμου του Υδρογόνου από την κατάσταση 5g σε κατάσταση με n=4, παρουσία εξωτερικού μαγνητικού πεδίου $B = 2.00T$. Θεωρώντας αλληλεπίδραση του μαγνητικού πεδίου μόνο με την τροχιακή στροφορμή

- A) Ποιος είναι ο αριθμός αυτών των φασματικών γραμμών και γιατί;
- B) Ποιες οι διαφορές των συχνοτήτων αυτών των φασματικών γραμμών;
- Γ) Ποιες φασματικές γραμμές θα συνεχίσουν να υπάρχουν αν μηδενιστεί το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο;
- Δ) Ποια είναι η μέγιστη ένταση του μαγνητικού πεδίου για τη οποία οι ενεργειακές καταστάσεις με κβαντικό αριθμό n=5 δεν επικαλύπτονται με τις καταστάσεις κβαντικού αριθμού n=4;

Άσκηση 4

Στο περιστροφικό φάσμα του μορίου του $^1H^{35}Cl$ οι γραμμές απορρόφησης εμφανίζονται στους κυματικούς αριθμούς 83.32, 104.13, 124.73, 145.37, 165.89, 186.23, 206.60, 226.86 cm^{-1} .

- A) Να υπολογιστεί η ροπή αδράνειας του μορίου ως προς το κέντρο μάζας του και το μήκος δεσμού γι' αυτό το μόριο.
- B) Σε ποιές μεταβάσεις αντιστοιχούν οι παραπάνω γραμμές απορρόφησης;
- Γ) Να υπολογιστούν οι θέσεις των αντίστοιχων κορυφών για το μόριο $^2H^{35}Cl$.

Άσκηση 5

Σε ένα υποθετικό διατομικό μόριο τα άτομα απέχουν 0.8860 nm. Όταν μεταπίπτει από την κατάσταση περιστροφής $\ell = 2$ σε κατώτερη περιστροφική κατάσταση, του ίδιου ταλαντωτικού κβαντικού αριθμού, εκπέμπει φωτόνιο ενέργειας $8.841 \times 10^{-4} eV$. Όταν το μόριο μεταπίπτει από μια ταλαντωτική κατάσταση σε κατώτερη ταλαντωτική κατάσταση, του ίδιου περιστροφικού κβαντικού αριθμού, εκπέμπει φωτόνιο ενέργειας 0.2560eV. Βρείτε τη σταθερά ελατηρίου του μορίου.

Άσκηση 6

Η κοιλότητα ενός Laser λειτουργίας συνεχούς κύματος έχει κυλινδρικό σχήμα μήκους 15cm και διαμέτρου 5mm, και αποτελείται από υλικό με δείκτη διάθλασης $n=1.76$. Η μία πλευρά του είναι ανακλαστική 100%, ενώ η δεύτερη έχει κάτοπτρο ανακλαστικότητας 98%. Λειτουργεί σε ένα μήκος κύματος 800nm και το πλήρες εύρος της φασματικής γραμμής εκπομπής είναι Δf . Η ανώτερη στάθμη του Laser έχει χρόνο ζωής 200μs. Με την ελάχιστη ισχύ άντλησης για να παραχθεί η κρίσιμη

αναστροφή και να έχουμε δράση Laser, η διαφορά πληθυσμών μεταξύ ανώτερης και κατώτερης στάθμης είναι ίση με $4 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3}$.

A) Ποιο είναι το εύρος, Δf , της γραμμής εκπομπής του Laser και ,

B) Ποια είναι η ισχύς εξόδου του Laser ;

Θεωρήστε ότι οι μοναδικές απώλειες φωτονίων είναι λόγω του ατελώς ανακλαστικού κατόπτρου.

Άσκηση 7

Αν και συνήθως εφαρμόζουμε τη στατιστική Fermi-Dirac στα ελεύθερα ηλεκτρόνια ενός αγωγού, η στατιστική Fermi-Dirac ισχύει για οποιοδήποτε σύστημα σωματιδίων με spin $\frac{1}{2}$, όπως είναι τα πρωτόνια και τα νετρόνια σε έναν πυρήνα. Αφού τα πρωτόνια είναι διακρίσιμα από τα νετρόνια, υποθέστε ότι κάθε σύνολο νουκλεονίων υπακούει ανεξάρτητα στην κατανομή Fermi-Dirac και ότι ο αριθμός των πρωτονίων είναι ίσος με τον αριθμό των νετρονίων. Χρησιμοποιώντας τις ιδέες αυτές υπολογίστε για τα νουκλεόνια του πυρήνα Ca

A) Την ενέργεια Fermi

B) Την μέση ενέργεια \bar{E} σε θερμοκρασία 0 K

Γ) Τη θερμοκρασία που πρέπει να έχει ο πυρήνας ώστε η πιθανότητα ένα νουκλεόνιο να έχει ενέργεια 33.6 MeV να είναι 1%.

Υπόδειξη: Ο πυρήνας του Ca έχει 20 πρωτόνια, 20 νετρόνια και ακτίνα ίση με $4.1 \times 10^{-15} \text{ m}$

Άσκηση 8

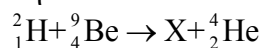
Ένας ημιαγωγός τύπου n έχει ενεργειακό χάσμα $E_c - E_v = E_g$ και ενεργειακές στάθμες ενεργείας $E = E_c - E_g / 10$ κατειλημμένες σε θερμοκρασία $T=0$ με ηλεκτρόνια δοτών. E_c είναι η κατωτάτη στάθμη της ζώνης αγωγιμότητας και E_v είναι η ανωτάτη στάθμη της ζώνης σθένους. Θεωρώντας ότι η ενέργεια Fermi κείται στο μέσον μεταξύ της ανωτάτης κατειλημμένης, σε $T=0$, στάθμης και της κατωτάτης ακατάληπτης, και ότι παραμένει σταθερά εκεί για όχι υπερβολικώς πολλά διεγερμένα ηλεκτρόνια, δείξτε ότι η αγωγιμότητα αυξάνει μετά της θερμοκρασίας T . (Στους συνήθεις αγωγούς ελαττούται λόγω τριβών.)

Άσκηση 9

Σύμφωνα με την υπόθεση του αρχαιολόγου Μαρινάτου σχετικά με την καταστροφή του Μινωικού πολιτισμού η έκρηξη του ηφαιστείου της Σαντορίνης έγινε περί το 1500 πΧ η λίγο αργότερα. Πρόσφατα ανακαλύφθηκε στο Ακρωτήρι υπόλειμμα από δέντρο ελιάς το οποίο καλύφθηκε με τέφρα κατά την έκρηξη. Θεωρούμε ότι έγινε ραδιοχρονολόγηση δείγματος το 2006 κατά την οποία ευρέθη ότι η ενεργότητα μάζας 5gr του δέντρου ήταν 48 διασπάσεις ανά λεπτό. Να ευρεθεί αν η ραδιοχρονολόγηση δίνει για την έκρηξη ημερομηνία συμβατή με αυτή της κλασσικής αρχαιολογίας. Είναι η μέθοδος αρκετά ακριβής για να απαντήσει το ερώτημα αυτό και από τί εξαρτάται η ακρίβειά της ;

Άσκηση 10

Θεωρείστε την πυρηνική αντίδραση



όπου X άγνωστος πυρήνας.

- A) Να υπολογιστεί ο ατομικός αριθμός Z και ο μαζικός αριθμός για το X .
- B) Υπολογίστε την ενέργεια αντίδρασης και εξηγήστε αν η αντίδραση είναι ενδόθερμη ή εξώθερμη.
- Γ) Εκτιμήστε την ενέργεια κατωφλίου της αντίδρασης υπολογίζοντας την ενέργεια Coulomb όταν οι δύο πυρήνες ${}^2_1\text{H}$ και ${}^9_4\text{Be}$ βρίσκονται σε επαφή.
- Δ) Συγκρίνετε τα αποτελέσματα (B) και (Γ) και σχολιάστε.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1) Πέντε ηλεκτρόνια τοποθετούνται σε μονοδιάστατο πηγάδι δυναμικού πλάτους L . Θεωρώντας ότι τα ηλεκτρόνια έχουν σπιν αλλά αγνοώντας όλες τις άλλες αλληλεπιδράσεις μεταξύ τους ποια η ενέργεια της βασικής κατάστασης του συστήματος;

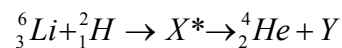
2) Για την δημιουργία δέσμης laser απαιτούνται τρεις (τουλάχιστον) ενεργειακές στάθμες. Ποιός ο ρόλος της καθεμιάς; Πώς επιτυγχάνεται η παράλληλη δέσμη;

3) Θεωρείστε ότι έχουμε μια άπειρη ευθεία από ισαπέχοντα εναλλασσόμενα θετικά ($+e$) και αρνητικά ιόντα ($-e$). Αποδείξτε ότι η δυναμική ενέργεια ενός ιόντος σε αυτόν τον κρύσταλλο είναι

$$U(r) = -ka \frac{e^2}{r}$$

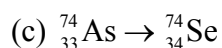
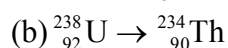
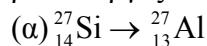
όπου $a = 2 \ln 2$ η σταθερά του Madelung και r η απόσταση δύο διαδοχικών ιόντων.
Υπόδειξη: Χρησιμοποιείστε το ανάπτυγμα του $\ln(1+x)$ σε σειρά Taylor.

4) Η αντίδραση σύντηξης λιθίου και δευτερίου



δίδει πρώτα ένα διηγεμένο πυρήνα X^* οποίος στην συνέχεια διασπάται σε ήλιο και τον πυρήνα Y . Να προσδιορισθούν τα στοιχεία X και Y και να υπολογισθεί η τιμή Q της αντίδρασης. Είναι εξώθερμη ή ενδόθερμη; Αν η αποδιέγερση του πυρήνα X γίνεται με την εκπομπή φωτονίου να υπολογισθεί η συχνότητά του.

5) Τι σωματίο (σωμάτιο α , ηλεκτρόνιο ή ποζιτρόνιο) εκπέμπεται από τις ακόλουθες ραδιενεργές διασπάσεις;



Να γράψετε τις πλήρεις αντιδράσεις διάσπασης λαμβάνοντας υπόψη την διατήρηση του λεπτονικού αριθμού.