

# Οι φιλοσοφικές πτυχές της κβαντικής μηχανικής

Παναγιώτης Καλύβας

2019

## 1 Εισαγωγή

Η κβαντομηχανική είναι μια φυσική θεωρία που αναπτύχθηκε στη δεκαετία του '20 για να περιγράψουμε τα φαινόμενα της ύλης στην ατομική κλίμακα. Ήταν μια προσπάθεια πολλών διαφορετικών ανθρώπων που αναζητούσαν μια θεωρία που θα μπορούσε να εξηγήσει άλυτα προβλήματα όπως το φάσμα της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας ενός θερμού αντικειμένου, το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, καθώς και το ζήτημα του γιατί το υδρογόνο ακτινοβολεί φωτόνια συγκεκριμένου μήκους κύματος. Από το σημείο αυτό και μετά ήταν η πιο εμπειρικά επιτυχημένη θεωρία στην ιστορία της επιστήμης. Ωστόσο, οι προσπάθειες κατανόησης μιας τέτοιας θεωρίας είναι δύσκολες λόγω έλλειψης επαρκούς τρόπου ερμηνείας της φυσικής σημασίας των μαθηματικών συμβόλων. Μια περίεργη ιδιότητα της κβαντομηχανικής Η ευχή και η κατάρα της κβαντομηχανικής προέρχεται από το γεγονός ότι η κατάσταση του συστήματος είναι ένα σύνολο διαφόρων φυσικών καταστάσεων που αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Όλοι αυτοί οι όροι περιέχουν ταυτόχρονα υπάρχουσες εκδόσεις της πραγματικότητας και κατανοούμε μόνο μία από αυτές τις πιθανές εκδοχές. Επιπλέον, η κβαντική θεωρία αντιμετωπίζει όλες αυτές με την ίδια πιθανότητα ύπαρξης χωρίς να μας λέει ποιες από αυτές θα παρατηρήσουμε. Είναι σαν να υπάρχει το σύστημα σε διάφορες καταστάσεις, αλλά όταν κάποιος κάνει μια μέτρηση το αποτέλεσμα είναι μόνο μία από όλες τις δυνατές. Έτσι δεν μπορούμε να καταλάβουμε γιατί αντιλαμβανόμαστε μια συγκεκριμένη έκδοση όλων των πιθανών.

Το γεγονός ότι η μέτρηση δεν μπορεί να προνοήσει έναν από τους όρους σε σχέση με άλλους, καθιστά το πρόβλημα ακόμη πιο δύσκολο, διότι πρέπει να βρούμε έναν κανόνα που να μας βοηθάει να καθορίσουμε ποιος από τους όρους αυτούς είναι πιο πιθανό να υπάρχει. Σε αυτό το σημείο, πρέπει να ενσωματώσουμε στη θεωρία την έννοια της πιθανότητας έτσι ώστε να προβλέψουμε τα πιθανά αποτελέσματα της μέτρησης. Μέχρι τώρα, δεν έχουμε καταφέρει να κατανοήσουμε αυτό το χαρακτηριστικό της θεωρίας.

Η ανάγκη για μια ερμηνεία

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι είναι σαφής η ανάγκη ερμηνείας της κβαντικής μηχανικής. Σε αυτή τη διατριβή θεωρώ μια σειρά από ερμηνείες. Η πρώτη είναι η *ερμηνεία της Κοπεγχάγης* η οποία προτάθηκε αρχικά από τους Niels Bohr και Werner Heisenberg. Η ερμηνεία της Κοπεγχάγης υποστηρίζει ότι η κβαντική

κατάσταση δεν πρέπει να θεωρηθεί ως περιγραφή του φυσικού συστήματος, αλλά ως μια περίληψη αυτού που μπορούμε να περιμένουμε αν λάβουμε μετρήσεις του συστήματος. Μια διέξοδος από την πολλαπλή εκδοχή του προβλήματος της πραγματικότητας είναι να σκεφτούμε ότι η κυματοσυνάρτηση δεν είναι πραγματική, με μια έννοια ότι δεν παρατηρούμε πραγματικά ένα κύμα. Η κυματική λειτουργία θα μπορούσε αντιθέτως να θεωρηθεί ως μια συνταγή για το πώς οι διαφορετικές πραγματικότητες αντιστοιχούν στις δυνατότητές τους, με μόνο ένα τελικά να υπάρχει, αυτό που καταλήγουμε να βλέπουμε.

Κρυμμένες μεταβλητές θεωρίες Σύμφωνα με μια άλλη ερμηνεία που ονομάζεται *θεωρίες κρυμμένων μεταβλητών*, η χβαντική κατάσταση είναι μια μερική περιγραφή του συστήματος, με την υπόλοιπη περιγραφή να βρίσκεται στις τιμές των κρυφών μεταβλητών. Οι κρυφές μεταβλητές επιλέγουν μία από τις πιθανές φυσικές καταστάσεις ως την πραγματική. Θα μπορούσε να ειπωθεί ότι αυτή η κατάσταση φέρει κάποιες ομοιότητες με τη στατιστική θερμοδυναμική, όπου τα μεγάλα συστήματα που αποτελούνται από πολλά σωματίδια περιγράφονται με πιθανοκρατικό τρόπο, αλλά καθένα από αυτά τα σωματίδια συμπεριφέρεται σύμφωνα με τις κλασικές εξισώσεις της κίνησης. Με άλλα λόγια, η χβαντική μηχανική<sup>1</sup> δεν είναι η τελική περιγραφή της φύσης. Υπάρχει μια κρυμμένη πραγματικότητα κάτω από την χβαντική μηχανική, που περιγράφεται από τις μεταβλητές μιας πιο θεμελιώδους θεωρίας, η οποία μπορεί πάντα να προβλέψει το αποτέλεσμα μιας μέτρησης με βεβαιότητα.

Κάθε ερμηνεία απεικονίζει μια διαφορετική φυσική πραγματικότητα και το ζήτημα του ποιά είναι βέλτιστη είναι ακόμα ανοιχτό. Αυτές οι πραγματικότητες διαφέρουν μεταξύ τους ανάλογα με το αν η χβαντομηχανική είναι ντετερμινιστική ή όχι. Δύο από αυτές τις ερμηνείες περιγράφονται παρακάτω.

---

<sup>1</sup>Sto shmele auti h lexh kbantik mhqanik qrhsimopoiētai wc perigrafē tou mikro-epipedou

## 2 Η Ερμηνεία της Κοπεγχάγης

### 2.1 Eisagwg - Η proèl eush

Για να κατανοήσουμε πώς μια θεωρία θα μπορούσε να έχει μια ερμηνεία, πρέπει να μελετήσουμε σύντομα την ιστορία της κλασικής μηχανικής. Περίπου στο τέλος του 17<sup>ου</sup> και στην αρχή του 18<sup>ου</sup> αιώνα, ο Newton ανέπτυξε ένα εμπειρικό-μαθηματικό σχήμα σύμφωνα με το οποίο τα άτομα μετακινούνται μέσα από τον τρισδιάστατο χώρο. Όπως γνωρίζουμε καλά, γνωρίζουμε ότι η εικόνα που ανέδειξε ο Newton αποδεικνύεται ιδιαίτερα συμβατή με την καθημερινή μας άποψη για τον κόσμο. Μετά από αυτή τη σημαντική θεωρητική ανακάλυψη, ελάχιστα φαινόμενα αφέθηκαν ανεξήγητα, γι αυτό πολλοί φυσικοί γρήγορα σκέφτονταν ότι αυτό ήταν το τέλος.

Ενώ επιτυχώς περιγράφει την πλειονότητα των φαινομένων, η κλασική ηλεκτροδυναμική αποδίδει ένα προβληματικό σύνολο προβλέψεων για τα ακόλουθα φαινόμενα: το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, την ηλεκτρομαγνητική ενέργεια που εκπέμπεται από μια κοιλότητα του μέλανος σώματος και τη μηχανική των σωματιδίων άλφα που εκτοξεύονται σε λεπτό φύλλο χρυσού. Ξεκινώντας με το πρώτο από αυτά τα φαινόμενα, το αποτέλεσμα είναι η εκπομπή ηλεκτρονίων όταν μια δέσμη φωτός λάμπει πάνω στο μέταλλο. Σύμφωνα με την κλασική ηλεκτρομαγνητική θεωρία, το φωτοηλεκτρικό αποτέλεσμα μπορεί να αποδοθεί στη μεταφορά ενέργειας από το φως στο ηλεκτρόνιο. Η κλασική θεωρία κάνει επίσης μερικές προβληματικές, όπως προαναφέρα, προβλέψεις: ι) ότι η ένταση του φωτός θα συσχετιστεί με την κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων. και ιι) ότι ένα φως χαμηλής έντασης θα προκαλέσει καθυστέρηση στην εκπομπή ηλεκτρονίων. Όπως αποδεικνύεται, αμφότερες αυτές οι προβλέψεις διαψεύδονται από πειραματικά δεδομένα, τα οποία δείχνουν ότι η ενέργεια των ηλεκτρονίων εξαρτάται από τη συχνότητα του προσπίπτοντος φωτός μόνο.

Ας εξετάσουμε τώρα το δεύτερο από τα προαναφερθέντα φαινόμενα, την ακτινοβολία μαύρου σώματος, ένα σημαντικό φαινόμενο που αμφισβήτησε τη θεωρητική συσκευή που ήταν διαθέσιμη στους φυσικούς στην αρχή του 20<sup>αί</sup>. Ένα μαύρο σώμα είναι μια επιφάνεια η οποία είναι σε θέση να απορροφήσει όλες τις προσπίπτουσες ηλεκτρομαγνητικές ακτινοβολίες, γι αυτό η επιφάνεια αυτού του σώματος εμφανίζεται μαύρη. Για να δημιουργήσουμε ένα τόσο περίεργο αντικείμενο, πρέπει να πάρουμε οποιαδήποτε μεγάλη κοιλότητα και να το θερμάνουμε σε κάποια θερμοκρασία. Στη συνέχεια, όταν καθιερωθεί μια θερμική ισορροπία, μπορούμε να αφήσουμε την ακτινοβολία να διαφύγει από μια μικρή τρύπα στην πλευρά της κοιλότητας. Οι θεωρίες μας δεν μπορούσαν να προβλέψουν το φάσμα αυτής της ακτινοβολίας.

Για να αντιμετωπίσει αυτή τη θεωρητική έλλειψη, ο Max Planck συνέταξε ένα σύστημα ως μια συλλογή ακτινοβολούμενων αρμονικών ταλαντωτών σε θερμική ισορροπία. Η πρώτη προσπάθειά του με την κλασική ηλεκτρομαγνητική θεωρία απέτυχε. Στη συνέχεια γύρισε στη θερμοδυναμική, επιδιώκοντας να προσδιορίσει έναν τύπο που θα μπορούσε να περιγράψει τη κατανομή της θερμικής ενέργειας σε ισορροπία. Μετά από ανεπιτυχείς προσπάθειες, ο Planck αποφάσισε να χρησιμοποιήσει στατιστικές-μηχανικές μεθόδους, σύμφωνα με τις οποίες η συνολική ενέργεια

του συστήματος θα πρέπει να θεωρείται ότι υπάρχει σε ξεχωριστές ποσότητες. Αυτό που βρήκε ήταν ότι η κατανομή ακτινοβολίας του εκπεμπόμενου φωτός μπορεί να αναπαραχθεί αν και μόνο αν οι ταλαντωτές απορροφούν και εκπέμπουν ενέργεια σε διακριτά πακέτα.

Σε μια ομιλία που δόθηκε στη Γερμανική Φυσική Εταιρεία στις 14 Δεκεμβρίου 1900, ο Max Planck πρότεινε ένα νόμο που περιγράφει την κατανομή ενέργειας στην ακτινοβολία μαύρου σώματος. Σύμφωνα με τον Planck, το φως είναι η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία που μπορεί να εκπέμπεται ή να απορροφάται μόνο σε σταθερές μονάδες  $hf$ , όπου  $h = 6.62 \times 10^{-36} \frac{m^2 kg}{sec}$  σταθερά και  $f$  τη συχνότητα του φωτός. Αυτή η υπόθεση υποδηλώνει ότι το φως είναι μια διακριτή μάλλον παρά συνεχής ποσότητα. Το 1905, ο Albert Einstein χρησιμοποίησε την ίδια σταθερά στην υπόθεση ότι το φως μεταφέρεται από ξεχωριστά κβαντισμένα πακέτα, τα οποία βασίστηκε για να εξηγήσει τα πειραματικά δεδομένα του φωτοηλεκτρικού αποτελέσματος. Τα ηλεκτρόνια εκπέμπονται εάν το προσπίπτον φως υπερβεί μια συχνότητα κατωφλίου, ενώ κανένα ηλεκτρόνιο δεν απομακρύνεται κάτω από αυτή τη συχνότητα ανεξάρτητα από την ένταση του φωτός ή τον χρόνο έκθεσης.

Ο Planck βρήκε ότι η εκπομπή και η απορρόφηση ενέργειας πρέπει να κβαντιστεί, αλλά η μέθοδος που είχε αναπτύξει δεν μπορούσε να εφαρμοστεί στην ίδια την ενέργεια της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας. Ο λόγος πίσω από αυτή τη δυσκολία ήταν η ικανότητα του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου να μεταφέρει την ενέργεια ενός συνεχώς μεταβαλλόμενου κύματος. Σήμερα, κάνουμε *quantize* το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο μέσω μιας μεθόδου που ονομάζεται *quantization*. Σύμφωνα με αυτή τη μέθοδο, η οποία είναι συμβατή με την ειδική σχετικότητα, τα κβάντα του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου ονομάζονται *φωτόνια*. Είναι ενδιαφέρον ότι όταν η ακτινοβολία αποτελείται από μια μεγάλη ποσότητα κβαντών, συμπεριφέρεται σαν ένα κύμα.

Σύμφωνα με την ιδέα της ποσοτικοποίησης της ενέργειας, τα φωτόνια αποτελούνται από μια μοναδική ποσότητα ενέργειας που σχετίζεται με διαφορετικά χρώματα στο φάσμα. Η σχέση ενέργειας και συχνότητας δίνεται από τον τύπο:

$$E = hf \quad \text{χουαντιζατιον οφ ενεργψ}$$

Μετά από αυτά, θα αναφερθούμε στους μηχανισμούς των σωματιδίων άλφα που εκτοξεύονται σε λεπτό φύλλο χρυσού. Το 1911, ο Ernest Rutherford πρότεινε ότι υπάρχει ένα θετικό φορτίο στο άτομο, το οποίο συγκεντρώνεται σε έναν πυρήνα αρκετά μεγάλο ώστε να αντικατοπτρίζει ένα σωματίδιο άλφα. Επίσης πρότεινε τα ηλεκτρόνια να περιστρέφονται γύρω από τον πυρήνα σε ορισμένες επιτρεπόμενες τροχιές ή επίπεδα ενέργειας. Δεδομένου του γεγονότος ότι η ενέργεια μπορεί να πάρει μόνο συγκεκριμένες τιμές, η αναπήδηση των ηλεκτρονίων μεταξύ αυτών των τροχιών μπορεί να εκπέμπει μόνο ορισμένα μήκη κύματος φωτός - γεγονός που εξηγεί γιατί το φάσμα φωτός αποτελείται από διακριτά μήκη κύματος. Από αυτό λοιπόν προκύπτει ότι, όπως τα προηγουμένως εξεταζόμενα φαινόμενα, αυτό το τρίτο φαινόμενο μπορεί επίσης να εξηγηθεί από την υπόθεση για την ποσοτικοποίηση της ενέργειας.

Το 1913, ο Niels Bohr ανέπτυξε μια θεωρία που θα μπορούσε να αναπαράγει

τα αποτελέσματα του Rutherford καθώς και το φάσμα του ατόμου υδρογόνου. Η θεωρία βασίστηκε σε δύο περιέργες υποθέσεις:

1. Κάθε ατομικό σύστημα έχει ένα σύνολο καταστάσεων, που ονομάζονται τεξίτι στάσιμες καταστάσεις, με διακριτές ενέργειες.
2. Η δυνατότητα ενός ατόμου να απορροφήσει ή να εκπέμπει ακτινοβολία είναι συνάρτηση της ενεργειακής διαφοράς  $h\nu$  μεταξύ δύο καταστάσεων. Καθώς ένα ηλεκτρόνιο περνά από τη μία κατάσταση στην άλλη, είτε εκπέμπει είτε απορροφά την ακτινοβολία.

Το μοντέλο του Bohr εισήγαγε ασυνέχεια μεταξύ των τροχιών του ηλεκτρονίου γύρω από τον πυρήνα. Πρότεινε συγκεκριμένα ότι τα ηλεκτρόνια δεν μπορούν να υπάρχουν μεταξύ των τροχιών. Συνεπώς, τα ηλεκτρόνια καλύπτουν την κατάσταση που βρίσκεται πλησιέστερα στον πυρήνα (βασική κατάσταση) ή μια κατάσταση διέγερσης εάν μια κρούση τους ανάγκασε να εγκαταλείψουν την βασική κατάσταση. Όπως επεσήμανε ο Rutherford, το ηλεκτρόνιο φαίνεται να "γνωρίζει" την τελική ενέργεια που κινείται προς την κατεύθυνση και έτσι εκπέμπει ένα φωτόνιο με την κατάλληλη συχνότητα.

Ο χρόνος και ο τρόπος με τον οποίο πραγματοποιείται η μετάβαση είναι θέμα πιθανότητας. Δεν υπάρχουν εξωτερικές ή εσωτερικές αιτίες που επηρεάζουν την κατάσταση του ηλεκτρονίου. Κάθε διεγερμένο ηλεκτρόνιο μπορεί να μετακινηθεί αυθόρμητα σε χαμηλότερη κατάσταση ή στην βασική κατάσταση. Από το 1913 έως το 1925, ο Bohr και άλλοι βελτίωσαν το πρότυπο του Bohr με την εισαγωγή πρόσθετων αξιωμάτων, όπως η αρχή αποκλεισμού του Wolfgang Pauli. Το αναθεωρημένο μοντέλο ήταν σε θέση να περιγράψει τα βασικά χημικά στοιχεία και να ρίξει νέο φως στο δρόμο μέσω του οποίου δημιουργούνται.

Είναι όμως σημαντικό να αναγνωρίσουμε εδώ ότι η αποδοχή της ποσοτικοποίησης της ενέργειας εισάγει τόσες δυσκολίες όσες και επιλύει. Πρώτον, δημιουργείται το ερώτημα του πως η ύλη είναι τόσο σταθερή και, κατ'επέκταση, τι σταματά τα ηλεκτρόνια να στρέφονται προς τον πυρήνα του ατόμου καθώς συνεχώς χάνουν ενέργεια από την εκπομπή φωτονίων. Για να αντιμετωπίσει αυτά τα ζητήματα, ο Louis De Broglie ανέπτυξε μια θεωρία, το 1923, σύμφωνα με την οποία τα σωματίδια είναι κυματοειδείς οντότητες - δηλαδή, κάθε σωματίδιο ακολουθεί την τροχιά του αντίστοιχου κύματος. Είχε δεσμευτεί σε μια συνεχή κυματομορφή περιγραφής των κβαντικών φαινομένων, αντιμετωπίζοντας το κύμα ως μια θεμελιώδη φυσική οντότητα. Το 1924, εξήγησε το πρόβλημα σταθερότητας του ατόμου με την ίδια εικασία - δηλώνοντας ότι τα ηλεκτρόνια είναι ομοιόμορφα κύματα, των οποίων η ενέργεια είναι συνάρτηση του μήκους κύματος τους, έτσι μόνο ορισμένα μήκη κύματος μπορούν να χωρέσουν σε τροχιά γύρω από τον πυρήνα χωρίς να αφήνουν υπόλοιπο.

Ωστόσο, η πιο σημαντική συνέπεια της θεωρίας του De Broglie ήταν ότι το άτομο δεν μπορεί να υπάρχει σε όλες τις πιθανές καταστάσεις, μόνο σε μια σειρά διακεκριμένων στάσιμων καταστάσεων. Η ενέργεια που εκπέμπεται όταν ένα ηλεκτρόνιο περνά από το ένα επίπεδο ενέργειας στο άλλο είναι ανάλογη της ενεργειακής διαφοράς μεταξύ των δύο καταστάσεων. Αυτή η διαφορά  $E_n - E_m = h\nu_{nm}$

είναι η ενέργεια της ακτινοβολίας που εκπέμπεται. Από αυτό προκύπτει ότι ένα ηλεκτρόνιο δεν μπορεί να υπάρχει σε κάθε σημείο του διαστήματος, μόνο σε εκείνα που επιτρέπονται από τη συχνότητα του ηλεκτρονίου.

Στο πέμπτο συνέδριο της Κοπεγχάγης, ο De Broglie παρουσίασε τη θεωρία κυματικών σωματιδίων και έδωσε μια ιδιαίτερα καλή εξήγηση για το πώς ένα πιλοτικό κύμα οδηγεί ένα σωματίδιο. Αυτή η θεωρία ορίζει ότι το σωματίδιο καθοδηγείται από το πιλοτικό του κύμα. Προκειμένου να διατηρηθεί η θεωρία, ο De Broglie έπρεπε να εισαγάγει μη τοπικές αλληλεπιδράσεις - δηλαδή στιγμιαίες επιδράσεις μεγάλης εμβέλειας μεταξύ των υποσυστημάτων ενός συστήματος. Επίσης, πρότεινε να υπάρχει μια χρονική διαδικασία που να μοιάζει με ρολόι μέσα στο σωματίδιο. Αυτό το ρολόι θα έχει συχνότητα  $\omega_0 = mc^2/\hbar$ . Μέσω αυτής της ιδέας προέκυψε αυτό που είναι γνωστό ως σχέση Bohr-Σομμερφελδ:

$$\oint p \cdot dx = nh \quad (1)$$

η οποία είναι μια προϋπόθεση για το ρολόι να παραμείνει σε φάση με το κυβερνητικό κύμα.

Το 1926, ο Erwin Schrödinger κατέληξε σε μια εξίσωση που διέπει εν γένει τα κβαντικά κύματα. Αυτές οι ανακαλύψεις έδωσαν τελικά τα θεμέλια για αυτό που ονομάζουμε σήμερα κβαντική μηχανική.

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi\rangle = H |\Psi\rangle \quad \text{Time-dependent Schrödinger's equation} \quad (2)$$

Αυτή είναι η εξαρτώμενη από το χρόνο εξίσωση στην πιο γενική της μορφή. Η σταθερά  $\hbar$  είναι η σταθερά Planck  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ . Για να χρησιμοποιήσουμε την εξίσωση του Schrödinger, πρέπει να δημιουργήσουμε μια Hamiltonian  $H$  που αποτελείται από την κινητική και την δυναμική ενέργεια ενός συστήματος που εξελίσσεται στο χρόνο. Η λύση της προκύπτουσας διαφορικής εξίσωσης είναι η συνάρτηση  $|\Psi\rangle$  που δίνει όλες τις πληροφορίες για το σύστημα. Αυτή η εξίσωση παίζει βασικό ρόλο στην κβαντική θεωρία. Μια σημαντική ιδιότητα της εξίσωσης κύματος είναι ότι υπάρχουν καταστάσεις που είναι το άθροισμα των καταστάσεων. Αυτή η ιδιότητα ονομάζεται *συμπεριστασιακή*.

Το ίδιο έτος, ο Max Born πρότεινε έναν κανόνα που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψη της πιθανότητας του αποτελέσματος ενός πειράματος. Αυτό στο οποίο συνέβαλε αυτός ο κανόνας είναι να κλείσει το χάσμα ανάμεσα στο φορμαλισμό και το πείραμα.

Ο κανόνας Born δηλώνει ότι αν ένα σύστημα βρίσκεται σε κατάσταση  $|\Psi\rangle = \sum_i c_i |e_i\rangle$ , τότε η πιθανότητα  $P(A|\Psi) = |\langle A|\Psi\rangle|^2 = |c_i^* c_i|^2$

Μέσα σε ένα έτος από την δημοσίευση των εξισώσεων του Schrödinger, οι Clinton Davisson και Lester Germer ανακάλυψαν ότι τα ηλεκτρόνια εμφανίζουν μοτίβα παρεμβολής, σαν τα κύματα. Ήταν σε θέση να αποδείξουν ότι σε ένα κρύσταλλο νικελίου μέσα στο οποίο τα ηλεκτρόνια χτυπιούνται γύρω από τα διατεταγμένα άτομα, τα κύματά τους συσσωρεύονται προς ορισμένες κατευθύνσεις, ενώ εξουδετερώνονται προς άλλες. Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο εντοπίζονται περισσότερα ηλεκτρόνια σε ορισμένα μέρη, ενώ λιγότερα σε άλλα. Αρχίζοντας το

1927, η θεωρία της κβαντικής μηχανικής άρχισε να κερδίζει όλο και περισσότερη φήμη. Στα επόμενα χρόνια, τα πειραματικά δεδομένα ήρθαν για να επαληθεύσουν τα αξιώματα της κβαντικής μηχανικής, με το πιο αξιοσημείωτο παράδειγμα ήταν η πρόβλεψη του 1919 από τον Paul Dirac για την αντισωματίδιο του ηλεκτρονίου. Ακολουθώντας τα αξιώματα της Κβαντικής Μηχανικής, η Κβαντική Ηλεκτροδυναμική συνέχισε την παράδοση ακριβών προβλέψεων, όπως τη μαγνητική ροπή του ηλεκτρονίου με ακρίβεια περίπου ένα σε ένα τρισεκατομμύριο. Η κβαντομηχανική έχει αποδειχθεί μια ιδιαίτερα επιτυχημένη θεωρία σε όλα τα πειράματα που έχουν γίνει από την αρχή της, ? σ.198.

Ωστόσο, σε ερμηνευτικό επίπεδο, η θεωρία βρέθηκε ότι είναι λιγότερο από επαρκής. Γενικά, όταν μια φυσική θεωρία γίνεται γνωστή στο κοινό, οι επιστήμονες έχουν μια σαφή κατανόηση της οντολογικής τους θέσης. Με άλλα λόγια, έχουν καταλήξει σε συναίνεση σχετικά με τη φύση των αντικειμένων που εισάγονται από τη θεωρία και τους νόμους που καθοδηγούν τις σχέσεις τους. Για παράδειγμα, τι είναι ένα ηλεκτρόνιο και ποια είναι η σχέση με το κύμα του. Δεδομένου ότι η κβαντική μηχανική είναι μια θεωρία σχετικά με τη διάδοση των κυμάτων, δεν πρέπει να υπάρχει διαφορά από άλλα επιστημονικά σχήματα. Ωστόσο, υπάρχουν διάφοροι λόγοι για τους οποίους ορισμένες ερμηνείες επιμένουν ότι αυτά τα κύματα δεν είναι φυσικές οντότητες.

Ένας από τους λόγους είναι το γεγονός ότι τα ηλεκτρόνια που βρίσκονται σε μια συγκεκριμένη περιοχή του χώρου μπορούν να εξηγηθούν μέσα από το πρότυπο παρεμβολής μεταξύ των διαφόρων τμημάτων της κυματοσυνάρτησης. Ωστόσο, όταν λαμβάνουμε μια μέτρηση, τα ηλεκτρόνια δεν παρατηρούνται ως κύματα, αλλά ως σωματίδια. Ο Max Born ? εξήγησε το 1926, ότι η ένταση της κυματομορφής δίνει την πιθανότητα να βρεθεί κάπου ένα σωματίδιο. Ενώ μπορεί να είναι αλήθεια ότι τα αντικείμενα που περιγράφονται από την κβαντική μηχανική μπορούν να εκπροσωπούνται από κύματα, στην πραγματικότητα δεν τα αντιμετωπίζουμε πραγματικά ως κύματα, αλλά ως τυποποιήσεις σωματιδίων. Σύμφωνα με τον κανόνα του Born, οι κυματομορφές αναθέτουν πιθανότητες στις πιθανές εκβάσεις των μετρήσεων ως εξής: Εάν ένα παρατηρήσιμο συμβολίζεται με  $A$  και μετρείται σε ένα σύστημα με κυματοειδή συνάρτηση  $\psi$ , τότε

- το αποτέλεσμα θα είναι η ιδιοτιμή  $\lambda_i$  του  $A$ .
- η πιθανότητα μέτρησης της ιδιοτιμής του  $A$  θα είναι  $\langle \psi | P_i | \psi \rangle$  όπου  $P_i = |\lambda_i \rangle \langle \lambda_i|$  και αν ο ιδιόχωρος είναι μονοδιάστατος, τότε η πιθανότητα  $\langle \psi | P_i | \psi \rangle = \langle \psi | \lambda_i \rangle \langle \lambda_i | \psi \rangle = | \langle \lambda_i | \psi \rangle |^2$  και ο αριθμός  $\langle \lambda_i | \psi \rangle$  ονομάζεται εύρος πιθανότητας.

Ένας άλλος λόγος για τον οποίο η πραγματικότητα της κυματομορφής μπορεί να αμφισβητηθεί είναι επειδή τα κβαντικά κύματα δεν μεταδίδονται μέσω τρισδιάστατου χώρου αλλά μέσω διαστάσεων  $3n$ , όπου  $n$  είναι ο αριθμός των σωματιδίων του υπό εξέταση συστήματος. Επομένως, δεν είναι σαφές εάν η οντολογία που διαδίδεται μέσω του διαστήματος είναι μια μορφή κύματος.

Δεδομένου ότι η λειτουργία κυματοσυνάρτησης είναι να μας δίνει την πιθανότητα ένα σωματίδιο να καταλάβει μια θέση, είναι εύκολο να σκεφτούμε την κβαντική κατάσταση ως δυναμική γνώση για το σύστημα και να υιοθετήσουμε την ερμηνεία

της Κοπεγχάγης χωρίς να ανησυχούμε για κάποια φιλοσοφική θέση για τον κόσμο. Ωστόσο, αν δεχτούμε αυτή την άποψη, πρέπει να καταλήξουμε σε μια συμφωνία ότι η κβαντική μηχανική είναι ελλιπής ως περιγραφή για τον κόσμο επειδή την χειριζόμαστε μόνο ως συσκευή υπολογισμού. Η βασική ιδέα πάνω στην οποία ιδρύθηκε η αρχική έκδοση της κβαντικής μηχανικής ήταν η υπόθεση ότι η ενέργεια έρχεται σε διακριτά πακέτα. Η παλαιά κβαντική θεωρία έχει τις ρίζες της στη δουλειά του Max Planck στην ακτινοβολία μαύρου σώματος και αναπτύχθηκε περαιτέρω μέσω των εργασιών του Albert Einstein για το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο (δηλαδή την απορρόφηση φωτονίων από ηλεκτρόνια). Το 1926, ο Erwin Schrödinger βρήκε μια διαφορετική εξίσωση κύματος που θα μπορούσε να περιγράψει όλα τα κβαντικά φαινόμενα με μεγάλη εμπειρική επιτυχία. Στην πραγματικότητα, ενώ η μηχανική κύματος του Schrödinger και η μητρική μηχανική του Heisenberg είχαν αναπτυχθεί ξεχωριστά, οι μέθοδοι αυτές αποδείχθηκαν αργότερα ως ισοδύναμες. Με άλλα λόγια, η κβαντική μηχανική δεν αναπτύχθηκε με γραμμικό προοδευτικό τρόπο. Ορισμένοι δρόμοι ωρίμασαν νωρίτερα από τους άλλους, πολλοί εισήχθησαν με διαφορετικούς τρόπους και υπήρξαν πολλές αποτυχίες. Πρέπει λοιπόν να γίνει κατανοητό ότι μεταξύ των φυσικών θεωριών, η κβαντική θεωρία χρειάζεται μια ερμηνεία που συγκλίνει με τα μαθηματικά που έχουν ήδη αποκαλυφθεί.



## 2.2 Kal , c orhsate sthn Kopegg^ gh

Ο όρος *δπεινηαγεν ιντερπρετατιον* προχώρησε για πρώτη φορά ως θέση ιδεών από τον Heisenberg το 1955. Σε αυτή την ενότητα σχεδιάζουμε να εξετάσουμε ορισμένες σημαντικές έννοιες που σχετίζονται με την σχολή της Κοπεγχάγης, αρχίζοντας φυσικά με ένα μικρό υπόβαθρο. Η ερμηνεία της Κοπεγχάγης, που αναπτύχθηκε μέσα από το έργο του Niels Bohr και Werner Heisenberg κατά τη διάρκεια της δεκαετίας του 1920, θεωρείται γενικά η πρώτη σοβαρή προσπάθεια κατανόησης της σημασίας της κβαντικής θεωρίας. Αυτό που παρείχε γόνιμο έδαφος για την άνθηση της Κοπεγχάγης ήταν η σύγκρουση μεταξύ μήτρας και κύματος. Από τη μία πλευρά, ο Born, ο Heisenberg και ο Jordan ανέπτυξαν μια θεωρία βασισμένη στη μητρική μηχανική το 1925. Η κεντρική εξίσωση της μηχανικής μήτρας ήταν η σχέση μεταλλαγής, γνωστή και ως αρχή αβεβαιότητας:

$$\sum_k (X_{nk}P_{km} - P_{nk}X_{km}) = \frac{i\hbar}{2\pi} \delta_{nm} \quad (3)$$

όπου το  $X$  είναι η μήτρα της θέσης και το  $P$  είναι η μήτρα της ορμής του κβαντικού σωματιδίου. Τα αποτελέσματα των πειραμάτων είναι οι ιδιοτιμές των πινάκων. Κατά τη στιγμή της μέτρησης, η κατάσταση του συστήματος περιγράφεται από τον ιδιοδιάνυσμα που αντιστοιχεί στη μετρούμενη ιδιοτιμή. Η εξίσωση δηλώνει ότι δεν μπορούμε να προσδιορίσουμε ταυτόχρονα τη θέση και την ορμή ενός δεδομένου σωματιδίου επειδή δεν υπάρχουν κοινά ιδιοδιανύσματα μεταξύ των δύο μητρών  $X$ ,  $P$ .

Με τη βοήθεια του Kramers, ο Heisenberg κατάφερε να αναπτύξει έναν φορμαλισμό σύμφωνα με τον οποίο οι πιθανότητες μετάβασης στα κβαντικά φαινόμενα δεν είναι σαν τις κλασικές πιθανότητες. Αντικατέστησε επίσης τους συντελεστές στη σειρά Fourier των κλασικών πιθανοτήτων με μια μήτρα συντελεστών. Στην κλασική μηχανική, οι συντελεστές Fourier αποδίδουν την ένταση της εκπνεόμενης ακτινοβολίας, ενώ στον φορμαλισμό του Heisenberg το μέγεθος των στοιχείων της μήτρας ενός συγκεκριμένου παρατηρήσιμου δίνει την ένταση της ακτινοβολίας. Επιπλέον, η άλγεβρα αυτών των πινάκων διαφέρει από την κλασική αντίστοιχη, επειδή ικανοποιούν ορισμένους μη-μεταβαλλόμενους νόμους, όπως και εκείνοι που εμφανίζονται στο 3.

Είναι ενδιαφέρον να σημειωθεί ότι στο σημείο αυτό η ερμηνεία της Κοπεγχάγης είχε επηρεαστεί από τον λογικό θετικισμό, μια φιλοσοφική θεώρηση που άκμαζε την εποχή εκείνη. Σύμφωνα με τη θετικιστική σχολή σκέψης, μια φυσική θεωρία μπορεί μόνο να κάνει εμπειρικές προβλέψεις για τα αποτελέσματα των πειραμάτων. Η θέση της δεν είναι να περιγράψει την οντολογική κατάσταση του κόσμου αλλά να προβλέψει μόνο τα αποτελέσματα των πειραμάτων. Επίσης οι λογικοί θετικιστές πίστευαν ότι είναι αδύνατον να γνωρίζουμε τον κόσμο παρά μόνο πειράματα που προσεγγίζουν τα φαινόμενα. Επηρεασμένος από τους θετικιστές, ο Heisenberg εισήγαγε την αρχή αβεβαιότητας. Για να καταδείξει τι συνεπάγεται αυτή η αρχή, εξέτασε τον τρόπο με τον οποίο ένα μικροσκόπιο μετρά τη θέση ενός ηλεκτρονίου. Όπως ισχυρίστηκε, θα έπρεπε να χρησιμοποιηθούν βραχύτερα μήκη κύματος (π.χ. ακτίνες γάμμα) εάν ήθελαν να κάνουν ακριβέστερες τις μετρήσεις τους. Αλλά για τέτοια μήκη κύματος, η σύγκρουση μεταξύ του φωτονίου και του

ηλεκτρονίου θα διαταράξει το μονοπάτι του ηλεκτρονίου και θα επηρεάσει έτσι τη θέση του. Σύμφωνα με την αρχή αβεβαιότητας, όσο ακριβέστερα είναι η θέση του γνωστού σωματιδίου, τόσο πιο απροσδιόριστη είναι η ορμή του. Το σωματίδιο είναι πιο πιθανό να βρεθεί όπου οι διακυμάνσεις του κύματος είναι πιο έντονες. Ωστόσο, όσο πιο έντονες είναι οι διακυμάνσεις των κυμάτων, τόσο πιο απροσδόκητη είναι η μέτρηση της συχνότητας που καθορίζει την ορμή. Η αρχή της αβεβαιότητας εκφράζει την αδυναμία μας να μετρήσουμε με ακρίβεια ορισμένες ασυμβίβαστες ποσότητες. Θα ήταν ίσως δίκαιο να πούμε ότι η αρχή της αβεβαιότητας δηλώνει κατά κάποιο τρόπο τα όρια των γνώσεών μας σχετικά με την πραγματικότητα.

Από την άλλη πλευρά, η άποψη του Bohr ήταν κατά το μεγαλύτερο μέρος σύμφωνη με ? του Kant, ?, ?, ?. Ο Kant πίστευε ότι συνειδητοποιούμε την πραγματικότητα με ένα συγκεκριμένο τρόπο μέσα από τις αισθήσεις μας και ότι το σύμπαν δεν είναι προσφιλές σε μια τέτοια αντίληψη. Στην πραγματικότητα, θεωρούμε τον κόσμο ως αντικείμενα που κινούνται σε τρισδιάστατο χώρο. Συνεπώς, οι έννοιες ως χώρος και χρόνος, ενέργεια και θέση δεν είναι πραγματικές, αλλά δομές α προiori που προβάλλονται από το μυαλό στον φυσικό κόσμο. Αυτή η γραμμή σκέψης φαίνεται να είναι πολύ κοινή με την ιδέα του Bohr για έναν κόσμο στον οποίο η κβαντική σφαίρα υπάρχει ανεξάρτητα από εμάς και όπου δεν μπορούμε να την κατανοήσουμε πλήρως διότι προσπαθούμε να το κατανοήσουμε μέσα από κλασικά όργανα και θεωρίες. Από αυτό προκύπτει ότι δεν πρέπει να προσπαθήσουμε να ερμηνεύσουμε την κβαντική μηχανική μέσα από τις αντιλήψεις μας για την καθημερινή ζωή, γιατί αυτό θα αποδειχθεί άκαρπο.

Παρά τις ομοιότητές τους, ο Faye? μας λέει ότι οι ιδέες του Bohr διέφεραν από τις ιδέες του Kant, επειδή πίστευε ότι αντικειμενική γνώση μπορεί να αποκτηθεί μόνο διαχωρίζοντας το εμπειρικό αντικείμενο από τον θεατή. Αυτή είναι μια κίνηση που θα εμπόδιζε το άτομο που βιώνει να επιβάλει δομές α προiori πάνω στο αντικείμενο. Προκειμένου ένας παρατηρητής να αποστασιοποιηθεί από το αντικείμενο, πρέπει να είναι σε θέση να αναγνωρίσει τη σημασία των εμπειριών του/της. Αυτή η απομάκρυνση μπορεί να επιτευχθεί ειδικά αν το άτομο χρησιμοποιεί αιτιώδεις και χωροχρονικές έννοιες για την ταξινόμηση των δεδομένων που συλλέγονται από τη συσκευή μέτρησης. Καθώς τα γεγονότα του πραγματικού κόσμου λαμβάνουν χώρα στο χωροχρόνο, οι άνθρωποι ως μεμονωμένες οντότητες τις παρατηρούν και συνθέτουν μια αιτιακή περιγραφή του χωροχρόνου που τελικά τους καθιστά πραγματικούς. Ο Bohr αποκαλούσε τα συστατικά αυτής της περιγραφής, όπως η θέση, ο χρόνος, η ορμή και η ενέργεια, *κλασικές έννοιες*. Αξίζει να αναγνωρισθεί φυσικά ότι αυτές οι έννοιες είναι επίσης μέρος της γλώσσας μας και ως τέτοιες προϋποθέσεις της συλλογικής γνώσης μας. Επομένως, δεν πρέπει να προκαλεί έκπληξη το γεγονός ότι οποιαδήποτε προσπάθεια κατανόησης της φύσης πρέπει να γίνει μέσω της προσφυγής σε αυτές τις έννοιες.

Είναι σημαντικό να σημειωθεί εδώ ότι ο Bohr, όπως και ο Heisenberg, εντόπισε μια αρχή που διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στην ανάπτυξη μιας σταθερής θεωρίας των ατόμων. Σύμφωνα με την *αρχή της αντιστοιχίας*, η μετάβαση μεταξύ ατομικών καταστάσεων αντιστοιχεί σε αρμονική κίνηση του μακροσκοπικού αντικείμενου. Σύμφωνα με αυτή την αρχή, ο Bohr πρότεινε ότι οι συχνότητες ακτινοβολίας από καταστάσεις υψηλών κβαντικών αριθμών (δηλαδή από εκείνες που απέχουν από τον πυρήνα) παρουσιάζουν τις ίδιες αριθμητικές τιμές με τις τιμές που προβλέπο-

νται από την κλασική ηλεκτροδυναμική. Γιατί, όπως θεώρησε, τα πειραματικά αποτελέσματα αναμένεται να συμπίπτουν με εκείνα της κλασικής φυσικής σε περιοχές όπου η σταθερά του Planck- θα μπορούσε να παραληφθεί (δηλαδή στο όριο μεγάλων κβαντικών αριθμών).

Η αρχή της αντιστοιχίας πηγάζει από την ιδέα ότι οι κλασικές έννοιες είναι αδιαχώριστες από την κατανόησή μας για τον κόσμο. Δεδομένου ότι η θέση, η ορμή, ο χωροχρόνος και άλλες τέτοιες έννοιες είναι ανεκτίμητες για την κατανόηση της πραγματικότητας, ο μόνος τρόπος που μπορούμε να συγκρίνουμε διαφορετικές εμπειρίες είναι με την περιγραφή κλασικών ή κβαντικών φαινομένων με αυτούς τους όρους. Αυτή η σχέση μεταξύ των κλασικών εννοιών και της αρχής της αντιστοιχίας τονίστηκε από τον Bohr στη μονογραφία του το 1934 Ατομική Θεωρία ανδ Δεσφριπτιον οφ Νατυρε ?. Ως ισχυρός υποστηρικτής της αρχής της αντιστοιχίας, ο Bohr πίστευε ότι η κβαντική μηχανική είναι μια γενίκευση της κλασικής φυσικής. Θα μπορούσαμε να πούμε ότι οι κλασικές έννοιες είναι τόσο ενσωματωμένες στη σκέψη μας που οι νεότερες θεωρίες αναμένεται να αναπαράγουν σε μεγαλύτερο βαθμό τα παλαιότερα. Αυτό δεν σημαίνει βεβαίως ότι οι κλασικές έννοιες δεν χρειάζονται εξευγενισμό όταν πρόκειται για την εφαρμογή τους σε νεότερες θεωρίες όπως στην περίπτωση της κβαντικής μηχανικής. Έχοντας καταστήσει σαφή τη χρησιμότητα βελτιωμένων κλασικών εννοιών, ας γυρίσουμε τώρα σε μια άλλη ιδέα που έπαιξε σημαντικό ρόλο στην ανάπτυξη της ερμηνείας της Κοπεγχάγης.

### 2.3 συμπληρωματικότητα

Όπως υποδηλώνει η βιβλιογραφία (π.χ., ?, ?), ο Bohr και ο Heisenberg είχαν μια υπόθεση σύμφωνα με την οποία ένα ατομικό αντικείμενο έχει κινηματικές και δυναμικές ιδιότητες που είναι συμπληρωματικές. Θα πρέπει να διευκρινιστεί εδώ ότι ό,τι δηλώνεται με τον όρο «δυναμικές ιδιότητες» είναι οι αποκαλούμενοι «ισχυρισμοί της αιτιότητας», όπως η διατήρηση της ενέργειας και της δυναμικής, ενώ ο όρος «κινηματικές ιδιότητες» αναφέρεται στις «περιγραφές χρόνου». Σύμφωνα με την αρχή της συμπληρωματικότητας, τα κβαντικά αντικείμενα έχουν ζεύγη συμπληρωματικών ιδιοτήτων που δεν μπορούν να μετρηθούν ταυτόχρονα. Διαφορετικά, οι πειραματικές ρυθμίσεις για να μετρηθούν οι συμπληρωματικές ιδιότητες είναι αμοιβαία αποκλειόμενες. Εν προκειμένω, τα μικροσκοπικά φαινόμενα έχουν πτυχές πραγματικότητας που αντιστοιχούν σε κύμα και σωματίδιο, ωστόσο αυτές οι πτυχές δεν πραγματοποιούνται ποτέ μαζί και η υλοποίηση κάθε πτυχής εξαρτάται από το πειραματικό πλαίσιο. Είναι ενδιαφέρον ότι ο Bohr θεώρησε ότι η συμπληρωματικότητα μπορεί να ποσοτικοποιηθεί μέσω της αρχής της αβεβαιότητας του Heisenberg. Ήταν επίσης σε θέση να λογαριάσει την ποσοτικοποίηση των ενεργειακών καταστάσεων στο άτομο του υδρογόνου μέσω της ασυνέχειας - δηλαδή της ασυνέχειας στις στάσιμες καταστάσεις των ηλεκτρονίων που περιστρέφονται γύρω από τον πυρήνα. Ο De Broglie, από την άλλη μεριά, σκέφτηκε το ηλεκτρόνιο όχι ως σωματίδιο, αλλά ως δέσμη κύματος γύρω από τον πυρήνα. Βλέπε για παράδειγμα στο σχήμα 1.

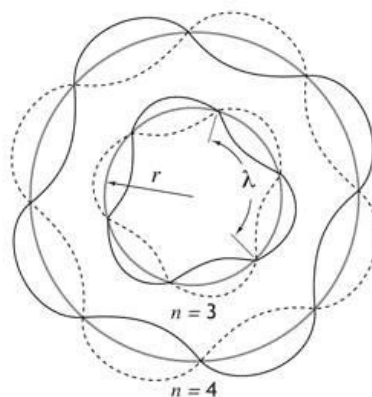
Η κριτική του Bohr για τις φυσικές θεωρίες Έχοντας εντοπίσει το πρόβλημα της μέτρησης, ο Bohr προχώρησε στην κριτική του για την προφανή έλλειψη περιγραφής της πραγματικότητας στην κβαντική θεωρία ?. Παρά την ευρεία αποδοχή από την



### The De Broglie Wavelength

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

$\lambda$  = wavelength  
 $h$  = Planck's constant ( $6.63 \times 10^{-34}$  J · s)  
 $p$  = momentum  
 $m$  = mass  
 $v$  = speed



*De Broglie's extension of the concept of particle-wave duality from photons to include all forms of matter allowed the interpretation of electrons in the Bohr model as standing electron waves. De Broglie's work marked the start of the development of wave mechanics.*

Figure 1: The De Broglie Wavelength

επιστημονική κοινότητα, η κβαντική θεωρία δεν ήταν αρκετά ικανή - κατά την άποψή του - να κατασκευάσει μια ακριβή εικόνα του κόσμου. Ενώ είναι περισσότερο από ικανή να προβλέψει με ακρίβεια τα αποτελέσματα καλά καθορισμένων πειραμάτων.

Με αυτό, οι απόψεις του Bohr για τη συμπληρωματικότητα και την ερμηνεία της κβαντικής μηχανικής μπορούν να συνοψιστούν σε μια σειρά από σημεία:

- Η ερμηνεία των φυσικών θεωριών πρέπει να είναι σύμφωνη με τα αποτελέσματα των πειραμάτων .
- Τα πειράματα απαιτούν την ενσωμάτωση προηγούμενων αναπτυγμένων μεθόδων και πρακτικών σε μια συσκευή μέτρησης.
- Οι επιστημονικές μέθοδοι και πρακτικές περιλαμβάνουν έννοιες (όπως διαχωρισμός, προσανατολισμός και ταυτοποίηση) που εξαρτώνται από τις κοινές χωρικές και χρονικές σχέσεις (π.χ. θέση και αλλαγή θέσης, διάρκεια και αλλαγή διάρκειας, αιτία και αποτέλεσμα).
- Αυτές οι σχέσεις είναι οι αρχικές συνθήκες για αντικειμενικές γνώσεις και έννοιες.
- Οι κλασικές έννοιες είναι ένα ανεκτίμητο εργαλείο όχι μόνο για την περιγραφή της εμπειρίας μας, αλλά και για την επικοινωνία της με άλλους. Αυτό

όμως δεν σημαίνει ότι δεν χρειάζονται βελτίωση, ειδικά υπό το πρίσμα της εμπειρικής ανακάλυψης του Planck για την κβαντοποίηση της δράσης.

- Σε περιπτώσεις όπου η ποσοτικοποίηση της δράσης παίζει σημαντικό ρόλο, η εφαρμογή κλασικών εννοιών δεν σημαίνει ότι οι ιδιότητες των αντικειμένων που συμμετέχουν στη μέτρηση είναι ανεξάρτητες από αυτήν. Σε αυτές τις περιπτώσεις, μια μη-συμφραζόμενη περιγραφή ανεξάρτητων (από συγκεκριμένη πειραματική ρύθμιση), απόλυτων κινηματικών και δυναμικών ιδιοτήτων του αντικειμένου είναι προβληματική.
- Το ίδιο κβαντικό αντικείμενο έχει διαφορετικό τρόπο που εξαρτάται από τον πειραματισμό. Επομένως, θα πρέπει να ακολουθηθεί ότι οι αμοιβαία αποκλειόμενες ιδιότητες δεν μπορούν να μετρηθούν ταυτόχρονα επειδή απαιτούν διαφορετικές πειραματικές ρυθμίσεις. Την ίδια στιγμή όμως, οι γνώσεις που αποκτήθηκαν από διάφορα πειράματα που έγιναν σε διαφορετικούς χρόνους αρχίζουν να εξαντλούν τις διαθέσιμες πληροφορίες για οποιοδήποτε αντικείμενο.
- Προκειμένου να ερμηνευθεί το φαινόμενο της μέτρησης ενός αντικειμένου, πρέπει να καταφύγουμε σε κλασικές έννοιες, διότι προσπαθούμε ουσιαστικά να περιγράψουμε μια ανεξέλεγκτη αλληλεπίδραση μεταξύ ενός αντικειμένου και μιας κλασικής μηχανής.
- Η χρήση κλασικών εννοιών στη διαδικασία μέτρησης πρέπει να είναι σύμφωνη με την πειραματική ρύθμιση. Έτσι, η ρύθμιση παρέχει τις συνθήκες προκειμένου να εφαρμοστούν οι κινητικές και δυναμικές έννοιες στο εξεταζόμενο κβαντικό σύστημα.
- Οι κινητικές και οι δυναμικές ιδιότητες είναι αμοιβαία αποκλειόμενες, διότι κάθε μία από αυτές χρειάζεται μια ειδική πειραματική διάταξη για να μετρηθεί. Επομένως, ονομάζονται *επιστημολογικά ασύμβατα*.
- Η περιγραφή του αντικειμένου μέσω της κβαντικής μηχανικής υπαγορεύεται από νόμους διαφορετικούς από αυτούς που καθοδηγούν τη συσκευή μέτρησης. Αυτή είναι μια διαφορά που πρέπει να αντικατοπτρίζεται στην περιγραφή της διαδικασίας μέτρησης διαχωρίζοντας το αντικείμενο από το όργανο μέτρησης. Τούτου λεχθέντος, πρέπει να έχουμε κατά νου ότι η γραμμική διαχωρισμού δεν είναι ευθεία, αλλά ασαφής, γι' αυτό ορισμένα τμήματα της μηχανής μπορούν να θεωρηθούν ως τμήματα του κβαντικού αντικειμένου.
- Bohr πίστευε ότι η κβαντική μηχανική δεν παρέχει κανένα είδος περιγραφικής αναπαράστασης της λειτουργίας του κύματος. Είναι μόνο το τετράγωνο της απόλυτης τιμής της κυματικής συνάρτησης που έχει ένα αντίστοιχο στην πραγματικότητα ως ένα κύμα πιθανότητας ύπαρξης σε χώρο και χρόνο, που ονομάζεται πλάτος πιθανότητας. Όπως το είδε, το γεγονός ότι η εξαρτώμενη από το χρόνο εξίσωση κύματος του薛定谔 περιέχει έναν φανταστικό αριθμό σημαίνει ότι η εξίσωση μπορεί να έχει μόνο συμβολικό χαρακτήρα. Αυτός είναι ένας νόμος που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να

κάνει προβλέψεις για τα αποτελέσματα με την προϋπόθεση ότι υπάρχει μια σειρά από αρχικές συνθήκες για έννοιες όπως η θέση, η ορμή, ο χρόνος και η ενέργεια.

Κλείνοντας την επισκόπηση της εργασίας του Bohr, θα θέλαμε να σημειώσουμε πως επηρεάστηκε από το πείραμα του Einstein, Podolsky και Rosen (EPR) το 1935. Ενώ πριν από το 1935, θα μιλούσε για τη φυσική διαταραχή του ατομικού αντικείμενου από το όργανο μέτρησης, υποστηρίζοντας ότι θα ήταν λάθος να αποδίδονται εγγενείς και ανεξάρτητες από τη μέτρηση ιδιότητες στα κβαντικά αντικείμενα που είναι απροσπέλαστα για εμάς, λόγω του γεγονότος ότι διαταράσσονται από τα όργανα μας. Υπό το πρίσμα των γνώσεων που απέκτησε με τους EPR, παρατήθηκε από την εικόνα αυτή ως παραπλανητική. Διότι είναι επίσης το αντικείμενο που μπορεί να επηρεάσει τη συσκευή, ακόμη και όταν τα δύο αντικείμενα (μετρική διάταξη και κβαντικό αντικείμενο) είναι μακριά το ένα από το άλλο. Έχοντας αναγνωρίσει την αμφίδρομη σχέση μεταξύ αντικειμένων και συσκευών, κατέληξε στο συμπέρασμα ότι η διαδικασία μέτρησης εξαρτάται από το περιβάλλον τόσο στην κβαντική μηχανική όσο και στη θεωρία της σχετικότητας. Σε αυτό το σημείο, ας στραφούμε στο EPR, ένα πείραμα με σοβαρές επιπτώσεις για την κβαντική μηχανική.

## 2.4 Το επιχείρημα των EPR

Το 1935, ο Άλμπερτ Αϊνστάιν μαζί με τους Boris Podolsky και Nathan Rosen? καθοδηγούμενοι από την απογοήτευσή τους για την αποτυχία της κβαντομηχανικής να παρέχει μια σαφή περιγραφή της πραγματικότητας κατά τη στιγμή της παρατήρησης. Γνωστή ως το "EPR" (από τα αρχικά των επωνύμων των συγγραφέων), η δημοσίευσή τους για την πληρότητα της κβαντικής μηχανικής επέστησε την προσοχή της κοινότητας της φυσικής και παραμένει στο προσκήνιο μέχρι σήμερα.

Σε αυτή την εργασία, οι συγγραφείς αναγνώρισαν την απροσδιοριστία ως έναν από τους κύριους λόγους πίσω από την ατέλεια της κβαντικής μηχανικής. Όπως είδαμε παραπάνω, οι πιθανότητες στην ερμηνεία της Κοπεγχάγης είναι θεμελιώδεις. Το γεγονός ότι οι πιθανότητες παίζουν τόσο σημαντικό ρόλο σε μια φυσική θεωρία, ονομάζεται indeterminism. Επομένως σύμφωνα με την ερμηνεία της Κοπεγχάγης, οι πιθανότητες συνδέονται άρρηκτα με τις γνώσεις μας για το κβαντικό αντικείμενο.

Υπό το πρίσμα αυτό, ο Αϊνστάιν άρχισε να αμφιβάλει για την πληρότητα της κβαντικής θεωρίας. Δεν συμφωνούσε με το γεγονός ότι η κβαντική θεωρία θεωρούνταν μια τελική θεωρία (δηλαδή, μια θεωρία για τα πάντα). Αυτή η γενναιοδωρία φαινόταν επικίνδυνη στα μάτια του δεδομένου ότι η θεωρία περιελάμβανε χαρακτηριστικά μη ρεαλισμού, της απροσδιοριστίας και της συμπληρωματικότητας. Όπως το είδε, ο προσδιορισμός του εάν η κβαντική μηχανική ήταν πράγματι μια τελική θεωρία θα έπρεπε να εξαρτάται αποκλειστικά από το ζήτημα της πληρότητας.

Οι EPR στη συνέχεια ξεκινούν με το να ορίσουν τι είδους θεωρία θεωρούν ως πλήρη. Άποψή τους είναι ότι η απαραίτητη προϋπόθεση για είναι πλήρης μία θεωρία είναι η ακόλουθη: "κάθε στοιχείο της φυσικής πραγματικότητας πρέπει να έχει ένα αντίστοιχο στη φυσική θεωρία". Με άλλα λόγια, η φυσική θεωρία πρέπει να έχει μια ποσότητα για κάθε στοιχείο της φυσικής πραγματικότητας. Ο όρος "στοιχείο" δεν ορίζεται ρητά στο κείμενο της EPR. Ωστόσο, μπορεί κανείς να

συμπεράνει ότι ο όρος 'στοιχείο' αντιστοιχεί σε τιμές φυσικών μεγεθών όπως η θέση, η στιγμή κ.λπ. Αυτό σημαίνει ότι για κάθε «στοιχείο της φυσικής πραγματικότητας» υπάρχει μια κατάσταση  $\Psi$  που αναθέτει μια καθορισμένη τιμή στην παρατηρήσιμη ποσότητα που αντιστοιχεί στο συγκεκριμένο στοιχείο της πραγματικότητας. Αυτή η σχέση μεταξύ καταστάσεων και τιμών των ποσοτήτων είναι συναρτησιακή, με την μαθηματική έννοια. Συνεπώς, εάν δεν υπάρξει καμία αλλαγή στην κατάσταση του συστήματος, τότε οι ποσότητες δεν μεταβάλλονται με κανέναν τρόπο. Επομένως, δημιουργείται φυσικά το ερώτημα του καθορισμού του πότε μια ποσότητα έχει καθορισμένη αξία. Για να αντιμετωπιστεί αυτό το ζήτημα, οι *EPR* παρουσιάζουν μια κατάλληλη προϋπόθεση:

*Κριτήριο της Πραγματικότητας:* Εάν μπορούμε να προβλέψουμε με βεβαιότητα (δηλαδή με πιθανότητα ίση με την μονάδα) την αξία μιας φυσικής ποσότητας χωρίς να διαταράσσεται με κανένα τρόπο ένα σύστημα, τότε υπάρχει ένα στοιχείο πραγματικότητας που αντιστοιχεί σε αυτή την ποσότητα.

Οι *EPR* στηρίχθηκαν κυρίως στις λογικές συνέπειες δύο προτάσεων. Η πρώτη αφορούσε την πληρότητα της κβαντομηχανικής - δηλαδή το γεγονός ότι η κβαντική μηχανική είναι μη πλήρης. Η άλλη αφορά τις ασυμβίβαστες μεταβλητές, όπως η θέση  $\xi$  και η ορμή  $\pi$  ενός ηλεκτρονίου. Όπως έχουμε ήδη παρατηρήσει, αυτές οι μεταβλητές δεν μπορούν να έχουν ταυτόχρονη πραγματικότητα ή, ακριβέστερα, καθορισμένες τιμές ταυτόχρονα. Σύμφωνα με τους συγγραφείς δεν μπορούν και οι δύο να ισχύουν ταυτόχρονα. Από αυτό προκύπτει ότι είτε η κβαντική μηχανική είναι μη πλήρης και οι ασυμβίβαστες μεταβλητές δεν μπορούν να έχουν καθορισμένες τιμές ταυτόχρονα, είτε ότι η κβαντική μηχανική είναι πλήρης και οι ασυμβίβαστες μεταβλητές μπορούν να έχουν ταυτόχρονες τιμές.

Κατά την αξιολόγηση αυτών των δυνατοτήτων, οι *ERR* αρχίζουν λαμβάνοντας την πρώτη προϋπόθεση ως αληθής και η δεύτερη ως ψευδής. Το κάνουν αυτό με την εξέταση μιας κβαντικής κατάστασης  $|\psi\rangle$ , η οποία είναι ιδιοκατάσταση (*eigenstate*) μιας παρατηρήσιμης ποσότητας. Όταν θέλουμε να μετρήσουμε αυτήν την παρατηρήσιμη ποσότητα, η πιθανότητα να βρεθεί το σύστημα σε αυτή την κατάσταση είναι ίση με μία. Στη συνέχεια, από το κριτήριο της πραγματικότητας μπορούμε να συμπεράνουμε ότι αυτές οι ποσότητες έχουν ορισμένη τιμή, οπότε το κριτήριο της πραγματικότητας είναι αληθές. Επίσης, είναι εύκολο να δείξουμε ότι η κυματοσυνάρτηση δεν μπορεί να είναι ιδιοκατάσταση (*eigenstate*) τόσο της θέσης όσο και της ορμής ενός συστήματος. Επομένως, το συμπέρασμα των *ERR* είναι ότι δεδομένου ότι η κυματοσυνάρτηση δεν είναι σε θέση να παράσχει συγκεκριμένες τιμές στις ασυμβίβαστες μεταβλητές, τότε η περιγραφή της κβαντικής μηχανικής είναι μη πλήρης. Στη συνέχεια, οι *EPR* προσπαθούν να δείξουν ότι στην περίπτωση ενός θεωρητικού πειράματος οι ασυμβίβαστες ποσότητες μπορούν να έχουν ταυτόχρονες καθορισμένες τιμές με αποτέλεσμα η κβαντομηχανική να είναι μη πλήρης εφόσον δεν μπορεί να προσδώσει ταυτόχρονες τιμές σε ασυμβίβαστες παρατηρήσιμες ποσότητες.

Για να συμβεί αυτό, οι *EPR* συνεχίζουν παρουσιάζοντας ένα πείραμα σκέψης που συζητείται ευρέως μέχρι σήμερα. Σε αυτό το πείραμα, υπάρχουν δύο κβαντικά υποσυστήματα (δηλαδή δύο σωματίδια) τα οποία απομονώνονται χωρικά μεταξύ

τους μετά από μια σύντομη αλληλεπίδραση. Όπως ανακάλυψαν, οι θέσεις και η ορμή των δύο υποσυστημάτων συσχετίζονται. Αν εφαρμόσουμε τον νόμο της διατήρησης της ορμής, τότε η ολική ορμή του συστήματος κατά μήκος του άξονα  $\xi$  είναι μηδέν. Για παράδειγμα, εάν η ορμή του υποσυστήματος που ονομάζεται Molly θα βρεθεί  $p$  κατά μήκος του άξονα  $\xi$ , τότε η ορμή του υποσυστήματος που ονομάζεται Sally θα είναι  $-p$ , έτσι ώστε η ολική ορμή να ισούται με μηδέν. Παρομοίως, οι θέσεις των υποσυστημάτων κατά μήκος του άξονα  $x$  καθορίζονται επίσης ταυτόχρονα. Όσο τα υποσυστήματα δεν αλληλεπιδρούν με το υπόλοιπο σύμπαν, τα στοιχεία της πραγματικότητας παραμένουν συνδεδεμένα μεταξύ τους.

Με αυτό κατά νου, οι συγγραφείς συνέχισαν να περιγράφουν ένα ζευγάρι φυσικών υποθέσεων. Η πρώτη ονομάζεται διαχωρισσιμότητα (*separability*) και υποθέτει ότι όταν δύο υποσυστήματα απέχουν πολύ το ένα από το άλλο, κάθε υποσύστημα πρέπει να έχει τη δική του φυσική πραγματικότητα ξεχωριστή από την άλλη. Θεώρησαν ουσιαστικά ότι κάθε υποσύστημα περιβάλλεται από το δικό του ειδικό περιβάλλον και η κυματοσυνάρτηση του ορίζει τις φυσικές του ποσότητες - δηλαδή τα στοιχεία της πραγματικότητας του.

Η δεύτερη παραδοχή που έκαναν είναι γνωστή ως έννοια της τοπικότητας (*locality*). Αυτή η υπόθεση προϋποθέτει ότι, όταν τα υποσυστήματα είναι πολύ απομακρυσμένα, δεν μπορεί να υπάρξει καμία αλλαγή στο δεύτερο υποσύστημα, ως αποτέλεσμα οποιασδήποτε αλλαγής στο πρώτο υποσύστημα. Σύμφωνα με την αρχή της τοπικότητας, αυτά δεν αλληλεπιδρούν με κανένα τρόπο όταν μετράται ένα από τα υποσυστήματα. Η υπόθεση αυτή εγγυάται ότι η μέτρηση ενός υποσυστήματος δεν μπορεί να επηρεάσει το δεύτερο υποσύστημα του οποίου η ανεξάρτητη πραγματικότητα είναι εγγυημένη από την υπόθεση της διαχωρισσιμότητας. Ωστόσο, παρά τις προσδοκίες αυτές, μέσω του θεωρητικού πειράματος των *EPR* αποδεικνύεται ότι τα στοιχεία των δύο υποσυστημάτων παραμένουν συσχετισμένα με τέτοιο τρόπο ώστε η μέτρηση του ενός να καθορίζει την τιμή των παρατηρήσιμων ποσοτήτων του άλλου. Είναι σαφές ότι οι παραδοχές της διαχωρισσιμότητας και της τοπικότητας παραβιάζονται. Δεδομένου ότι η ερμηνεία της Κοπεγχάγης δεν μπόρεσε να εξηγήσει αυτή τη συμπεριφορά, οι *EPR* οδηγήθηκαν στο συμπέρασμα ότι η περιγραφή του συστήματος μέσω της ερμηνείας της Κοπεγχάγης είναι μη πλήρης.

Μετά τη δημοσίευση των *EPR*, η θέση του Bohr ? ήταν ότι η κατάσταση του αντικειμένου που αποτελείται από τα δύο υποσυστήματα και η κατάσταση της συσκευής μέτρησης είναι αδιαχώριστες κατά τη διάρκεια της μέτρησης. Για να το θέσουμε με άλλο τρόπο, δεν υπάρχει εγγενής διάκριση, παρατηρητή-αντικειμένου. Για το λόγο αυτό, όταν μετράμε ένα υποσύστημα, η ανάθεση τιμών σε μεταβλητές αντικατοπτρίζει τη σχέση μεταξύ της πειραματικής συσκευής και του σύνθετου συστήματος. Με άλλα λόγια, υπάρχουν "επιρροές" που συνδέουν τις μεταβλητές των σωματιδίων με το πειραματικό πλαίσιο που υπαγορεύεται. Αυτές οι "επιρροές" δεν είναι κάποια "μηχανική διαταραχή", αλλά μια νέα μη τοπική αλληλεπίδραση, η οποία μεταδίδεται στιγμιαία σε οποιαδήποτε απόσταση. Εν προκειμένω, με τη μέτρηση του σωματιδίου του Sally, μπορούμε να προβλέψουμε την τιμή μιας συγκεκριμένης ποσότητας στο σωματίδιο Molly με βάση τις "επιρροές" που υπάρχουν μεταξύ της πειραματικής συσκευής του Sally και του συστήματος της Molly. Υπό αυτό το πρίσμα, ο Bohr υποστήριξε ότι η κατάσταση του αντικειμένου μετά την μέτρηση



και της συσκευής μέτρησης εμπλέκονται με τον ίδιο τρόπο όπως τα υποσυστήματα της *EPR* πριν μετρηθούν. Τούτου λεχθέντος, τα κύρια χαρακτηριστικά του επιχειρήματος της *EPR* σχετικά με την πληρότητα της κβαντικής μηχανικής μπορούν να συνοψιστούν στα ακόλουθα σημεία: Τα κύρια χαρακτηριστικά της *EPR*:

- Οι συγγραφείς προσπαθούν να προσδιορίσουν εάν η κυματοσυνάρτηση είναι σε θέση να περιγράψει όλα τα φαινόμενα της φύσης. Σύμφωνα με τα επιχειρήματα που παρουσιάζουν, η περιγραφή της κβαντικής μηχανικής δεν είναι πλήρης.
- Για να θεωρηθεί μια φυσική θεωρία ολοκληρωμένη, πρέπει να έχει μια μεταβλητή δηλαδή μια παρατηρήσιμη ποσότητα για κάθε στοιχείο της πραγματικότητας.
- Το κριτήριο της πραγματικότητας, με τη σειρά του, καθορίζει πότε αυτές οι μεταβλητές έχουν καθορισμένες αξίες.
- Οι συγγραφείς υποθέτουν ότι ένα από τα ακόλουθα κτίρια πρέπει να ισχύει: είτε η κβαντομηχανική περιγραφή δεν είναι πλήρης και δεν μπορούν να καθοριστούν ταυτόχρονες τιμές για τις ασυμβίβαστες μεταβλητές, είτε η κβαντομηχανική είναι πλήρης και μπορούν να καθοριστούν τιμές για ασυμβίβαστες μεταβλητές.
- Σε αυτό το σημείο, προτείνουν ένα θεωρητικό πείραμα για ένα ζεύγος υποσυστημάτων που αναχωρούν το ένα από το άλλο.
- Στη συνέχεια διατυπώνουν την αρχή της διαχωρισιμότητας σύμφωνα με την οποία τα χωρικά διαχωρισμένα υποσυστήματα έχουν ανεξάρτητες φυσικές πραγματικότητες.
- Περιγράφουν επίσης την έννοια της τοπικότητας, σύμφωνα με την οποία η μέτρηση του ενός υποσυστήματος δεν επηρεάζει την πραγματικότητα του άλλου.
- Από την αρχή διατήρησης προκύπτει ότι οι ποσότητες έχουν καθορισμένες τιμές σε διαχωρισμένα υποσυστήματα που είναι συσχετισμένα.
- Τα διαχωρισμένα υποσυστήματα του πειράματος έχουν ταυτόχρονα καθορισμένες τιμές θέσης και ορμής. Ταυτόχρονα όμως η αρχή απροσδιοριστίας απαγορεύει έναν τέτοιο καθορισμό. Από το γεγονός αυτό, οι *EPR* συμπεραίνουν ότι παραβιάζονται οι έννοιες της διαχωρισιμότητας και της τοποθεσίας όπως και ότι η κυματοσυνάρτηση δεν αρκεί για να επιλύσει την αντίφαση του καθορισμού των παρατηρήσιμων ποσοτήτων. Έτσι οι *EPR* οδηγούνται στην υπόθεση ότι χρειάζονται επιπλέον μεταβλητές που να καθορίζουν τις παρατηρήσιμες ποσότητες συσχετισμένων υποσυστημάτων. Τις μεταβλητές αυτές τις ονόμασαν κρυμμένες μεταβλητές.

### 2.4.1 Perihy tw n basik, n shmelwn

Όπως είδαμε παραπάνω, η ερμηνεία της Κοπεγχάγης αποτελείται από διαφορετικές και συνήθως αντιτιθέμενες απόψεις που άκμασαν κατά το δεύτερο τέταρτο του 20ου αιώνα. Αυτό λέγεται, ως συνοψίσουμε τα κύρια χαρακτηριστικά και τα σημαντικότερα μειονεκτήματά του:

#### Basikèc Paradoqèc:

- I Τα κβαντικά αντικείμενα παρουσιάζουν μια δυαδικότητα ύπαρξης που είναι είτε κυματική είτε σωματιδιακή. Είναι η πειραματική διάταξη που επηρεάζει το είδος της ύπαρξης που θα παρατηρηθεί τελικά.
- II Τα κβαντικά αντικείμενα δεν χαρακτηρίζονται από αυστηρά καθορισμένες ιδιότητες πριν από τη στιγμή της μέτρησης. Αυτά καθορίζονται με την ολοκλήρωση της μέτρησης.
- III Σύμφωνα με την ερμηνεία της Κοπεγχάγης η εξέλιξη των κβαντικών αντικειμένων γίνεται μέσω δύο εξισώσεων. Ο πρώτος συμβαίνει όταν δεν πραγματοποιείται καμία μέτρηση και χαρακτηρίζεται από μια συνεχή, αιτιοκρατική αλλαγή της κατάστασης του συστήματος σύμφωνα με την εξίσωση Schrödinger η οποία εκφράζει γραμμική εξέλιξη. Ο δεύτερος τρόπος λαμβάνει χώρα κατά τη διάρκεια της διαδικασίας μέτρησης, η οποία διακρίνεται από μια μη αιτιοκρατική, ασυνεχή μετάβαση (κατάρρευση της συνάρτησης κύματος) μεταξύ της αρχικής κατάστασης  $\psi$  και της τελικής κατάστασης  $\phi_j$ . Η μετάβαση αυτή συμβαίνει σύμφωνα με τον κανόνα του Born που δίνει την πιθανότητα πραγματοποίησης της μετάβασης να είναι  $|\langle \psi, \phi_j \rangle|^2$ .
- IV Ο χώρος Hilbert γίνεται ο καμβάς στον οποίο αναπτύσσεται ολόκληρη η θεωρία της κβαντικής μηχανικής. Είναι ένας διανυσματικός χώρος με εσωτερικό γινόμενο, ο οποίος επιτρέπει την εκτίμηση της γωνίας και του μήκους.
- V Σύμφωνα με την ερμηνεία της Κοπεγχάγης οι κβαντικές πιθανότητες είναι θεμελιώδης, πράγμα που σημαίνει ότι η τυχαιότητα είναι μια εγγενής ιδιότητα της πραγματικότητας μας και δεν οφείλονται στην αδυναμία μας να γνωρίζουμε όλες τις αιτίες που επηρεάζουν ένα φαινόμενο.

#### Meionekt mata

- I Αν και η άποψη του Bohr ήταν ότι το κβαντικό αντικείμενο και η πειραματική συσκευή είναι αδιαχώριστες, η κβαντομηχανική δεν μπορούσε να περιγράψει τη διαδικασία μέτρησης. Για το λόγο αυτό, ο John von Neumann ? εισήγαγε μια "ασυνέχεια" μεταξύ κβαντικού αντικειμένου και συσκευής μέτρησης μέσω της εισαγωγής του αξιωματος της κατάρρευσης της κυματοσυνάρτησης.
- II Η κβαντομηχανική χάνει την περιγραφική δύναμή της ως αποτέλεσμα αναγωγής της προσπάθειας εύρεσης γενικών προγνωστικών νόμων σε μια σειρά αριθμητικών πιθανοτήτων που αφορούν μεμονωμένα αποτελέσματα.

- III Ο τρόπος με τον οποίο οι άπειρες καταστάσεις της κυματοσυνάρτησης πριν καταρρεύσει γίνονται μια μοναδική πραγματικότητα (μια μετρημένη κατάσταση) - δηλαδή, το πρόβλημα της μέτρησης συνεχίζει να παραμένει άλυτο.

## 2.5 Ο formalism

Σε αυτή την ενότητα, θα παρουσιάσουμε τον formalισμό της κβαντικής μηχανικής. Η εξοικείωση με τον formalισμό απαιτεί την εισαγωγή των δυναμικών αρχών, των κεντρικών μαθηματικών εργαλείων που χρησιμοποιούνται στην κβαντική μηχανική, καθώς και των αξιωμάτων της θεωρίας. Ας ξεκινήσουμε με την κβαντοποίηση των ενεργειακών καταστάσεων, που μας αναγκάζει να αντιπροσωπεύουμε τις κβαντικές καταστάσεις ως φορείς στον χώρο Hilbert. Οι χώροι Hilbert είναι είδη διανυσματικού χώρου που συλλέγονται οι μαθηματικές οντότητες. Στην περίπτωση μας, οι διανυσματικοί χώροι αποτελούνται από διανύσματα. Ένα διάνυσμα έχει δύο ιδιότητες: μήκος και κατεύθυνση. Ακολουθούμε τον συμβολισμό του Dirac στον συμβολισμό των διανυσμάτων ως  $|\psi\rangle$ . Οι φορείς αυτοί ζουν στον χώρο Hilbert, ο οποίος είναι κλειστός υπό προσθέσεις διανυσμάτων και βαθμωτό πολλαπλασιασμό. Με άλλα λόγια, αν  $|\psi\rangle$  και  $|\phi\rangle$  είναι στοιχεία σε ένα χώρο Hilbert, τότε επίσης είναι στοιχεία του χώρου το άθροισμα τους  $|\psi\rangle + |\phi\rangle$  και ο πολλαπλασιασμός  $|\psi\rangle$  με έναν αριθμό.

Το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού ενός διανύσματος με ένα βαθμωτό  $\lambda$  είναι ένα νέο διάνυσμα που δείχνει προς την ίδια κατεύθυνση, αλλά με μήκος  $\lambda$  φορές περισσότερο. Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό ενός χώρου Hilbert είναι ότι μπορεί να οριστεί ένα διανυσματικό γινόμενο. Το διανυσματικό γινόμενο είναι μια λειτουργία που πολλαπλασιάζει δύο διανύσματα και αποδίδει έναν αριθμό. Στη σημείωση του Dirac, το διανυσματικό γινόμενο μπορεί να γραφτεί ως  $\langle\psi|\phi\rangle$ . Η εισαγωγή του χώρου Hilbert και των διανυσμάτων μας επιτρέπει να αντιπροσωπεύουμε τις καταστάσεις ενός κβαντικού συστήματος από κανονικοποιημένα διανύσματα σε ένα χώρο Hilbert. Τα κανονικοποιημένα διανύσματα έχουν μήκος 1, και ονομάζονται μοναδιαία διανύσματα. Ωστόσο, τα διανύσματα είναι επίσης χρήσιμα επειδή οι παρατηρήσιμες ποσότητες ενός συστήματος αντιπροσωπεύονται από τελεστές που δρουν σε διανύσματα, με σκοπό την απόκτηση συγκεκριμένων τιμών.

Μία άλλη σημαντική παρατηρήσιμη ποσότητα, εκτός από τα ήδη αναφερόμενα, είναι η ιδιότητα του spin (σπιν), το οποίο εισήχθη το 1925 από τους Samuel Goudsmit και George Uhlenbeck. Ο λόγος εισαγωγής του ήταν να κάνει το μοντέλο του Bohr ακριβέστερο προς τα ατομικά φάσματα. Προκειμένου να μιλήσουμε με ακρίβεια για το spin, πρέπει να εστιάσουμε την προσοχή μας σε μια συγκεκριμένη κατεύθυνση, ας πούμε την κατεύθυνση  $z$ . Ένα ηλεκτρόνιο σε αυτή την κατεύθυνση έχει μόνο δύο πιθανές καταστάσεις περιστροφής, το  $z$ -spin πάνω και το  $z$ -spin κάτω, αν και άλλα σωματίδια μπορεί να έχουν περισσότερες δυνατότητες. Ένα άλλο παράδειγμα μιας περιστροφής spin μπορεί να είναι ένας φορέας κατάστασης που δεν αντιπροσωπεύει περιστροφή προς τα πάνω ή προς τα κάτω, αλλά ένα διάνυσμα που δείχνει στα μισά του δρόμου μεταξύ των προηγούμενων δύο διανυσμάτων. Αυτή η κατάσταση ονομάζεται singlet. Η ποικιλία του χώρου Hilbert

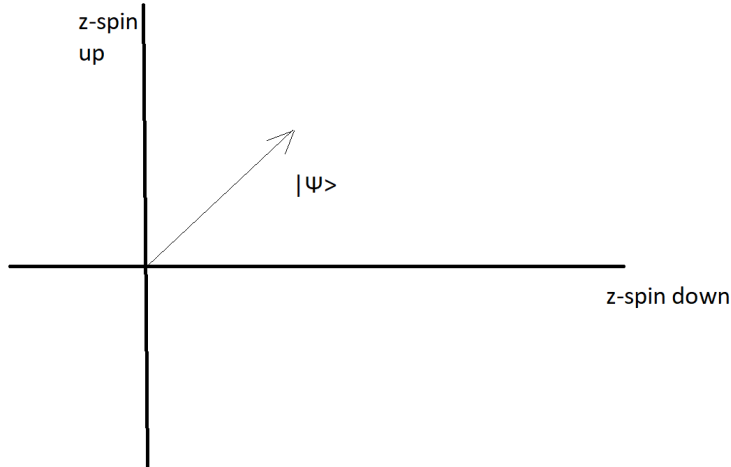


Figure 2: singlet

που πρόκειται να χρησιμοποιήσουμε εξαρτάται από το σύστημα που μελετάμε. Οι διαστάσεις ενός χώρου Hilbert καθορίζονται από τις επιτρεπόμενες τιμές των καταστάσεων που μας ενδιαφέρει να χρησιμοποιήσουμε. Για παράδειγμα, ο αριθμός των πιθανών καταστάσεων θέσης (ή ορμή, ενέργεια, κ.λπ.) καθορίζει τις διαστάσεις του χώρου Hilbert. Με τον νόμο της προσθήκης των καταστάσεων μπορούμε να εξάγουμε το αποτέλεσμα:

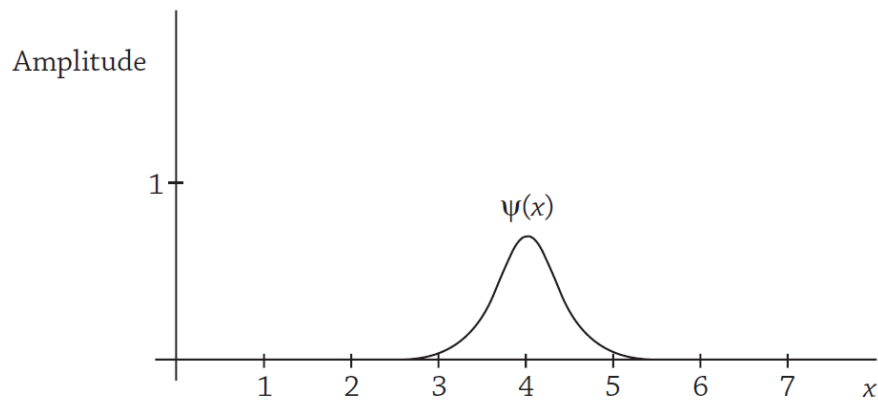
$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|z\text{-spin up}\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|z\text{-spin down}\rangle \quad (4)$$

Όπως βλέπουμε, αυτό το διάνυσμα έχει το ήμισυ του μεγέθους του στην κατεύθυνση προς τα πάνω και το άλλο μισό στην καθοδική κατεύθυνση. Αυτή η κατάσταση λέμε ότι βρίσκεται σε υπέρθεση (συμπεριποίηση) των καταστάσεων z-spin. Επιπλέον, ζει σε ένα διδιάστατο χώρο Hilbert λόγω των δύο πιθανών καταστάσεων περιστροφής (πάνω ή κάτω). Αν είχαμε ένα σύστημα με άπειρες κατευθύνσεις, η καθεμία με μικρό μέγεθος, η κατάσταση θα ήταν:

$$|\Psi\rangle = a_1|\psi_1\rangle + a_2|\psi_2\rangle + \dots + a_n|\psi_n\rangle = \sum_{i=1}^n a_i|\psi_i\rangle \quad (5)$$

Για παράδειγμα, αυτή η κατάσταση αντιπροσωπεύει ένα σωματίδιο με άπειρο αριθμό πιθανών θέσεων. Όταν καθορίζουμε καταστάσεις που χρησιμοποιούνται για να προσδιορίσουν τις διαστάσεις ενός χώρου Hilbert, τότε προσδιορίζουμε μία βάση του εν λόγω χώρου. Αυτό σημαίνει ότι το σύνολο που περιέχει  $|\psi_i\rangle$  είναι μια

βάση. Η χρησιμοποίηση μιας τέτοιας βάσης επιτρέπει την έκφραση των καταστάσεων που δεν είναι ιδιοκαταστάσεις ενός συγκεκριμένου παρατηρήσιμου. Ωστόσο, ταυτόχρονα, υπάρχει άπειρος αριθμός πιθανών βάσεων για να διαλέξουμε. Τα διανύσματα στο χώρο Hilbert είναι επίσης συναρτήσεις που λαμβάνουν στοιχεία από το φασικό χώρο και τα απεικονίζουν στους αριθμούς. Εξετάστε, για παράδειγμα, την κατάσταση θέσης ενός σωματιδίου που περιορίζεται σε ένα μονοδιάστατο χώρο με άπειρο μήκος. Η κατάσταση θέσης είναι μια συνάρτηση που παίρνει ένα σημείο στο διάστημα ως είσοδο και αποδίδει έναν αριθμό ως έξοδο. Σε αυτή την περίπτωση, ο φασικός χώρος είναι μια μονοδιάστατη γραμμή. Δεδομένης της αμέτρητης φύσης του συνόλου των πιθανών θέσεων και της υπέρθεσης τους, η συνάρτηση κύματος μπορεί να είναι μια καμπύλη που απλώνεται στο χώρο των πιθανών θέσεων, όπως στην περίπτωση μιας Gaussian συνάρτησης.



Σχήμα 3: Γαουσιαν ωαε-φυνςτιον

Ας εξετάσουμε ένα άλλο παράδειγμα που βοηθά στην απεικόνιση της σύνδεσης μεταξύ της κβαντικής μηχανικής και του πειράματος.

$$\Psi = a|A\rangle + b|B\rangle \quad (6)$$

Αυτή η κυματοσυνάρτηση είναι κανονικοποιημένη έτσι ώστε  $a^2 + b^2 = 1$ . Όταν μετράμε το σύστημα ώστε να εντοπίσουμε την κατάσταση στην οποία βρίσκεται, βλέπουμε ότι η πιθανότητα εύρεσης του συστήματος σε κατάσταση  $|A\rangle$  είναι  $a^2$  και η πιθανότητα εύρεσης του συστήματος σε κατάσταση  $|B\rangle$  είναι  $b^2$ . Όσον αφορά τα συστήματα που αντιπροσωπεύονται από τη συνάρτηση κύματος  $\Psi$ , λαμβάνοντας την απόλυτη τιμή αυτής της συνάρτησης στο τετράγωνο  $|\Psi|^2$  και ολοκληρώνοντας την σε μια περιοχή του φασικού χώρου, μπορούμε να υπολογίσουμε την πιθανότητα εύρεσης του συστήματος στη συγκεκριμένη περιοχή του χώρου. Αυτό το αποτέλεσμα ονομάζεται κανόνας του Born (*Born's rule*). Σύμφωνα με τον Born, η συνάρτηση κύματος ερμηνεύεται ως πυκνότητα πιθανότητας σωματιδίων που έχουν μια συγκεκριμένη ιδιότητα (? σελ. 805).

Τέλος, δεν υπάρχει μεγάλη συμφωνία σχετικά με τις θεμελιώδεις αρχές της κβαντικής θεωρίας. Για παράδειγμα, ορισμένοι ισχυρίζονται ότι η πιθανοκρατική φύση της θεωρίας είναι προβληματική, ενώ άλλοι υποστηρίζουν ότι η θεωρία πρέπει ότι είναι εγγενώς πιθανοκρατική. Όπως γίνεται αντιληπτό, οι αποκλίνοσες αυτές απόψεις οδήγησαν στην ανάπτυξη διαφορετικών σχημάτων της θεωρίας. Κατά την περίοδο μεταξύ 1900 και 1935 διαμορφώθηκαν τα βασικά αξιώματα της κβαντομηχανικής από τους Schrödinger, Dirac και von Neumann. Στο τμήμα που ακολουθεί παρουσιάζονται τα βασικά αξιώματα της ερμηνείας της Κοπεγχάγης.

### 2.5.1 Αxiωμα 1<sup>ο</sup>

Για κάθε κβαντικό σύστημα υπάρχει ένας χώρος Hilbert  $(\mathcal{H}, +, \cdot, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ . Οι καταστάσεις του συστήματος είναι όλες οι θετικές γραμμικές απεικονίσεις  $\rho: \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}$  για τις οποίες  $\text{Tr} \rho = 1$ .

Σημείωση: Τα κανονικοποιημένα (δηλαδή,  $\langle \psi | \psi \rangle = 1$ ) στοιχεία  $\psi \in \mathcal{H}$  είναι οι καταστάσεις του κβαντικού συστήματος.

Ορολογία: Μια κατάσταση ονομάζεται *καθαρή* εάν υπάρχει  $\psi \in \mathcal{H}$  τέτοια ώστε  $\rho: \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}$ .

Ορισμοί: Μιγαδικός χώρος Hilbert  $(\mathcal{H}, +, \cdot, \langle \cdot, \cdot \rangle)$

1.  $\mathcal{H}$  είναι ένα σύνολο που ικανοποιεί τα ακόλουθα αξιώματα:

$$+: \mathcal{H} \times \mathcal{H} \Rightarrow \mathcal{H}$$

$$*: \mathbb{C} \times \mathcal{H} \Rightarrow \mathcal{H}$$

$$\text{~}: x + y = y + x, x * y = y * x$$

$$A: (x + y) + z = x + (y + z), x * (y * z) = (x * y) * z$$

$$N: 0 + x = x + 0 = x, x * 1 = x$$

I:  $(-x) + x = x + (-x) = 0, x * x^{-1} = 1$  η νόρμα σε ένα διανυσματικό χώρο  $\mathcal{V}$  πάνω από το  $\mathbb{K}$  είναι μια συνάρτηση από  $\mathcal{V}$  έως  $\mathbb{R}$  συμβολίζεται  $\|\cdot\|$ , ικανοποιώντας για όλα τα  $n, w \in V$  και  $k \in K$ :

$$(α') \|v\| = 0 \text{ ανν } v = 0$$

$$(β') \|kv\| = |k| \|v\|$$

(γ')  $\|v + w\| \leq \|v\| + \|w\|$  ενδενυμερατε Εξ αυτού έπεται ότι  $\|v\| \geq 0$  για όλα τα  $v \in V$ . Ο κανόνας ορίζει μια τοπολογία στο  $\mathcal{V}$ : οι ανοικτές μπάλες είναι σύνολα  $\{x \mid \|xv\| < r\}$  για μερικά  $v \in V$  και  $r \in \mathbb{R}$ . Ένας χώρος Hilbert είναι ένας εσωτερικός χώρος προϊόντος που είναι πλήρης σε σχέση με την τυπική τοπολογία που σημαίνει ότι το όριο οποιασδήποτε ακολουθίας διανυσμάτων είναι το ίδιο που περιέχεται στο χώρο.

(δ') Διγραμμική μορφή  $\langle \cdot, \cdot \rangle: \mathcal{H} \times \mathcal{H} \Rightarrow \mathbb{C}$

$$i) \langle \phi, \psi \rangle = \langle \bar{\psi}, \bar{\phi} \rangle$$

$$ii) \langle \phi, \psi_1 + a\psi_2 \rangle = \langle \phi, \psi_1 \rangle + a \langle \phi, \psi_2 \rangle$$

iii)  $\langle \psi, \psi \rangle \geq 0, \forall \psi \in \mathcal{H}$ , αν  $\delta = 0$  ιφφ  $\psi = 0 \in \mathcal{H}$

(ε') πληρότητα

Εάν κάποιος έχει μια αλληλουχία σε  $\mathcal{H}$ , η οποία ικανοποιεί την ιδιότητα άυσηψ ήτοι:  $\forall \epsilon \geq 0, \exists N \in \mathbb{N}, \forall n, m \geq N : \|\phi_n - \phi_m\| \leq \epsilon$

$$\|\psi\| = \sqrt{\langle \psi, \psi \rangle}$$

$$\|\cdot\| : \mathcal{H} \rightarrow \mathbb{R}$$

Κάποιος μπορεί να έχει ήδη καταλήξει στο συμπέρασμα ότι η ακολουθία συγκλίνει στο  $\mathcal{H}$ , με άλλα λόγια

$$\exists \phi \in \mathcal{H} : \forall \epsilon \geq 0, \exists N \in \mathbb{N}, \forall n \geq N : \|\phi - \phi_n\| \leq \epsilon$$

(ε') Γραμμική απεικόνιση  $A : \mathcal{D}_A \subseteq \mathcal{H} \Rightarrow \mathcal{H} A(\phi + a\psi) = A(\phi) + aA(\psi) \forall a \in \mathbb{C}$

i) Νοτατιον  $A\psi := A(\psi)$

ii) ποσιτιε λινεαρ μαπ:  $\forall \psi \in \mathcal{D}_A : \langle \psi, A\psi \rangle \geq 0$

iii) Α ις τραςε ζλασς: ιφ φορ ανψ ορτηνορμαλ βασις  $e_n$  οφ της  $\mathcal{H}$  της συμ/σειρες  $\sum_n \langle e_n, Ae_n \rangle < \infty$  την  $\text{Tr}A := \sum_n \langle e_n, Ae_n \rangle$

## 2.6 Αχθωμα 2<sup>ο</sup>

Οι παρατηρήσιμων ενός συστήματος είναι οι αυτοσυνδεδεμένοι γραμμικοί χάρτες  $A : \mathcal{D}_A \rightarrow \mathcal{H}$ .

Ορισμοί:

1.  $A : \mathcal{A}_A \Rightarrow \mathcal{H}$  ονομάζεται αυτο-συζυγείς αν συμπίπτουν με αδθονιτ απεικόνιση του  $A^* : \mathcal{D}_{A^*} \rightarrow \mathcal{H}$ . Το συμπέρασμα σημαίνει ότι  $\mathcal{D}_{A^*} = \mathcal{D}_A$  και  $A^*\psi = A\psi \quad \forall \psi \in \mathcal{D}_A$

2. Ο συζυγής  $A^* : \mathcal{A}_{A^*} \Rightarrow \mathcal{H}$  μίας γραμμικής απεικόνισης  $A : \mathcal{A}_A \Rightarrow \mathcal{H}$  ορίζεται από

$$i) \mathcal{D}_A := \{\psi \in \mathcal{H} | \forall a \in \mathcal{D}_A, \exists \eta \in \mathcal{H} : \langle \psi, Aa \rangle = \langle \eta, a \rangle\}$$

$$ii) A^*(\psi) := \eta$$

## 2.7 Αχθωμα 3

Η πιθανότητα ότι μια μέτρηση μιας παρατηρήσιμης  $a$  σε ένα σύστημα που είναι σε μια κατάσταση  $\rho$  αποδίδει ένα αποτέλεσμα στο Βορελ που  $E \subseteq \mathbb{R}$  δίνεται από:

$$\mu_\rho^A(E) = \text{Tr}(P_A(E) \cdot \rho) \quad (7)$$

όπου  $P_A : \text{Borel}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{L}(\mathcal{H})$  φραγμένος τελεστής. Αυτή η προθεστιον-αλυε μεασυρε σχετίζεται με ένα αυτο-αδθονιτ απεικόνιση  $A$  σύμφωνα με το φασματικό θεώρημα:

$$A = \int_{\mathbb{R}} id_{\mathbb{R}} dP_A \equiv \int \lambda P_A(d\lambda) \quad (8)$$

Ορισμοί:

1. Εάν ένας διανυσματικός χώρος  $V$  έχει μια νόρμα  $\|\cdot\|$ , τότε  $\Phi$  είναι βουνδεδ αν και μόνο αν υπάρχει κάποιο  $r \in \mathbb{R}$  τέτοιο ώστε  $\|\Phi v\| \leq r\|v\|$  για όλα τα  $v \in V$ .
2. Με δεδομένο κάποιο σύνολο  $\Sigma$ , μια  $\sigma$ -algebra οερ  $\Sigma$  είναι μια οικογένεια υποσυνόλων του  $\Sigma$  κλειστού υπό συμπλήρωμα, μετρήσιμη ένωση και μετρήσιμη τομή. Η άλγεβρα Borel άλγεβρα πάνω από  $\mathbb{R}$  είναι η μικρότερη  $\sigma$ -algebra που περιέχει τα ανοικτά σύνολα  $\mathbb{R}$ . Το Borel σετ πραγματικών αριθμών είναι ένα στοιχείο της άλγεβρας Borel πάνω από  $\mathbb{R}$ .
3.  $\mathcal{L}(\mathcal{H})$  είναι ένας χώρος Banaση των φραγμένων γραμμικών απεικονίσεων για  $\mathcal{H}$

(α') Ένα Banaση χώρος είναι  $(V, \|\cdot\|)$  διανυσματικού χώρος με μια νόρμα

$$\|\cdot\| : V \Rightarrow \mathbb{R}$$

i.  $\|\lambda f\| = |\lambda| \cdot \|f\|, \forall \lambda \in \mathbb{C}$

ii.  $\|f + g\| \leq \|f\| + \|g\|$

iii.  $\|f\| \geq 0, = 0$  ανν  $f = 0 \in V$   
η οποία είναι πλήρης νόρμα.

iv. Μία απεικόνιση  $A$  λέγεται φραγμένη εάν  $\sup_{f \in V} \frac{\|Af\|_W}{\|f\|_V} \sup \|f\| = 1$

(α') Banachχώρος είναι ένας normed διανυσματικός χώρος που είναι πλήρης σε σχέση με την τοπολογία νόρμας που σημαίνει ότι το όριο οποιασδήποτε ακολουθίας διανυσμάτων περιέχεται στο χώρο.

(β') Projections-valued measures (PVMs): Μία απεικόνιση  $P : \sigma(\mathcal{O}_R) \rightarrow \mathcal{L}$

$$\text{projection value} \begin{cases} \forall \Omega \in \sigma(\mathcal{O}_R) : P(\Omega)^* = P(\Omega) \\ \forall \Omega \in \sigma(\mathcal{O}_R) : P(\Omega) \circ P(\Omega) = P(\Omega) \end{cases}$$

$$\text{measure part} \begin{cases} P(\mathbb{R}) = id_{\mathcal{H}} \\ \Omega = \cup_{n \geq 1} \Omega_n \Rightarrow \forall \psi \in \mathcal{H} : P(\Omega)\psi = \sum_{n \geq 1} P(\Omega_n)\psi \end{cases}$$

Ιδιότητες ενός PVM:

1.  $R(\mathbb{R}) = id_{\mathcal{H}}$  όπου  $R : \sigma(\mathcal{O}_R) \rightarrow \mathcal{L}$
2.  $R(\mathbb{R} \setminus \Omega) = id_{\mathcal{H}} - R(\Omega)$  για κάθε  $\Omega \in \sigma(\mathcal{O}_R)$
3.  $R(\Omega_1 \cup \Omega_2) + R(\Omega_1 \cap \Omega_2) = P(\Omega_1) + P(\Omega_2)$
4.  $R(\Omega_1 \cap \Omega_2) = P(\Omega_1) \circ P(\Omega_2)$
5.  $\Omega_1 \subseteq \Omega_2 \Rightarrow \text{ran} P(\Omega_1) \subseteq \text{ran} P(\Omega_2)$

Αξίωμα 4<sup>ο</sup>: Μοναδιαία δυναμική: κατά τη διάρκεια του χρονικού διαστήματος  $(T_1, T_2)$  δεν παρουσιάζεται μέτρηση.

$$\text{Καταστάσεις} \begin{cases} \rho(t_2) \text{ at time } t_2 \\ \rho(t_1) \text{ at time } t_1 \end{cases}$$



συνδέονται μέσω:

$$\rho(t_2) = U(t_2 - t_1)\rho(t_1)U^{-1}(t_2 - t_1) \quad (9)$$

$$U(t) := \exp\left(-\frac{i}{\hbar}Ht\right) \quad (10)$$

Όπου  $f : \mathbb{R} \Rightarrow \mathbb{C}$

$$f(A) := \int_{-\infty}^{+\infty} f(\lambda)dP_A(\lambda) \quad (11)$$

Αξίωμα 5: Προβολική δυναμική: όταν μια μέτρηση λαμβάνει χώρα σε χρόνο  $T_m$ , η κατάσταση  $\rho_{after}$  είναι

$$\rho_{after} = \frac{P_A(E)\rho_{before}P_A(E)}{\text{Tr}(P_A(E)\rho_{before}P_A(E))} \quad (12)$$

όπου  $E$  είναι το μικρότερο σύνολο Borel στην οποία το αποτέλεσμα της μέτρησης έτυχε να βρίσκεται.

## 2.8 Οι συνέπειες της δημοφιλούς των EPR

Ας συνεχίσουμε με μια πολύ ενδιαφέρουσα ιδιότητα των πολυσωματιδιακών συστημάτων, την διεμπλοκή (ενταγγλεμεντ). Ο όρος δημιουργήθηκε από τον Schrödinger, ο οποίος αντιλήφθηκε την διεμπλοκή ως αλληλεπίδραση μεταξύ συστημάτων ανήκαν παλαιότερα στο ίδιο σύστημα. Ας εξετάσουμε, για λόγους επεξήγησης, μια απλή περίπτωση διεμπλοκής σε ένα σύστημα δύο σωματιδίων. Μετά την αλληλεπίδρασή τους μια φορά, η κυματοσυνάρτηση των δύο σωματιδίων είναι:

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}}|x_1 >_1 |x_2 >_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}|x_2 >_1 |x_1 >_2 \quad (13)$$

Οι δείκτες στις παρενθέσεις υποδεικνύουν ποια σωματίδια περιγράφονται. Αυτή η κατάσταση περιγράφει μια πιθανότητα 50% του σωματιδίου 1 να είναι στη θέση  $x_1$  και 50% να είναι στη θέση  $x_2$ . Το ίδιο, βέβαια, ισχύει και για το δεύτερο σωματίδιο. Μια ιδιόμορφη ιδιότητα ενός τέτοιου συστήματος είναι ότι η κυματοσυνάρτηση του συνόλου του συστήματος περιέχει περισσότερες πληροφορίες για το σύστημα από το άθροισμα των καταστάσεων των δύο μερών. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η διεμπλοκή δεν μπορεί να γραφτεί ως γινόμενο των καταστάσεων των επιμέρους συστημάτων. Εάν κάνουμε μια μέτρηση για να μάθουμε τις θέσεις των σωματιδίων, θα ανακαλύψουμε ότι αν το πρώτο σωματίδιο βρίσκεται στη θέση  $x_1$ , τότε το δεύτερο σωματίδιο θα είναι σίγουρα στο  $x_2$  και αντίστροφα. Αν όμως δεν μετρήσουμε το σύστημα, γνωρίζουμε ότι τα σωματίδια διαχωρίζονται από απόσταση  $|x_1 - x_2|$ , αν και δεν γνωρίζουμε πού ακριβώς είναι τα μεμονωμένα μέρη.

Οι συνέπειες των πειραμάτων EPR, όπως τα παραπάνω, είναι πολύ σημαντικές. Αν επιλέξουμε μια ερμηνεία σύμφωνα με την οποία η κυματική συνάρτηση είναι μια

κατάσταση μικροσκοπικών συνηθισμένων τρισδιάστατων αντικειμένων που καταλαμβάνουν μια ορισμένη θέση, σύντομα θα βρεθούμε αντιμέτωποι με ένα παράδοξο για τις καταστάσεις, αφού δεν μπορούμε να ορίσουμε θέση σε κάθε σωματίδιο πριν από τη μέτρηση. Για να κατανοήσουμε περαιτέρω το αποτέλεσμα της διεμπλοκής πρόκειται να εξετάσουμε την εκδοχή του Βοημ για το πείραμα της ΕΠΡ. Σχεφτείτε δύο ηλεκτρόνια να είναι σε πεπλεγμένη κατάσταση του ξ-σπιν:

$$\Psi_{singlet} = \frac{1}{\sqrt{2}}|x-spinup \rangle_1 |x-spindown \rangle_2 - \frac{1}{\sqrt{2}}|x-spindown \rangle_1 |x-spinup \rangle_2 \quad (14)$$

Αυτή η κατάσταση δείχνει την άγνοιά μας σχετικά με την κατεύθυνση περιστροφής των μεμονωμένων ηλεκτρονίων, με παρόμοιο τρόπο με την προηγούμενη περίπτωση, κατά την οποία δεν θα μπορούσαμε να γνωρίζουμε τις ακριβείς θέσεις των σωματιδίων. Στο ίδιο πνεύμα, αυτό που μπορεί να ειπωθεί με βεβαιότητα χωρίς μέτρηση είναι ότι οι περιστροφές ηλεκτρονίων είναι αντίθετες μεταξύ τους. Για παράδειγμα, αν μετρήσουμε το ηλεκτρόνιο 1 και το βρούμε να έχει ξ-σπιν, τότε το δεύτερο ηλεκτρόνιο αναμένεται να έχει ξ-σπιν κάτω, και αντίστροφα. Αυτό το πείραμα απαιτεί δύο μετρήσεις: το πρώτο περιλαμβάνει τη μέτρηση του ηλεκτρονίου 1 για να προσδιοριστεί η περιστροφή του, ενώ το δεύτερο λαμβάνει χώρα πέντε λεπτά αργότερα στο δεύτερο ηλεκτρόνιο, προκειμένου να διαπιστωθεί αν η κατάσταση του ικανοποιεί την ιδιότητα διεμπλοκής και, κατ'έπείταση, ο νόμος περιστροφής, σύμφωνα με τον οποίο η συνολική περιστροφή ισούται με το μηδέν. Τα αποτελέσματα διαφόρων πειραμάτων ?, ? επιβεβαίωσαν την διεμπλοκή και πιο συγκεκριμένα το γεγονός ότι ο προσανατολισμός της περιστροφής είναι πάντα αντιθετικός σε ένα ζεύγος εμπλεγμένων σωματιδίων. Ένα πείραμα 2015 ? έδειξε στην πραγματικότητα ότι τα σωματίδια βρίσκονται 143 χιλιόμετρα μεταξύ τους. Πειράματα όπως αυτά δείχνουν ότι η μέτρηση της μιας πλευράς δεν θα μπορούσε να επηρεάσει ενδεχομένως το αποτέλεσμα του δεύτερου σωματιδίου με οποιονδήποτε τρόπο. Ακόμη και το φως δεν θα μπορούσε να έχει ταξιδέψει αρκετά γρήγορα να ενημερώσει τον δεύτερο ηλεκτρόνιο σχετικά με τον προσανατολισμό περιστροφής που θα πρέπει να επιλέξει. Επιπλέον, αν οι μετρήσεις έλαβαν χώρα την ίδια χρονική περίοδο, ένας κινούμενος παρατηρητής δεν θα ήταν σε θέση να πει πού συνέβη πρώτα, ως συνέπεια της αρχής της σχετικότητας επομένως η αιτιότητα παραβιάζεται. Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο η διεμπλοκή μεταξύ των δύο σωματιδίων δεν θεωρείται αιτιώδης σχέση. Με άλλα λόγια, το αποτέλεσμα της μέτρησης του πρώτου σωματιδίου δεν είναι η αιτία του αποτελέσματος της μέτρησης του δεύτερου σωματιδίου. Σαφώς, αυτά τα πειράματα βοηθούν να αποδειχθεί η μη τοπική φύση των κβαντικών φαινομένων.

Οι ΕΠΡ για να αιτιολογήσουν τις καταστάσεις των ηλεκτρονίων στο πείραμά τους υπέθεσαν ότι υπάρχει μια πραγματικότητα για τις περιστροφές των ηλεκτρονίων που αγνοούμε. Όπως υποστήριζαν στο διάσημο βιβλίο τους ?, υπάρχουν πρόσθετες λεπτομέρειες που περιμένουν να περιγραφούν από μια πιο θεμελιώδη προσέγγιση που θα μπορούσε να αντιληφθεί την στιγμιαία αντίδραση των δύο σωματιδίων. Αυτά τα μέχρι τώρα άγνωστα γεγονότα ονομάστηκαν από τους ΕΠΡ *κρυφές μεταβλητές*.

Το 1964, ο John Bell ? κατασκευάζει ένα πείραμα που θα μπορούσε να καθορίσει αν η κβαντική μηχανική περιγραφή του πειράματος *EPR* είναι ελλιπής (δηλαδή, εάν υπάρχουν κρυμμένες μεταβλητές που εξηγούν το φαινόμενο) ή είναι πραγματικά μη τοπικό. Με τις ανισότητες που κατασκεύασε κατέστη σαφές ότι η φύση είναι εγγενώς μη τοπική. Επομένως, ακόμη και αν υπάρχουν κρυφές μεταβλητές, δεν είναι επαρκώς ικανές να απορρίψουν μια μη τοπική εξήγηση του φαινομένου. Με άλλα λόγια, οι κρυφές μεταβλητές δεν είναι σε θέση να αποκαταστήσουν την τοπικότητα. Για να αποδείξει αυτό το γεγονός, ο Bell ? σκιαγράφησε μια θεωρία που ο Αϊνστάιν θα ενέκρινε - δηλαδή, είναι τοπική και χρησιμοποιεί κρυφές μεταβλητές για να εξηγήσει την διεμπλοκή. Στη συνέχεια, ο Bell αποδεικνύει ότι μια τοπική θεωρία με κρυμμένες μεταβλητές δεν μπορεί να προβλέψει τα αποτελέσματα του πειράματος EPR. Αυτή η φαινομενολογική αποτυχία της τοπικής κρυμμένων μεταβλητών θεωρίας περιγράφεται από σχέσεις ανισότητας, τις οποίες ο Bell κατάφερε να συλλάβει. Όλα αυτά τα αποτελέσματα συνοψίζονται στο θεώρημα του Bell , η οποία αναφέρει:

**Theorem 1** Δεν υπάρχει φυσική θεωρία τοπικών κρυφών μεταβλητών που να συμφωνεί με όλες τις προβλέψεις της κβαντικής μηχανικής.

Είναι εμφανές από την βιβλιογραφία ότι μια θεωρία τοπικών, κρυμμένων μεταβλητών δεν είναι σύμφωνη με τα πειραματικά αποτελέσματα, και ως εκ τούτου ένας καλός υποψήφιος για μια θεωρία της φύσης. Το έργο του Bell έδωσε μια απάντηση σχετικά με το αν η κβαντική μηχανική μπορεί να ερμηνευτεί ως μια τοπική θεωρία με την προσθήκη κρυφών μεταβλητών. Όπως έδειξε, οποιαδήποτε μελλοντική θεωρία που θα προσπαθήσει να ενσωματώσει όλες τις πειραματικές επαληθεύσεις της κβαντικής θεωρίας θα πρέπει να είναι μη τοπική. Τούτου λεχθέντος, ας στρέψουμε την προσοχή μας προς την πηγή όλων των κβαντικών προβλημάτων, το πρόβλημα της μέτρησης.

## 2.9 Το πρόβλημα της μέτρησης

Το επόμενο ζήτημα που πρέπει να εξετάσουμε είναι η διαδικασία μέτρησης. Ας πάρουμε, για παράδειγμα, τη μέτρηση της περιστροφής ηλεκτρονίων στην κατεύθυνση  $\xi$ . Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με μια συσκευή μέτρησης που ονομάζεται "ανιχνευτής x-spin", η οποία έχει ένα κουμπί που μπορεί να δείχνει προς τρεις διακριτές θέσεις: i) "έτοιμο", που σημαίνει ότι η συσκευή είναι έτοιμη να κάνει νέα μέτρηση, ii) "x-spin up", που σημαίνει ότι ο ανιχνευτής έχει μετρήσει ένα σωματίδιο με περιστροφή προς τα πάνω στην κατεύθυνση  $\xi$  και iii) "x-spin down" το οποίο δείχνει αντίστοιχα ότι ο ανιχνευτής έχει μετρήσει ένα σωματίδιο με ένα spin, x-direction. Όταν η συσκευή μετρά την περιστροφή ενός σωματιδίου, θα υποδεικνύει "x-spin up" ή "x-spin down" ανάλογα με την κατάσταση του σωματιδίου. Μετά τη μέτρηση, το σύστημα μηχανής σωματιδίων θα εξελιχθεί ως εξής:

$$|ready\rangle_m |x-spin\ up\rangle_e \rightarrow |x-spin\ up\rangle_m |x-spin\ up\rangle_e \quad (15)$$

Ομοίως,

$$|ready\rangle_m |x-spin\ down\rangle_e \rightarrow |x-spin\ down\rangle_m |x-spin\ down\rangle_e \quad (16)$$

Τα μαθηματικά συμβολίζουν ότι η συσκευή ( $m$ ) είναι αρχικά σε κατάσταση ετοιμότητας και ότι η κατάσταση του σωματιδίου, που υποδεικνύεται από τον δείκτη ( $\epsilon$ ), είναι περιστρέφεται προς την κατεύθυνση  $\xi$ . Το σωματίδιο εισέρχεται στη συνέχεια στη συσκευή και η συσκευή μέτρησης δείχνει προς τη θέση "x-spin down / up". Αυτή η διαδικασία βοηθά να διαπιστώσουμε ότι η συσκευή λειτουργεί στην πραγματικότητα όπως προβλέπεται. Για τους σκοπούς του πραγματικού πειράματος, ο ανιχνευτής στη συνέχεια τροφοδοτείται με ένα ηλεκτρόνιο το οποίο είναι γνωστό ότι βρίσκεται σε κατάσταση περιστροφής κατά την κατεύθυνση  $\zeta$ . Όπως επιβεβαιώνεται από την κβαντομηχανική, είναι πράγματι δυνατό να περιγράψει μια z-spin up κατάσταση ως υπέρθεση του  $\xi$ -spin προς τα κάτω και x-spin up:

$$|z - spin \ up \rangle_e = \frac{1}{\sqrt{2}}|x - spin \ up \rangle_e + \frac{1}{\sqrt{2}}|x - spin \ down \rangle_e \quad (17)$$

Αν τότε παρέχουμε το ηλεκτρόνιο στο μηχανήμα, θα έχουμε:

$$\begin{aligned} |ready \rangle_m |z - spin \ up \rangle_e &= |ready \rangle_m \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}}|x - spin \ up \rangle_e + \right. \\ &\left. \frac{1}{\sqrt{2}}|x - spin \ down \rangle_e \right\} = \frac{1}{\sqrt{2}}|ready \rangle_m |x - spin \ up \rangle_e + \\ &\frac{1}{\sqrt{2}}|ready \rangle_m |x - spin \ down \rangle_e \end{aligned}$$

Λαμβάνοντας υπόψη τα όσα ειπώθηκαν σχετικά με μια μηχανή που λειτουργεί σωστά, η κατάσταση πρέπει να εξελιχθεί σε:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}}|ready \rangle_m |x - spin \ up \rangle_e + \frac{1}{\sqrt{2}}|ready \rangle_m |x - spin \ down \rangle_e \rightarrow \\ \frac{1}{\sqrt{2}}|\"x - spin \ up\" \rangle_m |x - spin \ up \rangle_e + \\ \frac{1}{\sqrt{2}}|\"x - spin \ down\" \rangle_m |x - spin \ down \rangle_e \end{aligned}$$

Ως εκ τούτου, η τελική κατάσταση του ηλεκτρονίου σε συνδυασμό με τη συσκευή μέτρησης πρέπει να είναι:

$$\begin{aligned} \Psi_{m,e} &= \frac{1}{\sqrt{2}}|\"x - spin \ up\" \rangle_m |x - spin \ up \rangle_e + \\ &\frac{1}{\sqrt{2}}|\"x - spin \ down\" \rangle_m |x - spin \ down \rangle_e \end{aligned}$$

Αυτή η κατάσταση περιγράφει την πειραματική διάταξη να είναι σε υπέρθεση με το ηλεκτρόνιο δείχνοντας ταυτόχρονα σε δύο θέσεις. Ωστόσο, δεν φαίνεται να είναι σύμφωνο με αυτό που θα περίμενε κανείς. Στην πραγματικότητα, όσα παρατηρούνται στην πραγματικότητα είναι καταστάσεις που είναι είτε  $|x - spin \ up \rangle_m |x - spin \ up \rangle_e$  με πιθανότητα 50% ή  $|x - spin \ down \rangle_m |x - spin \ down \rangle_e$  με την ίδια πιθανότητα. Αυτή η αντίφαση ανάμεσα σε αυτό που προβλέπεται και αυτό που

παρατηρούμε στην πραγματικότητα συχνά αποκαλείται *πρόβλημα της μέτρησης* ?. Ο δείκτης είναι ανίκανος να βρισκείται σε υπέρθεση μεταξύ δύο θέσεων, εκτός εάν η κβαντική μηχανική προβλέπει το παράλογο. Ως εκ τούτου, το πρόβλημα είναι το εξής: γιατί τα μακροσκοπικά αντικείμενα όπως η συσκευή μέτρησης δεν είναι σε υπέρθεση καταστάσεων όπως προβλέπει η κβαντομηχανική. Αν θέλουμε να κατανοήσουμε τη θεωρία (δηλαδή να είμαστε ρεαλιστές), πρέπει να αντιμετωπίσουμε αυτό το πρόβλημα. Υπό το φως του φορμαλισμού, το θέμα αυτό μπορεί να περιγραφεί ως εξής:

$$\Psi_{m,e} = \frac{1}{\sqrt{2}} |"x-spin up">_m |x-spinup>_e + \frac{1}{\sqrt{2}} |"x-spin down">_m |x-spin down>_e \quad (18)$$

Ωστόσο, στην πραγματικότητα, παρατηρούμε είτε:

$$|"x-spin up">_m |x-spin up>_e \quad (19)$$

με πιθανότητα 50%, ή:

$$|"x-spin down">_m |x-spin down>_e \quad (20)$$

με την ίδια πιθανότητα.

Η πρώτη προσπάθεια για την επίλυση αυτού του προβλήματος έγινε από τον Θορν ον Νευμαν ?, ο οποίος πρόσθεσε ένα επιπλέον αξίωμα το οποίο εισάγει μια αδηγό αναγωγή της κυματοσυνάρτησης σε μία από τις δύο επιλογές της υπέρθεσης. Αυτή η προσπάθεια δείχνει ότι η συνηθισμένη ενιαία εξέλιξη της κβαντομηχανικής δεν είναι ικανή να περιγράψει τη διαδικασία μέτρησης όπου λαμβάνει χώρα ένας πιο αναγωγικός μηχανισμός. Η αλληλεπίδραση μεταξύ ενός κβαντικού συστήματος και μιας εξωτερικής οντότητας, όπως μια συσκευή μέτρησης, είναι μη γραμμική και στοχαστική, και ως εκ τούτου διαφορετική από τη ντετερμινιστική και γραμμική εξέλιξη που δίνεται από την εξίσωση του Σςηρ ÷ δινγερ. Η νέα αυτή αλληλεπίδραση συχνά ονομάζεται *κατάρρευση* της κυματοσυνάρτησης.

Σύμφωνα με τον ον Νευμαν, υπάρχουν δύο διεργασίες στη φύση, μία που είναι αιτιοκρατική και εξελίσσεται σύμφωνα με την εξίσωση του Σςηρ ÷ δινγερ, και μία που είναι στιγμιαία, μη γραμμική, μη-ντετερμινιστική και συμβαίνει κατά την διαδικασία της μέτρησης. Εκτός από αυτή την κατηγοριοποίηση των διαδικασιών, πρέπει να παρέχουμε ένα κριτήριο που θα μας βοηθήσει να προσδιορίσουμε ποιες διαδικασίες μπορούν να ληφθούν ως μετρήσεις και ποιες δεν μπορούν. Πρέπει επίσης να υπολογίσουμε το σημείο στο οποίο καταρρέει η κυματοσυνάρτηση ενός σωματιδίου. Είναι όταν το ηλεκτρόνιο εισέρχεται στη συσκευή ή όταν ο πειραματιστής παρατηρεί το δείκτη. Αυτό συνήθως αναφέρεται ως το *κβαντικό πρόβλημα της ώρας άφιξης* ?.

Σε απάντηση στα παραπάνω ερωτήματα, θα πρέπει να σημειωθεί ότι, μετά τη δημοσίευση το 1932 του έργου ον Νευμαν, η επιστημονική κοινότητα ήταν χωρισμένη σε δύο αντίθετες πλευρές: υπήρχαν εκείνοι που πίστευαν ότι η κατάρρευση της κυματοσυνάρτησης είναι αποτέλεσμα συνειδητής παρατήρησης και εκείνοι που πίστευαν ότι η κατάρρευση είναι το αποτέλεσμα μόνο υλικών αλληλεπιδράσεων. Ο ÷ν Νευμαν ? έκανε μια διάκριση μεταξύ της μη γραμμικής κατάρρευσης της

συνάρτησης κύματος ως διεργασιών τύπου 1 και των προσδιοριστικών διαδικασιών ως διεργασιών τύπου 2.

Τούτου λεχθέντος, ο όν Νευμανν δεν περιγράφει πώς το υλικό επηρεάζεται κατά τη στιγμή της κατάρρευσης της κυματοσυνάρτησης του. Για να το θέσουμε λίγο διαφορετικά, δεν γνωρίζουμε πώς πρέπει να εξελιχθεί ένα σύστημα που αποτελείται από το χβαντικό αντικείμενο ( $\epsilon$ ), τη συσκευή μέτρησης ( $\mu$ ) και τον παρατηρητή ( $\sigma$ ). Σίγουρα γνωρίζουμε ότι οι αλληλεπιδράσεις που αφορούν τη συνείδηση του παρατηρητή, δεν θα πρέπει να διέπονται από την εξίσωση του Schrödinger. Δεδομένου αυτού του περιορισμού, το αξίωμα της «κατάρρευσης» αποτυγχάνει να δώσει μια αναλυτική διαδικασία μέτρησης. *Hadhocei*σαγωγή ενός αξιώματος της «κατάρρευσης» κρύβει την άγνοια μας για τη στιγμή της μέτρησης. Όπως αποδεικνύεται, δεν γνωρίζουμε πολλά για το τι μπορεί να κάνει η φυσική για να περιγράψει την κατάσταση της μέτρησης.

Ο Bell ?, από την άλλη πλευρά, εκφράζει την άποψη ότι η «κατάρρευση» της συνάρτησης κύματος είναι το αποτέλεσμα των υλικών αλληλεπιδράσεων. Επιπλέον ισχυρίζεται ότι δεν μπορούμε να προσδιορίσουμε ακριβώς πότε ή που συμβαίνει η διαδικασία μέτρησης, λόγω της μη διαχωρισιμότητας του χβαντικού αντικειμένου και της συσκευής μέτρησης κατά τη στιγμή της μέτρησης. Για να χειροτερεύσει τα πράγματα, ο Bell τονίζει ότι η έννοια της λέξης μέτρησης είναι ασαφής. Όταν μετράμε κάτι αναφορικά με κάποια προϋπάρχουσα ιδιότητα ενός αντικειμένου, αναγκάζουμε πραγματικά το αντικείμενο να πάρει καθορισμένες τιμές, ακόμα κι αν η χβαντική μηχανική μας λέει το αντίθετο. Τέλος, καταλήγει στο συμπέρασμα ότι ο φορμαλισμός που περιγράφει τη διαδικασία μέτρησης πρέπει να είναι ανεξάρτητος από το αν ο επιστήμονας παρατηρεί πράγματι τον δείκτη.

Όπως και ονομ Neumann, ο Eugene Wigner? ορίζει μέτρηση την αλληλεπίδραση μεταξύ ενός φυσικού συστήματος και μιας μη αναγωγίσιμης συνείδησης. Προτείνει ότι η συνείδηση έχει άμεση επίδραση στα φυσικά φαινόμενα και ότι κάποιος προορίζεται να αποτύχει αν προσπαθήσει να απομονώσει τη συνείδηση για το σκοπό να την μελετήσει. Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο η γνώση σχετικά με τη συνείδηση ενός άλλου όντος μπορεί να αποκτηθεί μόνο έμμεσα, μέσω της επίδρασής του στον φυσικό κόσμο. Η διάκριση του Wigner μεταξύ συστημάτων που περιλαμβάνουν συνειδητό παρατηρητή και συστήματα δεν έχουν, μας βοηθά να αποφασίσουμε αν θα ακολουθήσουμε την μη γραμμική κατάρρευση της κυματοσυνάρτησης ή θα ακολουθήσουμε μια προκαθορισμένη διαδικασία λήψης.

Τούτου λεχθέντος, το πρόβλημα της μέτρησης μπορεί να τεθεί εν συντομία ως εξής: Σύμφωνα με τους βασικούς νόμους της χβαντικής μηχανικής, η αλληλεπίδραση μεταξύ των δύο χβαντικών συστημάτων θα είναι μια υπέρθεση καταστάσεων του κάθε συστήματος, με το συνολικό σύστημα να εξελίσσεται στο χρόνο μέσα από μία ντετερμινιστική διαφορική εξίσωση. Εάν μια συσκευή μέτρησης, που αποτελείται από πολλά χβαντικά σωματίδια, αλληλεπιδρά με το χβαντικό αντικείμενο, τότε η κατάσταση της συνολικής κατάστασης (συμπεριλαμβανομένης της συσκευής) θα πρέπει να βρίσκεται σε υπέρθεση. Ωστόσο, δεν παρατηρούμε ποτέ υπέρθεσις αλλά καθορισμένα, απόλυτα αποτελέσματα. Αυτή η αντίφαση μεταξύ φορμαλισμού και πραγματικότητας ονομάζεται πρόβλημα μέτρησης. Το πρόβλημα αυτό έγινε αντικείμενο πολλών επικρίσεων, οι οποίες με τη σειρά τους οδήγησαν σε εναλλακτικούς ερευνητικούς δρόμους και ερμηνείες.

### 3 θεωρίες κρυμμένων μεταβλητών

Σε μια διάλεξη που πραγματοποιήθηκε στην Οξφόρδη το 1926, ο Βορν ? επεσήμανε ότι αν κάποιος δεν είναι ικανοποιημένος με την πιθανολογική προσέγγιση μιας φυσικής θεωρίας, μπορεί να υποθέσει πρόσθετες παραμέτρους που περιγράφουν ένα φυσικό γεγονός με αιτιωκρατικό τρόπο. Ο Βορν είχε υπόψη του ένα αέριο ως συλλογή μορίων, για το οποίο δεν μπορούμε να γνωρίζουμε την ακριβή θέση και την ορμή κάθε μορίου. Σε αυτή την περίπτωση, είμαστε υποχρεωμένοι να χρησιμοποιήσουμε μια πιθανοκρατική μέθοδο για να προβλέψουμε τις στατιστικές τιμές των φυσικών ποσοτήτων που χαρακτηρίζουν το αέριο. Το μάθημα από τη χρήση στατιστικών μεθόδων είναι ότι μπορεί κανείς να χρησιμοποιήσει τις παραμέτρους ώστε να εκφράσει την τάση του συνόλου. Μπορούμε λοιπόν να ποσοτικοποιηθεί η άγνοιά μας για ένα συγκεκριμένο γεγονός από τη θέσπιση ειδικών μεταβλητών που ονομάζονται *κρυμμένες μεταβλητές*. Αυτές οι μεταβλητές μας επιτρέπουν να περιγράψουμε φαινόμενα με ακρίβεια και χωρίς τη χρήση πιθανοτήτων, μια κίνηση που μετατρέπει τη φυσική θεωρία σε ντετερμινιστική. Παρόλα αυτά όμως ακόμα και στην περίπτωση που υπάρχουν τέτοιες μεταβλητές δεν σημαίνει ότι τα υπολογιστικά μας συστήματα είναι σε θέση να υπολογίσουν τις εξισώσεις των  $10^{23}$  μεταβλητών, οι οποίες θα αντιστοιχούσαν στον αριθμό των μορίων του αερίου. Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο δεν είμαστε πάντα σε θέση να χρησιμοποιήσουμε θεωρίες βασισμένες σε κρυφές μεταβλητές για να κάνουμε προβλέψεις.

Το 1932 ο Von Neumann? κατασκευάζει μια απόδειξη-επιχείρημα για την ανικανότητα των θεωριών με κρυμμένες μεταβλητές να περιγράψουν την πραγματικότητα. Σύμφωνα με αυτή την απόδειξη, θεωρίες που βασίζονται εξ ολοκλήρου στις πιθανότητες όπως η κβαντική μηχανική, δεν μπορούν να αντικατασταθούν από θεωρίες που διατυπώνονται μέσω κρυμμένων μεταβλητών. Οι περισσότεροι φυσικοί και φιλόσοφοι, εκείνη την εποχή δέχθηκαν το επιχείρημα του ον Νευμανν. Ωστόσο, ο Θονν Bell? έκρινε τις παραδοχές του ον Νευμανν ως μη φυσικές, αργότερα δηλώνοντας ότι 'η απόδειξη του ον Νευμανν δεν είναι απλώς ψευδής αλλά ανόητη' (Συνέντευξη στο Omni, Μάιος 1988, σελ. 88). Παρόλο που η επιστημονική κοινότητα θεωρεί ότι το επιχείρημα του ον Νευμανν είναι λανθασμένο, υπάρχουν και άλλα μαθηματικά θεωρήματα που επιβάλλουν σοβαρούς περιορισμούς στο είδος των κρυμμένων μεταβλητών που μπορεί να έχει μια θεωρία, όπως του Gleason?, του Bell? και των Kochen και Specker?. Αυτά τα θεωρήματα απαιτούν από μια θεωρία κρυμμένων μεταβλητών να είναι «μη τοπική» και «πλαισιακή», ένα μοντέλο που όχι μόνο ικανοποιεί όλες τις απαιτήσεις που επιβάλλονται από αυτά τα θεωρήματα αλλά και συμφωνεί με τις προβλέψεις της κβαντικής μηχανικής, δημιουργήθηκε το 1952 από τον Bohm?.

Όπως ο Born, ο Bohm? πίστευε ότι η τυχαιότητα προκαλείται από την άγνοια της κάθε αλληλεπίδρασης που λαμβάνει χώρα σε μεγάλες συναθροίσεις σωματιδίων. Αυτός είναι ο λόγος που η τυχαιότητα μπορεί να μελετηθεί μέσω της χρήσης κρυφών μεταβλητών. Επιπλέον, η μέτρηση δεν μπορεί να είναι, όπως υποστηρίζει ο Bohr, απρόβλεπτη, ανεξέλεγκτη και να μην υπόκειται σε μια ορθολογική ανάλυση. Όπως πίστευε ο Bohm, μια φυσική θεωρία που περιγράφει τα κβαντικά φαινόμενα αναμένεται να υπολογίζει τη συμπεριφορά της ύλης σε κβαντικό επίπεδο, ενώ παράλληλα μπορεί να παρέχει λεπτομερή περιγραφή όλων των διαδικασιών. Μια

θεωρία που μπορεί να φιλοξενήσει αυτού του είδους τις γνώσεις θα πρέπει να λαμβάνει υπόψη επιπλέον παραμέτρους καθώς και τις εξισώσεις που τις φέρνουν μαζί.

Για να γίνει πιο εμφανές τί λέει οBohm ? αναφέρουμε το παράδειγμα του για το τροχαίο ατύχημα. Είναι γενικά αποδεκτό ότι, για να συμβεί ένα ατύχημα, πολλοί παράγοντες πρέπει να συνδυάζονται με έναν πολύ ακριβή τρόπο. Είναι δίκαιο να πούμε ότι μια μικρή διαταραχή που επηρεάζει οποιαδήποτε από τις αρχικές συνθήκες, μπορεί να οδηγήσει στην αποφυγή του ατυχήματος. Φυσικά λοιπόν, μπορούμε να πούμε ότι τα τυχαία γεγονότα εξαρτώνται από πολύ συγκεκριμένες συνθήκες. Τούτου λεχθέντος, πρέπει επίσης να σημειώσουμε ότι ένας αυξανόμενος αριθμός ατυχημάτων αρχίζει να αποκαλύπτει ορισμένα πρότυπα, όπως οι επιπτώσεις του κακού καιρού ή της κατανάλωσης αλκοόλ. Αυτά τα πρότυπα καλούνται *στατιστικές κανονικότητες*. Είναι ενδιαφέρον να σημειωθεί ότι αυτές οι κανονικότητες δεν είναι σταθερές, αλλά μπορούν να τροποποιηθούν επηρεάζοντας παράγοντες που οδηγούν σε ατυχήματα, όπως το είδος της τιμωρίας που προκαλεί η απρόσεκτη οδήγηση, με αποτέλεσμα να μειώνεται ο αριθμός των ατυχημάτων που συμβαίνουν σε μια συγκεκριμένη περιοχή. Ωστόσο, στην περίπτωση του μεμονωμένου αυτοκινητιστή, δεν μπορούμε ποτέ να προβλέψουμε με βεβαιότητα εάν ένα ατύχημα θα συμβεί ή όχι. Δεδομένης της αδυναμίας μας να πούμε με βεβαιότητα εάν πρόκειται να συμβεί ένα πραγματικό ατύχημα, οι παράγοντες που καθορίζουν την πιθανότητα σύγκρουσης δύο οχημάτων είναι οι κρυμμένες μεταβλητές του σεναρίου.

Όταν παρατηρείται ένας μεγάλος αριθμός τυχαίων φαινομένων, θα αρχίσουν να εμφανίζονται στατιστικοί νόμοι που μπορεί να χρησιμοποιηθούν για την πρόβλεψη της συμπεριφοράς των φαινομένων. Έχοντας αναγνωρίσει αυτό, οBohmεφάρμοσε τη θεωρία των κρυμμένων μεταβλητών προκειμένου να αποκαλύψει την πραγματικότητα των χβαντικών φαινομένων, ενώ παράλληλα εξαλείφει την κατάρρευση της κυματοσυνάρτησης. ΗBohmianμηχανική είναι επομένως ένα παράδειγμα μιας θεωρίας που εξαρτάται από τις κρυμμένες μεταβλητές. Βλέποντας πώς η συνάρτηση κυμάτων είναι μια μερική περιγραφή ενός συστήματος, ηBohmianμηχανική μας λέει ότι για να είναι η περιγραφή πλήρης πρέπει να ληφθούν υπόψη οι θέσεις των σωματιδίων, που στην προκειμένη περίπτωση είναι οι κρυμμένες μεταβλητές της θεωρίας.

Μία από τις κύριες εξισώσεις της μηχανικήςBohmianeίναι η *κατευθυντήρια εξίσωση*. Αυτή η εξίσωση ρυθμίζει την εξέλιξη των θέσεων των σωματιδίων ενός υπό εξέταση συστήματος, καθώς και τις θέσεις της συσκευής ή οποιουδήποτε άλλου αντικειμένου που λαμβάνει χώρα κατά τη διαδικασία μέτρησης. Αυτή η εξίσωση συνδέει τις ταχύτητες (δηλαδή την πρώτη παράγωγο της θέσης του σωματιδίου) και τη κυματοσυναρτηση. Σε αυτή την ερμηνεία, οι θέσεις των σωματιδίων είναι πρωτογενής έννοιες, ενώ η κυματική φύση της ύλης είναι η παράγωγη ιδιότητα και είναι αναδυόμενη ( emergent) δηλαδή φαινόμενο πολλών βαθμών ελευθερίας ?. Η καθοδηγητική εξίσωση υποδηλώνει ότι η εξέλιξη της θέσης ενός σωματιδίου επηρεάζεται από τη κυματοσυνάρτηση. Αυτός ο δεσμός μεταξύ κύματος και σωματιδίου δεν έχει τοπικό χαρακτήρα. Για να δείτε πώς κατευθυντήρια εξίσωση εφαρμόζεται, θεωρούμε το παράδειγμα ενός συστήματος σωματιδίου της μάζας  $m$ :



$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{\hbar}{m} \operatorname{Im} \frac{\psi^* \nabla \psi}{\psi^* \psi} \quad (21)$$

Όπου το  $Q$  είναι θέσεις των σωματιδίων και  $\psi$  είναι η συνάρτηση κύματος. Η άλλη εξίσωση της θεωρίας του Βοημ είναι η συνήθης Σσηρ öδινγερ, η οποία παίρνει την ακόλουθη μορφή:

$$i\hbar \frac{d\psi}{dt} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + V(x)\psi \quad (22)$$

$\psi$  είναι ένα μιγαδική κυματοσυνάρτηση σε ένα 3-διάστατο Ευκλείδειο χώρο, που μπορεί να γραφτεί ως  $\psi(x, t) = \psi_r(x, t) + i\psi_i(x, t)$ . Μπορούμε να εκφράσουμε την κυματοσυνάρτηση μέσω συναρτήσεων  $P$  και  $S$ , με τον ακόλουθο τρόπο:

$$\psi = R e^{iS/\hbar} \quad (23)$$

$$R^2(x, t) = \psi_r^2(x, t) + \psi_i^2(x, t) \quad (24)$$

$$S(x, t) = \hbar \arctan \frac{\psi_i(x, t)}{\psi_r(x, t)} \quad (25)$$

Η κβαντική δράση  $S$  δεν είναι καλά καθορισμένη στις περιοχές όπου  $\psi_r(x, t) = \psi_i(x, t) = 0$ , αλλά εξαιτίας του γεγονότος ότι  $R(x, t) = 0$ , δεν υπάρχουν σωματίδια για να φτάσουν σε αυτές τις περιοχές. Με την εισαγωγή αυτής της μορφής της συνάρτησης κύματος στην εξίσωση Σσηρ öδινγερ και διαχωρίζοντας τον πραγματικό από το φανταστικό μέρος, παίρνουμε δύο εξισώσεις:

$$\frac{dR}{dt} = -\frac{1}{2m} (R \nabla^2 S + 2 \nabla R \cdot \nabla S) \quad (26)$$

$$\frac{dS}{dt} = -\left( \frac{(\nabla S)^2}{2m} + V(x) - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\nabla^2 R}{R} \right) \quad (27)$$

Με το να θέσουμε  $P = R^2$  παίρνουμε:

$$\frac{dP}{dt} + \nabla \left( P \frac{\nabla S}{m} \right) = 0 \quad (28)$$

$$\frac{dS}{dt} + \frac{(\nabla S)^2}{2m} + V(x) - \frac{\hbar^2}{4m} \left\{ \frac{\nabla^2 P}{P} - \frac{1}{2} \frac{(\nabla P)^2}{P^2} \right\} = 0 \quad (29)$$

Για  $\hbar = 0$ , εξίσωση 29 γίνεται η κλασική εξίσωση Hamilton-Jacobi. Μπορούμε να προσδιορίσουμε την ταχύτητα ενός σωματιδίου που διέρχεται από μια δεδομένη επιφάνεια  $S = \text{const}$  με  $\nabla S(x)/m$ , οπότε η εξίσωση 28 γίνεται:

$$v(t) = \frac{\nabla S(x, t)}{m} \quad (30)$$

$$\frac{dP}{dt} + \nabla(Pv) = 0 \quad (31)$$

Η οι ερμηνείες των συμβόλων είναι οι εξής:  $Pv$  συμβολίζουν το ρεύμα του σωματιδίου και  $P(x)$  την πυκνότητα. Η εξίσωση 31 είναι η εξίσωση συνέχειας.

Για  $\hbar > 0$ , Bohm επέκτεινε την ερμηνεία του ώστε να περιλαμβάνει, εκτός από το κλασικό δυναμικό, το χβαντικό δυναμικό  $\Upsilon$  το οποίο ενεργεί επίσης επί του σωματιδίου και δίνεται από την εξίσωση 29:

$$U(x) = -\frac{\hbar^2}{4m} \left( \frac{\nabla^2 P}{P} - \frac{1}{2} \frac{(\nabla P)^2}{P^2} \right) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\nabla^2 R}{R} \quad (32)$$

Σε αυτή την ερμηνεία, η η θέση και η ορμή του σωματιδίου έχουν πάντοτε καθορισμένες τιμές, αλλά ταυτόχρονα οι τιμές αυτές κυμαίνονται και αλλάζουν κάτω από τη δράση του χβαντικού δυναμικού  $U(x)$ . Είναι γενικά αποδεκτό ότι για ένα δεδομένο δυναμικό υπάρχει πάντα μια δύναμη που ενεργεί πάνω στο σωματίδιο. Αυτή η δύναμη προέρχεται όχι μόνο από το κλασικό δυναμικό, αλλά και από το χβαντικό δυναμικό  $U(x)$ .

Από την παραπάνω διατύπωση της θεωρίας του Bohm, γίνεται φανερό το γεγονός ότι το σωματίδιο συνοδεύεται από ένα χβαντικό πεδίο  $\psi$ . Η συνάρτηση κύματος  $\psi$  είναι ένα πραγματικό πεδίο που καθοδηγεί το σωματίδιο με παρόμοιο τρόπο που το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο δρα επί του ηλεκτρικού φορτίου. Ενόψει αυτού του γεγονότος, μπορούμε να πούμε ότι το σωματίδιο και το πεδίο είναι αιτιωδώς συνδεδεμένα. Θα πρέπει να τονιστεί ότι σε αντίθεση με οποιοδήποτε άλλο υλικό πεδίο, το χβαντικό πεδίο δεν έχει πηγές, ούτε έχει άλλον τρόπο να επηρεαστεί άμεσα από τις θέσεις των σωματιδίων. Επομένως η κυματοσυνάρτηση προκαλεί αλλαγές στις θέσεις των σωματιδίων και όχι το αντίστροφο. Αυτό το είδος μονόπλευρης αιτιώδους συνάφειας είναι μια σημαντική διαφορά μεταξύ του χβαντικού πεδίου και των πεδίων που έχουν χρησιμοποιηθεί στις φυσικές θεωρίες.

Για να κατανοήσουμε καλύτερα την ερμηνεία του Bohm, ας δούμε ένα άλλο παράδειγμα από τους Berndl, Daumer, Dür, Goldstein και Zangh. Θα διερευνήσουμε τη κυματοσυνάρτηση των  $N$  σωματιδίων. Στη Bohmian μηχανική, η κατάσταση ενός συστήματος που αποτελείται από  $N$  σωματίδια, μπορεί να οριστεί από τη κυματοσυνάρτηση  $\psi = \psi(q_1, \dots, q_N) = \psi(q)$ . Πέρα από τη συνάρτηση των κυμάτων, πρέπει να καθορίσουμε τις κρυφές μεταβλητές της θεωρίας,  $X$ , η οποία είναι θέσεις των σωματιδίων μέχρι την παρούσα στιγμή. Έτσι, ένα σύστημα μπορεί να περιγραφεί από το ζεύγος:

$$(Q, \psi) \quad (33)$$

Όπου  $Q = (Q_1, Q_2, \dots, Q_N) \in \mathbf{R}^{3N}$  και  $\psi = \psi(q) = \psi(q_1, q_2, \dots, q_N)$  είναι η συνάρτηση κύματος. Όπως είπαμε πιο πριν υπάρχουν δύο εξισώσεις που καθορίζουν την εξέλιξη ενός συστήματος. Η πρώτη είναι η εξίσωση της κίνησης για τη κυματοσυνάρτηση:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = H\psi \quad (34)$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\sum_{k=1}^N \frac{\hbar^2}{2m_k} \Delta_k \psi + V\psi \quad (35)$$

η δεύτερη είναι η εξίσωση για την εξέλιξη των θέσεων των σωματιδίων, η οποία ορίζεται μέσω των ταχυτήτων των σωματιδίων:

$$\frac{dQ}{dt} = v^\psi(Q) \quad (36)$$

όπου  $v^k = (v_1 \dots v_N)$  είναι οι ταχύτητες των σωματιδίων. Ο ρόλος της κυματο-συνάρτησης είναι να καθοδηγεί τα σωματίδια μέσω του χωροχρόνου. Για το λόγο αυτό, καθορίζουμε την ταχύτητα να εξαρτάται από το συνάρτηση  $\psi$ . Επιπλέον, πρέπει να απαιτήσουμε αναλλοiotητα της εξίσωσης κάτω από Γαλιλεαν και αντιστροφής χρόνου μετασχηματισμούς. Η απλούστερη επιλογή για τον ορισμό της ταχύτητας που να ικανοποιεί τις προαναφερθείσες απαιτήσεις είναι:

$$v^\psi = \frac{\hbar}{m} \operatorname{Im} \frac{\psi^* \nabla \psi}{\psi^* \psi} \quad (37)$$

και για ένα σύστημα με  $N$ -σωματίδια:

$$v_k^\psi = \frac{\hbar}{m_k} \operatorname{Im} \frac{\psi^* \nabla_k \psi}{\psi^* \psi} \quad (38)$$

$$\frac{dQ_k}{dt} = \frac{\hbar}{m_k} \operatorname{Im} \frac{\psi^* \partial_k \psi}{\psi^* \psi} (Q_1, \dots, Q_N) \quad (39)$$

Εδώ,  $m_k$  είναι η μάζα του  $k$ -ου σωματιδίου. Η συνάρτηση της  $\partial_k = (\partial/\partial x_k, \partial/\partial y_k, \partial/\partial z_k)$  είναι η κλίση σε σχέση με τις συντεταγμένες  $q_k = (x_k, y_k, z_k)$  του  $k$ -ου σωματιδίου. Στην περίπτωση που το  $\psi$  είναι ένα spinor<sup>2</sup>, τα γινόμενα που περιλαμβάνουν το  $\psi$  είναι βαθμωτά γινόμενα. Επιπλέον, στην περίπτωση που εξωτερικά πεδία δρουν επί των σωματιδίων, η κλίση θα πρέπει να είναι η συναλλοίωτη παράγωγος του δυναμικού δυναμικού του εξωτερικού πεδίου. Οι κόμβοι του  $\psi$  θα μπορούσαν να προκαλέσουν προβλήματα σχετικά με την ύπαρξη και τη μοναδικότητα της δυναμικής. Αυτά τα θέματα συζητούνται στο ?, ?.

Είναι σημαντικό να αναφέρουμε στο σημείο αυτό ότι Bohmianμηχανική έχει τις ίδιες προβλέψεις, όπως η ερμηνεία της Κοπεγχάγης της κβαντομηχανικής. Μερικές από αυτές είναι οι φασματικές γραμμές και τα πειράματα κβαντικής παρεμβολής στη θεωρία σκέδασης και την υπεραγωγιμότητα. Ο πειραματικός μηχανισμός των πιθανοτήτων της Κοπεγχάγης που δίνεται από το τετράγωνο της απόλυτης τιμής της κυματικής συνάρτησης, στη Bohmianμηχανική προκύπτει ως συνέπεια των δύο εξισώσεων της κίνησης, δηλαδή της εξίσωσης Schrödinger και της εξίσωσης καθοδήγησης. Η κύρια διαφορά σε σχέση με την ερμηνεία της Κοπεγχάγης είναι ότι η διαδικασία μέτρησης δεν αναβαθμίζεται σε κάποιο είδος ειδικής αλληλεπίδρασης.

Προκειμένου να ληφθούν τα πιθανολογικά αποτελέσματα της ερμηνείας της Κοπεγχάγης, αρκεί να υποθέσουμε είναι ότι η πυκνότητα πιθανότητας<sup>3</sup> του συστήματος μας σε κάποια αρχική χρονική στιγμή δίνεται από το τετράγωνο της απόλυτης τιμής της συνάρτησης κύματος  $|\psi|^2 = \psi^* \psi$ . Σε αυτή την υπόθεση, οι θέσεις  $X$  γίνονται τυχαία, πράγμα που σημαίνει ότι οι αρχικές θέσεις των σωματιδίων κατανέμονται τυχαία στο διάστημα. Το γεγονός αυτό καθιστά την Bohmianμηχανική να αναπαράγει όλα τα πιθανοκρατικά αποτελέσματα της ερμηνείας της Κοπεγχάγης χωρίς να προϋποθέτουν οποιαδήποτε εγγενή τυχαία φύση. Εάν το σύστημα δεν αλληλεπιδρά με το περιβάλλον του, τότε η διαμόρφωση  $X$  θα παραμείνει τυχαία σε μεταγενέστερο χρόνο. Είναι στην καρδιά της μηχανικής Bohmian η

<sup>2</sup>Spinor είναι ένα σωματίδιο  $\frac{1}{2}$ -spin

<sup>3</sup>Η πυκνότητα πιθανότητας ορίζεται με την εξίσωση Schrödinger

ιδέα ότι η κβαντική τυχαιότητα προκύπτει από την άγνοια μας για τη διαμόρφωση  $X$  και όχι από την εγγενή τυχαιότητα της διαμόρφωσης.

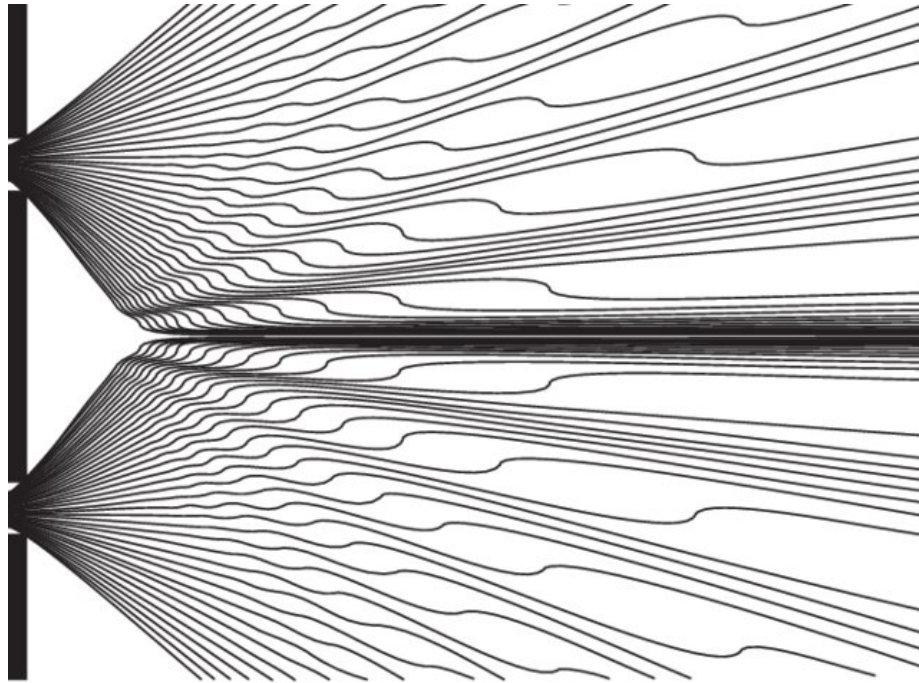
Για να μιλήσουμε για ένα πείραμα στη Bohmianμηχανική, πρέπει να λάβουμε υπόψη το συνδυασμένο σύστημα, το οποίο αποτελείται από το σύστημα υπό παρακολούθηση, καθώς και τα όργανα και άλλες συσκευές που παίζουν σημαντικό ρόλο στη διαδικασία. Με την ενσωμάτωση της συσκευής μέτρησης στην ανάλυση μας, μαζί με την αρχική τυχαία διαμόρφωση του σύνθετου συστήματος, λαμβάνουμε το μοντέλο των κρυμμένων μεταβλητών ενός πειράματος. Καθορίζοντας την κατευθυντήρια εξίσωση του σύνθετου συστήματος, λαμβάνουμε την τελική διαμόρφωση του συστήματος, συμπεριλαμβανομένου του τελικού προσανατολισμού των οργάνων. Έτσι, το ντετερμινιστικό μοντέλο κρυμμένων μεταβλητών παρουσιάζει τις ίδιες προβλέψεις με την ερμηνεία της Κοπεγχάγης.

Το 2009, Dürr, Goldstein, Zanghì ? έδειξαν ότι, η ταχύτητα στη θεωρία του Bohm μπορεί να μετρηθεί μέσω μιας μεθόδου που ονομάζεται *αδύναμη μέτρηση* (weak measurement). Σε μια τέτοια μέτρηση, η συνάρτηση κύματος δεν επηρεάζεται σημαντικά. Αυτή η μέθοδος έχει αναπτυχθεί από τους Aharonov, Albert , και Vaidman ?. Για τον πειραματικό έλεγχο της Bohmianμηχανικής, οι Kocsis et al. ? χρησιμοποίησε αδύναμες μετρήσεις για να μετρήσει τις τροχιές των σωματιδίων στο πείραμα διπλής σχισμής. Αυτό το πείραμα επιβεβαίωσε τις θεωρητικά υπολογισμένες τροχιές του μοντέλου De Broglie-Bohm, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

στο σχήμα 4, βλέπουμε μια οικογένεια Bohmian τροχιών για το πείραμα της διπλής σχισμής. Κάθε τροχιά περνάει μόνο από μία σχισμή, αλλά η κυματοσυνάρτηση περνάει και από τις δύο σχισμές. Σε αυτή την περίπτωση, προσπαθούμε να προσδιορίσουμε την σχισμή από την οποία περνά το σωματίδιο, τότε σύμφωνα με τον Bohm, πρέπει να συμπεριλάβουμε την αλληλεπίδραση με το σύστημα που καθιστά τον προσδιορισμό της σχισμής (δηλαδή την συσκευής μέτρησης). Το 2016, οι Mahler et ?, μέσω αδύναμων μετρήσεων, εξέτασαν και επιβεβαίωσαν τις τροχιές Bohmian των εναγκαλισμένων φωτονίων. Τούτου λεχθέντος, ας επαναδιατυπώσουμε την θεωρία του Bohm, ώστε να ρίξουμε φως στα κβαντικά φαινόμενα από μια διαφορετική οπτική γωνία.

### 3.1 Epanadiatōpws h thc j ewrthac de Broglie-Bohm

Μέχρι τώρα, έχουμε παρουσιάσει τη θεωρία του Bohm ως θεωρία πρώτης τάξης, πράγμα που σημαίνει ότι οι θεμελιώδεις παρατηρήσιμες ποσότητες, όπως η ταχύτητα είναι το πρώτοι παράγωγοι της θέσης, σε αντίθεση με την επιτάχυνση, δύναμη, έργο και ενέργεια, που είναι δεύτεροι. Ο Bohm ?, ωστόσο, στην πρώτη του εργασία σχετικά με τις κρυφές μεταβλητές παρουσίασε την έκδοση της δεύτερης τάξης της θεωρίας του. Έγραψε τη συνάρτηση κύματος σε πολική μορφή, δηλαδή  $\psi = Re^{iS}/\rho$ , όπου  $\rho$ ,  $S$  είναι πραγματικές και  $P$  μη αρνητική. Μέσα από αυτή την υπόθεση, έφτασε σε ένα ζευγάρι συσχετισμένων εξισώσεων: η εξίσωση συνέχειας για το  $\rho = R^2$  και μια διαφορική εξίσωση Χαμιλτον-Θαζοβι για το  $S$  που διαφέρει από τη συνήθη κλασική εξίσωση Χαμιλτον-Θαζοβι με την εμφάνιση



Σχήμα 4: Ποσσιβλε Βοημιαν τραθεστοριεσ ιν τηε δουβλε-σλιτ εξπεριμεντ (φρομ «. Πηλιπιδις, «. Δεωδνεψ ανδ Β.Θ. Ηιλεψ, Ιλ Νυσο ζιμεντο 52, 15 (1979)» ?

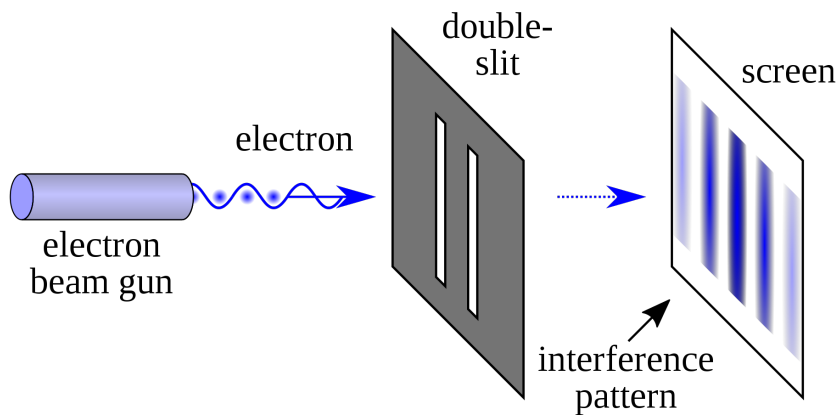


Figure 5: Interference pattern when we do not know from which slit the electron passes through (from Wikipedia)

ενός επιπλέον όρου που ονομάζεται κβαντικό δυναμικό χυαντυμ ποτεντιαλ.

$$U = - \sum_k \left( \frac{\hbar^2}{2m_k} \right) \left( \frac{\partial_k^2 R}{R} \right) \quad (40)$$

Οι τροχιές των σωματιδίων μπορεί να ορίζονται μέσω της τροποποιημένης εξίσωσης Hamilton-Jacobi, με τον ίδιο τρόπο όπως και στην κλασική εκδοχή της εξίσωσης Hamilton-Jacobi. θέτουμε  $\partial_k S$  με  $m_k v_k$ :

$$\frac{dQ_k}{dt} = \frac{\partial_k S}{m_k} \quad (41)$$

Η κίνηση που λαμβάνεται από αυτές τις εξισώσεις είναι αποτέλεσμα του κβαντικού δυναμικού και των σύνθητων κλασικών δυνάμεων. Αυτή η διατύπωση της θεωρίας de Broglie-Bohm είναι βολική για να δούμε με ποιον τρόπο προκύπτει η νευτώνεια μηχανική από τη μηχανική Bohmian στο κλασικό όριο ( $\hbar = 0$ ). Ωστόσο, η εξίσωση του Schrödinger είναι πολύ πιο απλή από την τροποποιημένη εξίσωση Hamilton-Jacobi, η οποία είναι μη γραμμική. Επιπλέον, η τροποποιημένη εξίσωση Hamilton-Jacobi απαιτεί την εξίσωση συνέχειας για το  $R$  προκειμένου να καθοριστεί σωστά το πρόβλημα. Η εισαγωγή του κβαντικού δυναμικού και η μορφή του δεν είναι ούτε απλή ούτε φυσική, που σημαίνει ότι υπάρχει ένα τμήμα όταν κάποιος ερμηνεύει μια μη κλασική φαινομενολογία με κλασικές έννοιες.

Ο λόγος για την εισαγωγή του κβαντικού δυναμικού ήταν ο μη τοπικός χαρακτήρας των κβαντικών φαινομένων. Η πρώτη εντύπωση από την αναδιατύπωση της θεωρίας μέσω του κβαντικού δυναμικού είναι ότι συναντάμε κβαντικά φαινόμενα μέσω μεθόδων κλασικής μηχανικής. Ωστόσο, οι Bohmian μηχανική δεν είναι απλώς κλασική μηχανική με ένα πρόσθετο κβαντικό δυναμικό. Στη θεωρία του Bohm, σε αντίθεση με την κλασική μηχανική, οι ταχύτητες των σωματιδίων δεν είναι ξεχωριστές από τις θέσεις τους και μαζί περιορίζονται από την κατευθυντήρια εξίσωση. Στην κλασική θεωρία Hamilton-Jacobi ο όρος που περιλαμβάνει την ταχύτητα μπορεί να εξαλειφθεί και έτσι λαμβάνουμε μια εξίσωση μεταξύ των θέσεων και της ορμής των σωματιδίων, όπως στις εξισώσεις του Νεύτωνα ή του Hamilton.

### 3.2 Energy Information

Το γεγονός ότι το κβαντικό δυναμικό εξαρτάται από τη μορφή και όχι από την ένταση του κβαντικού πεδίου είναι ζωτικής σημασίας. Σύμφωνα με τους Bohm και Hiley *Bohm και Hiley 2006* *und* *de*, οι συνέπειες αυτού του είδους απαντώνται στη συνηθισμένη εμπειρία κάθε φορά που ασχολούμαστε με την πληροφορία *information*. Για παράδειγμα, θεωρούμε ένα πλοίο καθοδηγούμενο από ραδιοκύματα. Μπορεί κανείς να πει ότι αυτά τα κύματα πληροφορούν τον καπετάνιο για το περιβάλλον του πλοίου. Ομοίως, η θεωρία του Bohm εξηγεί τις ιδιότητες παρεμβολής στο πείραμα διπλής σχισμής υποθέτοντας ότι το κβαντικό πεδίο  $\psi$  παρέχει πληροφορίες στο ηλεκτρόνιο για το πού είναι οι σχισμές. Έτσι, οι πληροφορίες του περιβάλλοντος των σωματιδίων περιλαμβάνονται στις κινήσεις του σωματιδίου. Για το λόγο αυτό, εισάγουν μια νέα έννοια που ονομάζεται ενεργή πληροφορία (*active information*). Αυτή η έννοια περιγράφει το φαινόμενο της πολύ χαμηλής ενέργειας (π.χ. ραδιοκύματα, κβαντικό πεδίο) να κατευθύνει μια πολύ μεγαλύτερη ενέργεια (π.χ. το πλοίο, το σωματίδιο).

Bohm και Hiley ορίζουν ένα διαφορετικό είδος των πληροφοριών, που δεν έχει σχέση με τη δική μας γνώση ή την έλλειψή της. Αντίθετα, υποθέτουν πληροφορίες που είναι ικανές να καθορίσουν την κίνηση του ηλεκτρονίου. Λαμβάνουν το κυριολεκτικό νόημα της λέξης από την Λατινική γλώσσα (*inform*), δηλαδή είναι

αυτό που φέρει μορφή, η οποία θα ασκηθεί ενεργά σε κάτι ή να εγχυθεί κάτι ώστε να δώσει μορφή. Για παράδειγμα, στην περίπτωση των πλοίων και των ραδιοκυμάτων, όπου η πληροφορία που μεταδίδει το ραδιοκύμα είναι η μορφή του κύματος. Οι μπαταρίες του ραδιοφώνου παρέχουν ουσιαστικά ενέργεια η οποία στη συνέχεια λαμβάνει μια μορφή από το μοτίβο του κυκλώματος του ραδιοφώνου. Αυτή η διαδικασία είναι απολύτως αντικειμενική και δεν έχει καμία σχέση με τις γνώσεις μας για τις λεπτομέρειες της διαδικασίας. Ωστόσο, θα θέλαμε να κατανοήσουμε τις ενεργές πληροφορίες ανεξάρτητα από τις δομές που σχεδιάζονται από ανθρώπους. Για το λόγο αυτό, ας εξετάσουμε το παράδειγμα του μορίου DNA. Το DNA αποτελείται από έναν κώδικα, ενώ η έννοια του κώδικα εκφράζεται από τις διάφορες διαδικασίες, όπως οι δραστηριότητες δημιουργίας πρωτεϊνών που υπονοούνται από συγκεκριμένα τμήματα του μορίου DNA. Η έννοια των ενεργών πληροφοριών εφαρμόζεται επίσης εδώ. Στη διαδικασία της κυτταρικής ανάπτυξης, μόνο η μορφή του μορίου του DNA μετράει ενώ η ενέργεια τροφοδοτείται από το υπόλοιπο κύτταρο και το περιβάλλον στο σύνολό του. Έτσι, η μη διαμορφωμένη ενέργεια διαμορφώνεται μέσω του μορίου DNA. Σε κάθε στιγμή, μόνο ένα μέρος του DNA «διαβάζεται» και δημιουργεί δραστηριότητα, ενώ τα υπόλοιπα είναι δυνητικά ενεργά.

Στη συνέχεια θα δούμε πώς η έννοια της ενεργής πληροφορίας εφαρμόζεται στην χβαντική μηχανική, θα πρέπει να εξετάσει και πάλι το πείραμα της διπλής σχισμής. Σε σχέση με αυτό το πείραμα, ο Bohm και ο Hiley (Bohm και Hiley 2006) υποστήριξαν ότι το ηλεκτρόνιο είναι ικανό να ασκήσει έργο λόγω των ενεργών πληροφοριών που παρέχονται από το χβαντικό πεδίο  $\psi$ . Καθώς το ηλεκτρόνιο φθάνει σε ορισμένα σημεία μπροστά από τη σχισμή, ενημερώνεται για να αλλάξει την κίνηση του ανάλογα με τα εμπόδια. Το ηλεκτρόνιο ή οποιοδήποτε άλλο στοιχειώδες σωματίδιο καθοδηγείται από τις πληροφορίες που περιέχονται από το χβαντικό πεδίο. Το γεγονός αυτό υποδηλώνει ότι τα στοιχειώδη σωματίδια μπορεί να έχουν πολύπλοκη εσωτερική δομή. Αυτή η ιδέα εσωτερικής δομής έρχεται σε αντίθεση με την παράδοση της σύγχρονης φυσικής, η οποία υποθέτει ότι η χβαντική ύλη δεν μπορεί να αναλυθεί σε μικρότερα μέρη και η δομή της είναι στοιχειώδης. Ωστόσο, αυτή η εσωτερική δομή δεν είναι πάντα διαπερατή από τις φυσικές μας θεωρίες. Για παράδειγμα ένα μεγάλο πλήθος μπορεί να αντιμετωπιστεί με απλούς στατιστικούς νόμους, ενώ μεμονωμένα η συμπεριφορά τους είναι πολύ πιο πολύπλοκη. Ομοίως, μεγάλες συσσωματώσεις της ύλης μπορούν να περιγραφούν από τους Νευτώνιους νόμους, ενώ τα μόρια και τα άτομα μπορεί να έχουν μια πιο σύνθετη εσωτερική δομή. Όπως μπορούμε να δούμε, η Bohmian μηχανική δείχνει έναν διαφορετικό χβαντικό κόσμο από ό, τι έχει σχεφτεί η κυρίαρχη επιστήμη.

Μια πολύ σημαντική συνέπεια των ενεργών πληροφοριών είναι ότι, προκειμένου να εξεταστεί η διαδικασία μέτρησης ενός χβαντικού αντικειμένου, πρέπει να λάβουμε υπόψη το σύνολο της πειραματικής διάταξης ως ένα αδιαίρετο σύνολο. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η κίνηση των σωματιδίων μπορεί να επηρεαστεί έντονα από μακρινά χαρακτηριστικά του περιβάλλοντος, όπως οι σχισμές ή μια συσκευή μέτρησης. Συνεπώς, η κίνηση των σωματιδίων δεν μπορεί να συζητηθεί αφαιρώντας την πειραματική διάταξη. Το γεγονός αυτό κάνει τη θεωρία του Bohm «πλαισιωκή», όπως απαιτεί το θεώρημα Kochen και Specker?. Ας επικεντρώσουμε τα βασικά σημεία:

1. Σωματίδια στοιχείο έχει μια καλά καθορισμένη θέση  $x(t)$ , το οποίο μεταβάλλεται συνεχώς και είναι αιτιολογικά καθορίζεται από τη λειτουργία κύμα.
2. Τα σωματίδια είναι άρρηκτα συνδεδεμένα με ένα νέο τύπο πεδίου που είναι θεμελιώδες και δίνεται από  $\psi = \text{Re} \exp(iS/\hbar)$ . Αυτό το πεδίο (δηλαδή, η λειτουργία κύμα) ικανοποιεί την εξίσωση κίνησης:
3. Σωματίδια ικανοποιούν την εξίσωση:

$$m \frac{dv}{dt} = -\nabla(V) - \nabla(Q) \quad (42)$$

Η εξίσωση αυτή ορίζει ότι οι δυνάμεις που ενεργούν πάνω σε ένα σωματίδιο δεν είναι μόνο η κλασική δύναμη  $-\nabla V$ , αλλά επίσης και η χβαντική δύναμη  $-\nabla Q$

4. Σύμφωνα με τη θεωρία του Βοημ, τυχαίο δεν είναι έμφυτη ιδιότητα της φύσης. Μάλλον προκαλείται από την άγνοια μας για τις αρχικές συνθήκες του συνόλου.
5. Το κύμα όπως και τα σωματίδια είναι οι πτυχές του ίδιου αντικειμένου και δίνεται ιδιαίτερη βαρύτητα στη ποσότητα της θέσης στην Bohmian μηχανική. Αυτό γίνεται με την εισαγωγή της εξίσωσης καθοδήγησης, η οποία συνδυάζει τις θέσεις και την κυματοσυνάρτηση σε μια ενιαία εξίσωση.

Η έννοια του ενεργής πληροφορίας καθιστά την Bohmian μηχανική “πλαισιακή”. Με αυτό εννοούμε ότι η θεωρία αποδίδει οριστικές τιμές μόνο σε μετατινόμενες μεταβλητές που το σύνολό τους καθορίζεται σύμφωνα με την πειραματική διάταξη. Συνεπώς, κάθε πλαίσιο (δηλαδή, πειραματική διάταξη) είναι ικανή να παρέχει γνώση σχετικά με την πραγματικότητα από μια συγκεκριμένη άποψη.

Τούτου λεχθέντος, ας στρέψουμε την προσοχή μας στο πώς η θεωρία του Βοημ παρέχει λύσεις στα πιο δύσκολα εννοιολογικά προβλήματα της Κοπεγχάγης, ξεκινώντας με το πρόβλημα της μέτρησης.

### 3.3 Το Πρόβλημα της Μέτρησης

Στην Bohmian μηχανική, η μέτρηση αντιμετωπίζεται ως αμοιβαία και αμείωτη σχέση μεταξύ του οργάνου μέτρησης και του αντικειμένου που παρατηρείται. Μια τέτοια διαδικασία μπορεί να χωριστεί σε δύο στάδια, το πρώτο στάδιο είναι η αλληλεπίδραση μεταξύ της συσκευής μέτρησης και του παρατηρούμενου συστήματος, όπου η συνάρτηση κύματος του συνδυασμένου συστήματος διασπάται (δηλαδή, διακριτοποιείται) σε ένα άθροισμα πακέτων που δεν αλληλεπικαλύπτονται. Αυτά τα πακέτα αντιστοιχούν στα πιθανά αποτελέσματα της μέτρησης. Στο δεύτερο στάδιο, δημιουργείται μια σημαντική αλληλοεπικάλυψη μεταξύ των πακέτων της κυματοσυνάρτησης μέσω της μέτρησης του συνδυασμένου συστήματος. Εν τω μεταξύ, η συσκευή μεγεθύνει ένα από τα πακέτα, και ως εκ τούτου τα άλλα γίνονται ασήμαντα. Το αποτέλεσμα της παρατήρησής μας είναι αυτό το συγκεκριμένο



πακέτο (δηλαδή, συνιστώσα της συνάρτησης κύματος). Όσον αφορά το πρώτο στάδιο της διαδικασίας μέτρησης, μπορούμε να αντιμετωπίσουμε τη λειτουργία των κυμάτων με τον ίδιο τρόπο που έκανε και ο ον Νευμαν στην προσέγγισή του. Η συνάρτηση του αρχικού κύμα ορίζεται από:

$$\psi'_i(x) = \sum_n C_n \psi_n(x) \quad (43)$$

όπου  $\psi_n(x)$  είναι οι ιδιοσυναρτήσεις της παρατηρήσιμης ποσότητας  $O$  που μετρείται. Ορίζουμε επίσης τη κυματοσυνάρτηση της συσκευής μέτρησης ως  $\phi_0(y)$ , που συμβολίζει το κατάλληλο πακέτο κυμάτων που περιγράφει τη θέση του δείκτη στη συσκευή μέτρησης. Η αρχική κυματοσυνάρτηση του συνδυασμένου συστήματος είναι:

$$\Psi_i(x, y) = \phi_0(y) \sum_n C_n \psi_n(x) \quad (44)$$

το χβαντικό αντικείμενο αντιπροσωπεύεται από την συνάρτηση κύματος με το  $x$  ως δείκτη, και το συμπλήρωμά του ή το περιβάλλον του αντικειμένου από τον  $y$  δείκτη. Κατά τη διάρκεια της μέτρησης, οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ του συστήματος και του περιβάλλοντος επάγουν την συνολική κυματοσυνάρτηση η οποία να αναλυθεί σε ένα άθροισμα των πιθανών αποτελεσμάτων:

$$\Psi(x, y, t) = \sum_n C_n \psi_n(x) \phi_0(y - \lambda O_n t) \quad (45)$$

όπου  $O_n$  είναι οι ιδιοτιμές της παρατηρήσιμης ποσότητας  $O$ . Αφού η αλληλεπίδραση τελείωσε, διήρκεσε  $\Delta t$ , η κυματοσυνάρτηση είναι:

$$\Psi_f = \sum_n C_n \psi_n(x) \phi_0(y - \lambda O_n \Delta t) \quad (46)$$

Η συνάρτηση  $\phi_n = \phi_0(y - \lambda O_n \Delta t)$  συμβολίζει διακριτα και μη αλληλεπικαλυπτόμενα πακέτα που αποφέρουν τα διάφορα πιθανά αποτελέσματα της μέτρησης. Κατά τη διάρκεια της μέτρησης, ωστόσο, τα παλαιότερα διακριτά πακέτα, όπως υποδεικνύει η εξίσωση 45, αλληλοεπικαλύπτονται και αλληλεπιδρούν χασοτικά. Ως αποτέλεσμα, η κίνηση του σωματιδίου, που διέπεται από την εξίσωση καθοδήγησης, η οποία περιέχει μια πολύ σύνθετη και ταχέως κυμαινόμενη κυματοσυνάρτηση, γίνεται ακανόνιστη και ανεξέλεγκτη. Επομένως η συσκευή  $y$  μεγειθύνει ένα από τα πιθανά πακέτα κυμάτων, για παράδειγμα το  $m$ . Για το λόγο αυτό, η εξίσωση καθοδήγησης των θέσεων των σωματιδίων θα καθοριστεί μόνο από το πακέτο  $\psi_m(x) \phi_m(y)$ , και όλα τα άλλα πακέτα έχουν μηδενική συνεισφορά.

Μέχρι στιγμής, δεν έχουμε δώσει επαρκή επιχειρήματα για την εξήγηση της μη αναστρεψιμότητας της διαδικασίας μέτρησης. Είναι θέση του Bohm (? , κεφάλαιο 5.2) ότι στην αλληλεπίδραση ενός συστήματος με ένα υπόβαθρο, το οποίο περιέχει ένα μεγάλο αριθμό σωματιδίων, όπως μια συσκευή μέτρησης, η μετάβαση της λειτουργίας του κύματος καθίσταται αμετάκλητη. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η πληροφορία σε ένα αχρησιμοποίητο δίαυλο θα χάσει τη ευκαιρία της να γίνει ενεργή λόγω περιορισμού του περιβάλλοντος, με αποτέλεσμα να παραμείνει

μόνιμα ανενεργή ώστε να μην μπορεί να μετρηθεί από τη συσκευή μέτρησης ή με οποιοδήποτε άλλο πολύπλοκο υπόβαθρο. Καταλήγουμε στο ότι τα κανάλια που αντιστοιχούν σε πραγματικές ή δυνητικά ενεργές πληροφορίες που ενδέχεται να μετρηθούν συνεχώς μειώνονται καθώς το σύστημα αλληλεπιδρά με το περιβάλλον του. Την ίδια στιγμή όμως η εξίσωση του Schrödinger επιβάλλει την εξάπλωση της κυματοσυνάρτησης έτσι ώστε τα πακέτα να απομακρύνονται συνεχώς μεταξύ τους. Αυτές οι δύο διαδικασίες συμβάλλοντας εν τέλει εξηγούν την αντιστρεπτότητα της διαδικασίας της μέτρησης.

### 3.4 Schrödinger's cat paradox

Όπως είδαμε σε προηγούμενη ενότητα, τα περισσότερα από τα παράδοξα της ερμηνείας της Κοπεγχάγης προκύπτουν από την υπόθεση ότι η κυματοσυνάρτηση παρέχει μια πλήρη περιγραφή της πραγματικότητας. Στη θεωρία του Bohm, όμως, αυτό δεν είναι αλήθεια. Η μαθηματική περιγραφή ενός συστήματος ολοκληρώνεται με τον ορισμό των θέσεων των σωματιδίων. Με αυτόν τον τρόπο, μπορούμε να αποφύγουμε πολλά από τα προβλήματα της ερμηνείας της Κοπεγχάγης. Για να καταστήσουμε τα πράγματα πιο ξεκάθαρα, σε αυτό το σημείο θα εξετάσουμε το πείραμα της γάτας του Schrödinger. Στο παράδειγμα αυτό, μια γάτα απομονώνεται σε ένα κιβώτιο με ένα όπλο που δείχνει προς αυτήν. Το όπλο εκπυροσκοτεί όταν ένα μεμονωμένο ηλεκτρόνιο το χτυπά. Καθώς το ηλεκτρόνιο κατευθύνεται προς τη σκανδάλη, το ηλεκτρόνιο θα περάσει διαμέσου ενός διαχωριστή δέσμης. Σκοπός αυτού του διαχωριστή είναι να διαιρέσει τη συνάρτηση κύματος του ηλεκτρονίου σε δύο συνεκτικές καταστάσεις  $\psi_1(x)$  και  $\psi_2$ . Η πρώτη κατάσταση δεν ενεργοποιεί το όπλο καθώς απορροφάται, αλλά η δεύτερη κατάσταση πηγαίνει κατ'ευθείαν στον πυροκροτητή και εκπυροσκοτεί το όπλο ώστε να σκοτώσει την γάτα του Schrödinger. Συνολικά, αναμένουμε ότι υπάρχει πιθανότητα 50% να είναι η γάτα ζωντανή, για κάθε ηλεκτρόνιο που εισέρχεται στο σύστημα.

Έστω ότι  $z_1 \dots z_N$  είναι οι θέσεις των σωματιδίων που συνθέτουν τη γάτα και αφήνουμε  $\psi_L(z_1 \dots z_N)$  να αντιπροσωπεύουν μια ζωντανή γάτα ενώ  $\psi_D(z_1 \dots z_N)$  αντιπροσωπεύει μια νεκρή γάτα. Οι θέσεις των σωματιδίων που αποτελούν το όπλο, η σφαίρα και η συσκευή πυροδότησης αντιπροσωπεύονται από τις θέσεις  $y_1 \dots y_N$ . Επιπλέον, μπορούμε να συμβολίσουμε την κατάσταση που αντιστοιχεί στην μη εκπυροσκορότηση του συστήματος από την  $\psi_U(y_1 \dots y_N)$ , ενώ  $\psi_F(y_1 \dots y_N)$  αντιπροσωπεύουν την κατάσταση εκπυροσκορότησης. Όταν το ηλεκτρόνιο περάσει τον διαχωριστή δέσμης, η κυματοσυνάρτηση του συνολικού συστήματος θα είναι:

$$\Psi(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1(x) + \psi_2(x))\psi_U(y_1 \dots y_N)\psi_L(z_1 \dots z_N) \quad (47)$$

Όταν η διαδικασία τελειώσει, η κυματοσυνάρτηση θα είναι:

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}}\psi_1(x)\psi_U(y_1 \dots y_M)\psi_L(z_1 \dots z_N) + \frac{1}{\sqrt{2}}\psi_2(x)\psi_F(y_1 \dots y_M)\psi_D(z_1 \dots z_N) \quad (48)$$

Ο Schrödinger δεν μπορεί να δεχτεί ότι σύμφωνα με την ερμηνεία της Κοπεγχάγης πρέπει να γίνει μια παρατήρηση για να διαπιστωθεί αν η γάτα είναι ζωντανή ή νεκρή.

Ωστόσο, στη μηχανική του Bohm το ζήτημα αυτό επιλύεται επειδή δεν έχουμε υποθέσει ότι η κυματοσυνάρτηση είναι η πλήρης περιγραφή της πραγματικότητας. Μια πλήρης περιγραφή θα περιλάμβανε τις θέσεις όλων των οντοτήτων που συμμετέχουν στο πείραμα. Αυτό μας δίνει την πληροφορία ότι αν η γάτα είναι ζωντανή πολλά από τα σωματίδια της θα ήταν διαφορετικά (δηλαδή  $\psi_L\psi_D$ ). Συνολικά, η κατάσταση εξαρτάται από τις θέσεις των σωματιδίων που συνθέτουν το σύστημα και αυτό το γεγονός μας επιτρέπει να έχουμε αλληλοσυμπληρούμενες καταστάσεις χωρίς την ανάγκη μέτρησης.

### 3.5 Nonlocality in Bohmian Mechanics

Πολύ συχνά η τοπικότητα συζητείται μέσω του πειράματος EPP. Για να δούμε πώς η μηχανική του Bohmian ενσωματώνουν τη μη-τοπικότητα, ας εξετάσουμε ένα ισοδύναμο πείραμα του πειράματος EPP στο οποίο ένα μόριο αποσυντίθεται σε άτομα που χωρίζονται από μεγάλη απόσταση. Ας υποθέσουμε ότι μετράμε το σπιν του ατόμου A στην κατεύθυνση  $z$  και έτσι προβλέπουμε ότι το σπιν του ατόμου B είναι αντίθετο. Από τη στιγμή που μετράμε το σπιν και την διαταραχή του ατόμου A, δεν μπορούμε να υποθέσουμε ότι το σπιν του ατόμου A είναι ένα στοιχείο της πραγματικότητας. Ωστόσο, λόγω του γεγονότος ότι οι προβλέψεις μας σχετικά με το σπιν του ατόμου B μπορούν να γίνουν με πιθανότητα ίση με την μονάδα και χωρίς τη διαταραχή του συστήματος με οποιονδήποτε τρόπο, τότε μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η περιστροφή του ατόμου B είναι και ήταν πάντα στοιχείο της πραγματικότητας. Στη συνέχεια, μπορούμε να μετρήσουμε κάθε συνιστώσα του σπιν του ατόμου A και με αυτόν τον τρόπο να προβλέψουμε το σπιν του ατόμου B χωρίς να διαταράζουμε το σύστημα. Επομένως, κάθε συνιστώσα του σπιν του ατόμου B είναι ένα στοιχείο της πραγματικότητας. Επιπλέον, μέσω της εφαρμογής της αβεβαιότητας του Heisenberg μεταξύ των συνιστωσών του σπιν του ατόμου B, προκύπτει ότι δεν μπορούν να οριστούν ταυτόχρονα. Έτσι, οι συνιστώσες του σπιν του ατόμου B δεν μπορούν να είναι όλα στοιχεία της πραγματικότητας ταυτόχρονα. Σε αυτό το ισοδύναμο πείραμα, ας υποθέσουμε ότι το άτομο A έχει κέντρο μάζας  $R_A$  και μια εσωτερική συντεταγμένη που είναι  $r_A$ . Ομοίως, υπάρχει το άτομο B του οποίου οι μεταβλητές είναι  $R_B, r_B$  και το όλο σύστημα ατόμων συνθέτει ένα μόριο με ολικό σπιν μηδέν. Τα άτομα έχουν κυματοσυναρτήσεις που είναι  $\phi_A(R_A), \phi_B(R_B)$ . Όπου  $g_A(r_A)$  είναι η συνάρτηση κύματος του σωματιδίου A και  $g_B(r_B)$  είναι η συνάρτηση κύματος του σωματιδίου B,  $g_A(r_A)$  είναι μια κατάσταση που για παράδειγμα περιγράφει το σωματίδιο A να βρίσκεται πολύ μακριά στα αριστερά του αρχικού κέντρου μάζας του μορίου, ενώ το  $g_B(r_B)$  είναι μια κατάσταση όπου το σωματίδιο B βρίσκεται πολύ μακριά προς τα δεξιά. Οι κυματοσυναρτήσεις των ατόμων είναι  $g_A(r_A)\psi_i(r_A)$  και  $g_B(r_B)\psi_B$ .

$$\psi_1(r_A) = -\frac{x_A + iy_A}{\sqrt{2}r_A} \quad (49)$$

$$\psi_0(r_A) = \frac{z_A}{r_A} \quad (50)$$

$$\psi_{-1}(r_A) = \frac{x_A - iy_A}{\sqrt{2}r_A} \quad (51)$$

Αυτές αντιπροσωπεύουν τις τρεις πιθανές ιδιοτιμές (δηλ., 1, 0, -1) της παρατηρήσιμης ποσότητας του ολικού σπιν κατά μήκος της κατεύθυνσης  $z$ . Η συνδυασμένη συνάρτηση κύματος είναι:

$$\Psi = N\phi_A(R_A)\phi_B(R_b)g_A(r_A)g_B(r_B) \times \quad (52)$$

$$\times \frac{1}{\sqrt{3}}(\psi_1(r_A)\psi_{-1}(r_B) - \psi_0(r_A)\psi_0(r_B) + \psi_{-1}(r_A)\psi_1(r_B)) \quad (53)$$

$$= -N\phi_A(R_A)\phi_B(R_b)g_A(r_A)g_B(r_B)\frac{1}{\sqrt{3}}\frac{r_A \cdot r_B}{r_A r_B} \quad (54)$$

Η παραπάνω συνάρτηση κύματος αντιστοιχεί στη συνολική γωνιακή ορμή μηδέν και το  $N$  είναι μια σταθερά κανονικοποίησης. Ας κάνουμε μια μέτρηση της γωνιακής ορμής του σωματιδίου  $A$  σε οποιαδήποτε κατεύθυνση. Λόγω της ισοτροπίας της συνάρτησης κύματος, μπορούμε να επιλέξουμε την κατεύθυνση  $z$ . Υποθέτουμε ότι η αλληλεπίδραση της μέτρησης περιγράφεται από την Χαμιλτονιαν:

$$H_I = \lambda L_{z_A} \frac{\partial}{\partial y} \quad (55)$$

Όπου  $y$  είναι η συντεταγμένη της συσκευής μέτρησης και  $\lambda$  είναι η ένταση της μέτρησης. Η συνιστώσα  $z$  της γωνιακής ορμής δίνεται από:

$$L_{z_A} = -i(x_A \frac{\partial}{\partial y_A} - y_A \frac{\partial}{\partial x_A}) = -i \frac{\partial}{\partial \phi_A} \quad (56)$$

Όπου  $\phi_A$  είναι η αζιμουθιακή γωνία του σωματιδίου  $A$ . Αν  $\Phi_A(y)$  είναι το αρχικό πακέτο κύματος της συσκευής, τότε η συνολική συνάρτηση κύματος είναι:

$$\mathcal{X}_0 = \Phi_A \Psi \quad (57)$$

Κατά τη διάρκεια της αλληλεπίδρασης η κυματοσυνάρτηση είναι:

$$\xi = \sum_j \psi_j(r_A)\psi_{-j}(r_B)\Phi_A(y - ja\Delta t) \quad (58)$$

όπου  $a \sim \lambda$ . Για να γίνει μια μέτρηση, το  $a\Delta t$  πρέπει να είναι αρκετά μεγάλο, επιτρέποντας στο  $\Phi_A(y - ja\Delta t)$  να μην επικαλύπτεται για διαφορετικά  $j$ . Το γεγονός αυτό εξασφαλίζει ότι δεν θα υπάρξει παρέμβαση μεταξύ όρων διαφορετικών  $j$  και τα σωματίδια της συσκευής θα εισέλθουν σε ένα από τα πακέτα που αντιστοιχούν σε μια ορισμένη τιμή του σπιν  $j$ . Από εκεί και πέρα, θα παραμείνει σε αυτό το πακέτο και η μέτρηση της διαδικασίας θα είναι σαν να κατέρρευσε στη συνάρτηση κύματος του συστήματος  $\psi_{j'}(r_A)\psi_{-j'}(r_B)$ . Το σωματίδιο  $A$  θα έχει γωνιακή ορμή  $j'$  και το σωματίδιο  $B$  θα έχει την αντίθετο σπιν  $-j'$ . Όπως δείχνει η μηχανική Βοημιαν στο ? η συσχέτιση των δύο σωματιδίων εξαρτάται από το περιβάλλον. Συγκεκριμένα, το σωματίδιο  $B$  εξαρτάται από τη συσκευή που μετρά το σωματίδιο  $A$  έτσι ώστε το πλαίσιο του  $B$  να παρέχεται από τη συσκευή στο  $A$  με αποτέλεσμα το πλαίσιο του  $B$  να είναι μη τοπικό.

Ξεκινάμε από την επέκταση της κυματοσυνάρτησης  $\xi$ :

$$\xi = \sin \theta_A \sin \theta_B (\Phi_A(ya\Delta t) e^{i(\phi_A - \phi_B)} + \Phi_A(y + a\Delta t) e^{-i(\phi_A - \phi_B)}) + 2 \cos \theta_A \cos \theta_B \Phi_A(y) \quad (59)$$

$$+ \Phi_A(y + a\Delta t) e^{-i(\phi_A - \phi_B)} + 2 \cos \theta_A \cos \theta_B \Phi_A(y) \quad (60)$$

Σύμφωνα με τον την παρατηρήσιμη ποσότητα του σπιν, η  $\zeta$ -συνιστώσα του σωματιδίου A θα είναι  $p_{\phi_A} = \partial S / \partial \phi_A$ , για το σωματίδιο B θα είναι  $p_{\phi_B} = \partial S / \partial \phi_B$  όπου  $S$  είναι η φάση της συνάρτησης κύματος. Θα δοθεί η γενική μορφή του σπιν της συνιστώσας  $z$  του σωματιδίου:

$$p_{\phi_A} = \frac{1}{2mi|\xi|^2} (\xi^* \frac{\partial \xi}{\partial \phi_A} - \xi \frac{\partial \xi^*}{\partial \phi_A}) \quad (61)$$

μια παρόμοια εξίσωση ισχύει για το σωματίδιο B. Υποθέτοντας ότι  $\Phi_A(y)$  είναι πραγματική μπορούμε να υπολογίσουμε την ακόλουθη έκφραση:

$$|\xi|^2 p_{\phi_A} = Re \left\{ \frac{\sin \theta_A \sin \theta_B}{m} (\xi^* (\Phi_A(ya\Delta t) e^{i(\phi_A - \phi_B)} - \Phi_A(y + a\Delta t) e^{-i(\phi_A - \phi_B)})) \right\} \quad (62)$$

$$- \Phi_A(y + a\Delta t) e^{-i(\phi_A - \phi_B)}) \quad (63)$$

Λόγω του γεγονότος ότι η κυματοσυνάρτηση  $\xi$  εξαρτάται από την διαφορά  $\phi_A - \phi_B$  μπορούμε να ανταλλάξουμε τους δείκτες έτσι ώστε:

$$p_{\phi_A} = \frac{\partial S}{\partial \phi_A} = - \frac{\partial S}{\partial \phi_B} = -p_{\phi_B} \quad (64)$$

Στην αρχή, δηλαδή όταν  $\Delta t = 0$  το  $p_{\phi_A} = p_{\phi_B} = 0$ . Ακολουθώντας, μετά από σύντομο χρονικό διάστημα, η συνεισφορά του  $\Phi_A(ya\Delta t)$  και  $\Phi_A(y + a\Delta t)$  δεν είναι πλέον μηδέν  $p_{\phi_A}, p_{\phi_B}$  θα εξαρτηθεί από το  $y$ , το οποίο έχει τυχαία κατανομή με πιθανότητα  $|\Phi_A(y)|^2$ . Το σωματίδιο B θα εξαρτηθεί από την τιμή του  $y$  αλλά επίσης εξαρτάται από  $\theta_A, \theta_B$  και  $\phi_A - \phi_B$ . Γίνεται σαφές ότι η συμπεριφορά του σωματιδίου B στηρίζεται στις αρχικές τιμές του  $\theta_A$  και  $\phi_A$  καθώς και εκείνων της συσκευής. Έτσι, έχουμε μια μη τοπική αλληλεπίδραση και πρέπει επίσης να σημειώσουμε ότι το σωματίδιο A θα εξαρτηθεί από τις αρχικές ιδιότητες του σωματιδίου B. Συγκεκριμένα, το αποτέλεσμα μίας μεμονωμένης μέτρησης του A καθορίζεται από τον τρόπο έναρξης του σωματιδίου B. Για το λόγο αυτό, η μη τοπικότητα είναι αμοιβαία.

Ως αποτέλεσμα του  $p_{\phi_A} = -p_{\phi_B}$  και του διαχωρισμού των πακέτων κυμάτων, ένα από τα σωματίδια θα καταλήξει σε μια ποσότητα σπιν και το άλλο με την αντίθετη. Μια πιθανή μέτρηση του B θα εξαρτηθεί όχι μόνο από τις μεταβλητές του σωματιδίου A, αλλά και από εκείνες της συσκευής που μετρά το A. Έτσι, γίνεται σαφές ότι το πείραμα όχι μόνο συνεπάγεται μη τοπικότητα αλλά και εξάρτηση από ένα μη τοπικό πλαίσιο.

### 3.5.1 Anisì thtec Bell

Μετά τη διατύπωση της Bohmian μηχανικής, ο Bell ? οδηγήθηκε στο ερώτημα εάν η μη τοπικότητα είναι ένα απαραίτητο χαρακτηριστικό για όλες τις ερμηνείες

που αναπαράγουν τις προβλέψεις της κβαντικής μηχανικής μέσω κρυφών μεταβλητών. Έτσι, θεωρεί το πείραμα *EPR* να αντιπροσωπεύει τα στοιχεία της πραγματικότητας από ένα σύνολο κρυφών μεταβλητών  $\lambda$ . Αυτές οι μεταβλητές μαζί με τη κυματοσυνάρτηση του συστήματος και τη συσκευή μέτρησης θα καθορίσουν τα αποτελέσματα κάθε διαδικασίας μέτρησης. Στην περίπτωση του πειράματος *EPR*, ορίζουμε παραμέτρους  $a, \beta$  που χαρακτηρίζουν τον προσανατολισμό των συσκευών μέτρησης που μετρούν το σπιν του σωματιδίου  $A, B$ . Επιπλέον, ορίζουμε τις κρυφές μεταβλητές  $\mu_{a,b}$  που σχετίζονται με το κομμάτι της συσκευής μέτρησης καθώς και με τις μεταβλητές  $\lambda_{a,b}$  που ανήκουν αντιστοίχως στα σωματίδια  $A, B$  και ένα επιπλέον σύνολο  $\lambda$  το οποίο συνδέεται με το παρατηρούμενο σύστημα ως σύνολο.

Εισάγουμε επίσης ένα σύμβολο που αντιπροσωπεύει το αποτέλεσμα της μέτρησης του σπιν του σωματιδίου  $A$ , το οποίο είναι  $A = +1$  για μια θετική περιστροφή και  $A = -1$  για αρνητική περιστροφή, ενώ το  $B$  είναι αντίστοιχο σύμβολο για το αποτέλεσμα της μέτρησης στο σωματίδιο  $B$ . Είναι σαφές ότι το αποτέλεσμα μιας μέτρησης θα εξαρτηθεί από το σύνολο των μεταβλητών που ορίσαμε παραπάνω:

$$A = A(a, \mu_a, b, \mu_b, \lambda_A, \lambda_B, \lambda) \quad (65)$$

$$B = B(a, \mu_a, b, \mu_b, \lambda_A, \lambda_B, \lambda) \quad (66)$$

Τα  $A$  και  $B$  θα εξαρτώνται επίσης από τη λειτουργία των κυμάτων του σύνθετου συστήματος, παρόλα αυτά καταπιέζουμε αυτήν την εξάρτηση χάριν σαφήνειας. Σε αυτό το σημείο πρέπει να λάβουμε υπόψη την εξάρτηση από το πλαίσιο κάθε μέτρησης που εκτελείται σε κάθε τμήμα του πειράματος. Αρχικά, υποθέτουμε ότι επιτρέπεται μόνο το τοπικό πλαίσιο, δηλαδή το αποτέλεσμα της μέτρησης του σωματιδίου  $A$  εξαρτάται μόνο από το πλαίσιο του σωματιδίου  $A$  δηλαδή της συσκευής μέτρησης που μετρά το σπιν του σωματιδίου  $A$  και όχι στο πλαίσιο του σωματιδίου  $B$ . Έτσι, η αλληλεπίδραση μεταξύ  $A$  και  $B$  θα είναι τοπική αν το αποτέλεσμα  $A$  εξαρτάται μόνο από  $\mu_a, \lambda_A$  και όχι με  $\mu_b, \lambda_B$ . Θα δείξουμε ότι μια τοπική θεωρία κρυμμένων μεταβλητών δεν μπορεί να αναπαράγει τις προβλέψεις της κβαντικής μηχανικής. Επομένως:

$$A = A(a, \mu_a, \lambda_A, \lambda) \quad (67)$$

$$B = B(b, \mu_b, \lambda_B, \lambda) \quad (68)$$

Είναι πολύ πιθανό να συλληφθεί το πείραμα *EPR* μέσω τοπικών εξηγήσεων των δυνάμεων που μεταδίδονται με την ταχύτητα του φωτός ή μικρότερη, υπό την υπόθεση ότι οι μετρήσεις έγιναν όσο υπήρχε αρκετός χρόνος για να μεταδοθούν σήματα μεταξύ του  $A$  και  $B$ . Ωστόσο, η εκδοχή του Bell του πειράματος *EPR* βασίζεται στην υπόθεση ότι υπάρχει εγκαίρως ένα σήμα που επιτρέπει στα αποτελέσματα μιας μέτρησης ενός από τα σωματίδια να εξαρτάται από το πλαίσιο των άλλων μετρητών συσκευής.

Προκειμένου να προκύψει η ανισότητα του Bell, πρέπει να εξετάσουμε τη κατανομή κρυφών μεταβλητών. Ο τόπος υπαγορεύει ότι οι κατανομές των  $\mu_a$  και  $\mu_b$  είναι ανεξάρτητες καθώς και όταν αλλάζουμε τον προσανατολισμό της συσκευής θα αλλάζουμε τις κρυφές μεταβλητές  $\lambda_A, \lambda_B, \lambda$  του συστήματος των δύο σωματιδίων. Λόγω του γεγονότος ότι οι κρυφές μεταβλητές  $\mu_a$  είναι ανεξάρτητες από

τον προσανατολισμό της συσκευής, μπορούμε να αντικαταστήσουμε το σύμβολο  $\mu_a$  με  $\mu_A$  που εκφράζουν ότι το ίδιο σύνολο των παραμέτρων μπορεί να χρησιμοποιηθεί ανεξάρτητα από τον προσανατολισμό της συσκευής μέτρησης και  $\mu_b$  από  $\mu_B$ . Συνεπώς, ορίζουμε τρεις κατανομές  $P_A(\mu_A)$ ,  $P_B(\mu_B)$ .

Οι μέσοι όροι των A και B πάνω από τις κρυφές μεταβλητές  $\mu_A$  και  $\mu_B$  αντίστοιχα καθορίζονται από:

$$\bar{A}(a, \lambda_A, \lambda) = \int P_A(\mu_A) A(a, \mu_A, \lambda_A, \lambda) d\mu_A \quad (69)$$

$$\bar{B}(b, \lambda_A, \lambda) = \int P_B(\mu_B) B(b, \mu_B, \lambda_B, \lambda) d\mu_B \quad (70)$$

Εφόσον

$$|A(a, \mu_A, \lambda_A, \lambda)| = |B(b, \mu_B, \lambda_B, \lambda)| = 1 \quad (71)$$

Τότε εξάγεται ότι:

$$|\bar{A}(a, \lambda_A, \lambda)| \leq 1 \quad |\bar{B}(b, \lambda_B, \lambda)| \leq 1 \quad (72)$$

Θα εξετάσουμε την εξάρτηση των συσχετίσεων των πειραματικών αποτελεσμάτων των A και B από τους διάφορους προσανατολισμούς  $\alpha$  και  $\beta$ . Αυτές οι συσχετίσεις μετρώνται σε ένα πραγματικό πείραμα και θα δώσουν παρέχουν μία δοκιμή για την τοπικότητα. Μια τυπική συσχέτιση ορίζεται ως:

$$P(a, b) = \int \rho(\lambda_A, \lambda_B, \lambda) \bar{A}(a, \lambda_A, \lambda) \bar{B}(b, \lambda_B, \lambda) d\lambda_A d\lambda_B d\lambda \quad (73)$$

Για να εξάγουμε την ανισότητα Bell, θεωρούμε τη διαφορά μεταξύ δύο συσχετισμών:

$$P(a, b) - P(a, c) = \int \rho(\lambda_A, \lambda_B, \lambda) \quad (74)$$

$$\times [\bar{A}(a, \lambda_A, \lambda) \bar{B}(b, \lambda_B, \lambda) - \bar{A}(a, \lambda_A, \lambda) \bar{B}(c, \lambda_B, \lambda)] d\lambda_A d\lambda_B d\lambda \quad (75)$$

$$= \int \rho(\lambda_A, \lambda_B, \lambda) [\bar{A}(a, \lambda_A, \lambda) \bar{B}(b, \lambda_B, \lambda) \{1 \pm \bar{A}(d, \lambda_A, \lambda) \bar{B}(c, \lambda_B, \lambda)\} \quad (76)$$

$$- \bar{A}(a, \lambda_A, \lambda) \bar{B}(c, \lambda_B, \lambda) \{1 \pm \bar{A}(d, \lambda_A, \lambda) \bar{B}(b, \lambda_B, \lambda)\}] \quad (77)$$

Παίρνοντας υπόψη ότι:

$$|\bar{A}(a, \lambda_A, \lambda) \bar{B}(b, \lambda_B, \lambda)| \leq 1 \quad (78)$$

$$|\bar{A}(a, \lambda_A, \lambda) \bar{B}(c, \lambda_B, \lambda)| \leq 1 \quad (79)$$

Παίρνοντας την απόλυτη τιμή και των δύο μελών της εξίσωσης 74 λαμβάνουμε:

$$|P(ab) - P(ac)| \leq 2 \pm (P(dc) + P(db)) \quad (80)$$

Είναι τετριμμένο ότι

$$|P(ab) - P(ac)| + |P(dc) + P(db)| \leq 2 \quad (81)$$

Αυτή είναι η ανισότητα Bell που πρέπει να ικανοποιηθεί από μια τοπική θεωρία κρυμμένων μεταβλητών για ένα σύστημα δύο σωματιδίων με σπιν  $\frac{1}{2}$ . Μέσω αυτών των ανισοτήτων είναι δυνατή η δοκιμή της τοπικότητας σε πειράματα τεσσάρων συσχετίσεων. Η κβαντική θεωρία προβλέπει ότι:

$$P(ab) = -a \cdot b \quad (82)$$

Η ανισότητα του Bell έχει δοκιμαστεί σε μεγάλο αριθμό πειραμάτων και έχει βρεθεί ότι παραβιάζεται. Υπάρχει ένα σύνολο γωνιών για τις οποίες η 82 έχει βρεθεί ότι δεν ικανοποιεί την ανισότητα 81. Έτσι, αν ορίσουμε τις γωνίες  $\alpha = ba$ ,  $\beta = cd$  και  $\gamma = dc$  και τις εισάγουμε στο 81 και παίρνουμε:

$$|P(\alpha) - P(\alpha + \beta)| + |P(\gamma) + P(\beta + \gamma)| \leq 2 \quad (83)$$

Εάν  $\alpha = 60^\circ, \beta = 60^\circ$  και  $\gamma = 0^\circ$  τότε η ανισότητα στο αριστερό μέλος είναι  $5/2$  το οποίο είναι λιγότερο από 2 και έτσι η ανισότητα παραβιάζεται.

Το πιο εμπειριστατωμένο σύνολο πειραμάτων εκτελέστηκε από το Ασπεστ *et al.* ?. Συγκεκριμένα, αυτά τα πειράματα ήταν σε θέση να ελέγξουν εάν οι συσχετισμοί διατηρήθηκαν ακόμα και όταν τα συμβάντα ανίχνευσης των δύο φωτονίων ήταν έξω από τους κώνους φωτός του άλλου. Οι Aspect *et al.* διαπίστωσαν πειραματικά ότι η ανισότητα παραβιάζεται και αυτό συνεπάγεται ότι έχουμε πειραματικές αποδείξεις θετικές με το ότι αν υπάρχουν κρυφές μεταβλητές, πρέπει να είναι μη τοπικές.

### 3.6 $\text{U}^\pi \text{dhl h T}^\wedge \text{xh}$

Μέχρι τώρα έχουμε ασχοληθεί κυρίως με την παρουσίαση μιας συνεπούς οντολογικής ερμηνείας της κβαντικής μηχανικής. Η μηχανική Βοημιαν εγείρει το ζήτημα της υπέρβασης της τρέχουσας κβαντικής θεωρίας και αναφέρει διάφορες προτάσεις για το σκοπό αυτό. Οι Bohm και Hiley ? εισάγουν μια νέα έννοια της τάξης, την οποία ονομάζουν *implicate order* ή *enfolded order*. Αυτό πρέπει να συγκριθεί με τις σημερινές μας έννοιες της τάξης που βασίζονται στις ιδέες του Descartes που εισήγαγαν συστήματα συντονισμού ακριβώς για τον σκοπό της περιγραφής και εκπροσώπησης της τάξης στις φυσικές διαδικασίες με τη βοήθεια του καρτεσιανού πλέγματος και της εκτεταμένης χρήσης των καμπυλόγραμμων συντεταγμένων που περιγράφουν τι είναι ουσιαστικά μια τοπική τάξη. Ωστόσο, στην κβαντική περιοχή αυτή η τάξη δείχνει την ανικανότητά της να αντιπροσωπεύει φυσικές ιδιότητες οι οποίες αποδίδονται σε σαφώς καθορισμένες δομές και διεργασίες στο χωροχρόνο ενώ παραμένουν εντός του χώρου Hilbert. Για παράδειγμα, η αρχή της αβεβαιότητας υποδηλώνει ότι δεν είναι δυνατόν να δοθεί μια καθοριστεί μια διάταξη στο χωροχρόνο για την κίνηση ενός σωματιδίου κατά μήκος της τροχιάς του. Το γεγονός ότι εξακολουθούμε να χρησιμοποιούμε καρτεσιανές συντεταγμένες οδηγεί σε μια συγκεκριμένη δυσκολία να μιλάμε για το θέμα της τάξης στην κβαντομηχανική.

Το καρτεσιανό πλέγμα και οι καμπυλόγραμμες συντεταγμένες είναι σταθερά χαρακτηριστικά της φυσικής τους τελευταίους αιώνες. Στην κβαντική φυσική όμως, οι φυσικές ιδιότητες δεν μπορούν να οριστούν ανεξάρτητα από αντικείμενα και διαδικασίες, για παράδειγμα η αρχή της αβεβαιότητας εκφράζει την ανεπάρκεια



καθορισμού τόσο της θέσης όσο και της ορμής του σωματιδίου ταυτόχρονα. Αυτή η διαφορά μεταξύ των φυσικών εννοιών (π.χ. σωματίδιο, κύμα, θέση, ορμή) και οι συνέπειες των μαθηματικών εξισώσεων προκύπτουν επειδή οι φυσικές έννοιες εμπλέκονται με την Καρτεσιανή έννοια της τάξης και αυτό παραβιάζει το βασικό περιεχόμενο της κβαντικής μηχανικής. Αυτό που χρειάζεται είναι μια έννοια της τάξης που ενσωματώνει όλες τις έννοιες μιας και ένας τέτοιος συνεπής τρόπος θα πραγματοποιηθεί με τη βοήθεια της έννοιας της υποδηλης τάξης και θα αναπτυχθεί εδώ.

Είναι γενικά αποδεκτό ότι η γενική σχετικότητα και η κβαντική θεωρία δεν έχουν ενοποιηθεί με συνεπή τρόπο. Αυτό φαίνεται λογικό, εφόσον οι βασικές έννοιες της τάξης που προκύπτουν από τη θεωρία της σχετικότητας και την κβαντική μηχανική είναι σε πλήρη αντίθεση. Έτσι, η σχετικότητα απαιτεί συνέχεια, αιτιότητα και την έννοια της τοπικότητας στην κίνηση των σωματιδίων και των πεδίων και η κβαντική μηχανική απαιτεί το ακριβώς αντίθετο. Θα ήταν δυνατόν αυτή η αντίφαση των βασικών εννοιών της σχετικότητας και της κβαντικής θεωρίας να οδηγήσει σε μια ποιοτική νέα ιδέα που θα γεφυρώνει τις αντιθέσεις και θα επιλύει όλες τις δυσκολίες. Ίσως η ένδειξη για το τι μπορεί να είναι αυτή η νέα ιδέα, θα ήταν τα κοινά στοιχεία και όχι οι διαφορές μεταξύ αυτών των εννοιών. Σύμφωνα με αυτή τη σκέψη, το στοιχείο που έχουν κοινό είναι η ποιότητα της αδιαχώριστης ολότητας *textit unbroken wholeness*.

Για να εξηγήσουμε καλύτερα τι σημαίνει αυτό, ας εξετάσουμε πρώτα τη σχετικότητα. Στη σχετικότητα όλες οι δομές πρέπει να νοηθούν ως μορφές ενός γενικευμένου πεδίου το οποίο είναι συνάρτηση όλων των σημείων χωροχρόνου. Στο πλαίσιο αυτό, ένα σωματίδιο πρέπει να αντιμετωπίζεται ως ένας σταθερός παλμός πεπερασμένης έκτασης του πεδίου. Ο παλμός από το κέντρο του μειώνεται με την απόσταση, αλλά ποτέ δεν φτάνει στο μηδέν. Επομένως, τα πεδία όλων των σωματιδίων θα συγχωνευθούν για να σχηματίσουν μια ενιαία δομή που είναι ένα αδιάσπαστο σύνολο. Ομοίως, στην κβαντική μηχανική ακόμη και οι συμβατικές ερμηνείες μιλούν για κβαντικές διεργασίες που συνδέουν διαφορετικά συστήματα με έναν μη αναλύσιμο τρόπο. Οι σύνδεσμοι αυτοί μπορούν κατ' αρχήν να επεκταθούν σε ολόκληρο το σύμπαν, αλλά για πρακτικούς λόγους τα αποτελέσματά τους μπορούν να παραληφθούν σε μεγάλη κλίμακα, έτσι σε κάποια κλασική προσέγγιση μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ένα απλουστευμένο κόσμο που αποτελείται από ξεχωριστά μέρη αλληλεπίδρασης. Για το λόγο αυτό, ο ορισμός των πεδίων είναι μέσω της έννοιας των σημείων χωροχρόνου πάνω σε ένα καρτεσιανό δίκτυο, έτσι ώστε αυτή η τάξη να επιτρέπει τον ορισμό εννοιών όπως την τοπική αλληλεπίδραση μεταξύ πεδίων και γενικών φορέων. Συνοψίζοντας, η σχετικότητα και η κβαντική θεωρία μοιράζονται μια νέα έννοια της τάξης που θα περιλαμβάνει διαφορετικά είδη ολότητας, που θα μπορούσαν να οδηγήσουν σε ένα φυσικό περιεχόμενο που περιλαμβάνει τη σχετικότητα και την κβαντική θεωρία ως όρια.

Το επόμενο βήμα είναι να βρούμε ένα παράδειγμα από την εμπειρία μας που να μπορεί να εκφράσει την ολότητα που παρατηρούμε στη φύση. Η συνηθισμένη Καρτεσιανή τάξη που ισχύει για ξεχωριστά σημεία μπορεί να βρεθεί στη λειτουργία του ολογράμματος. Αυτό που κάνει το ολόγραμμα είναι να δημιουργηθεί μια αντιστοιχία μεταξύ των σημείων του αντικειμένου και των σημείων της εικόνας του. Από την άλλη πλευρά, το ολόγραμμα καθιστά δυνατή την εικόνα ενός αντικειμένου,

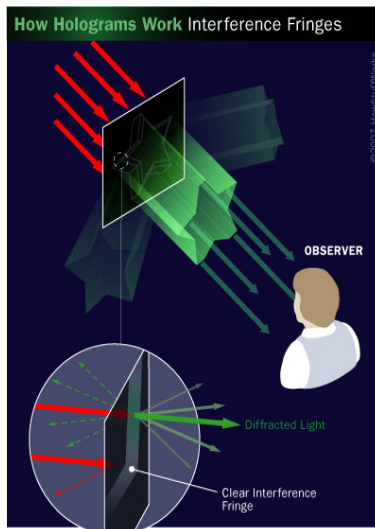


Figure 6: A portion of the incident light scattered in all directions, creates an image in the process and another portion of the light is reflected, from <https://science.howstuffworks.com>

αλλά με εντελώς διαφορετικό τρόπο. Σε ένα ολόγραμμα δεν έχουμε αντιστοιχία μεταξύ σημείων αλλά συνδυασμό απομακρυσμένων περιοχών. Οι περιοχές του ολογράμματος δεν μοιάζουν με το αντικείμενο καθόλου, αλλά δημιουργούν μια εικόνα μόνο όταν είναι κατάλληλα φωτισμένες. Το ολόγραμμα φαίνεται να μην έχει μια τάξη, αλλά μια πιο προσεκτική θεώρηση δείχνει ότι ολόκληρο το αντικείμενο είναι αναδιπλωμένο σε κάθε περιοχή του ολογράμματος αντί να είναι μια μικρογραφία που αναπτύσσεται μέσω του φωτισμού όπως το είδωλο μέσα από έναν φακό. Θα λέμε λοιπόν ότι η τάξη του ολογράμματος είναι *implicate* δηλαδή υπόδηλη. Η τάξη του αντικειμένου καθώς και της εικόνας καθώς την φωτίζουμε θα ξεδιπλωθεί και θα την ονομάσουμε *explainate* δηλαδή έκδηλη. Η διαδικασία με την οποία ένα αντικείμενο μετατρέπεται σε ολόγραμμα θα αποκαλείται *enfoldment* ή *implication*. Ωστόσο, η διαδικασία κατά την οποία η τάξη του ολογράμματος εμφανίζεται στον θεατή θα ονομάζεται *unfoldment* εκδίπλωση. Αυτές οι διαδικασίες συναντώνται αρκετά συχνά, για παράδειγμα όταν βρισκόμαστε σε ένα δωμάτιο, η διάταξη ολόκληρου του δωματίου περιβάλλεται σε μια πολύ μικρή περιοχή του χώρου που βρίσκειται μέσα στο μάτι μας, οι πληροφορίες αυτές επεξεργάζονται από τον εγκέφαλο και το νευρικό μας σύστημα για να προκαλέσουν συνειδητοποίηση της τάξης του δωματίου. Αντίστοιχα, η τάξη ολόκληρου του σύμπαντος περιβάλλεται σε μικρές περιοχές των τηλεσκοπίων και των συσκευών μέτρησης, η οποία στη συνέχεια συνειδητοποιείται από μας. Το γεγονός ότι το φως και άλλες ουσίες, οι οποίες είναι το μέσο παρατήρησης ολόκληρου του σύμπαντος, συνεχώς ξεδιπλώνουν το σύνολο είναι κρίσιμης σημασίας για την ικανότητά μας να μάθουμε για το σύμπαν.

Σύμφωνα με το ?, σχεδόν όλοι οι νόμοι της κίνησης στην κβαντική μηχανική αντιστοιχούν στην επένδυση και την ανάπτυξη. Ιδιαίτερα, η εξέλιξη της συνάρτησης κύματος σε ένα χρόνο  $\psi(x, t)$  καθορίζεται ως ο πολλαπλασιαστής ή η λειτουργία του πράσινου  $K(x', t')$  μέσω της εξίσωσης:

$$\psi(x, t) = \int K(x', t') \psi(x', t') dx' \quad (84)$$

Η συνάρτηση κύματος σε  $x, t$  υπολογίζεται ως το άθροισμα των συνεισφορών από το σύνολο των  $x'$  σε προηγούμενη χρονική στιγμή  $t'$  σταθμισμένη με τον συντελεστή  $K(x', t')$ . Μπορούμε συνεπώς να συμπεράνουμε ότι η περιοχή κοντά στο  $x$  περιλαμβάνει συνεισφορές από όλο τον χώρο από άλλες χρονικές στιγμές. Το αντίστροφο είναι επίσης αληθές, κάθε περιοχή κοντά στο  $x'$  θα ξεδιπλωθεί σε ολόκληρο το χώρο  $x$  με τον συντελεστή στάθμισης  $K(x', t')$ . Η εικόνα της κίνησης ενός σωματιδίου είναι ότι τα κύματα από ολόκληρο τον χώρο περιλαμβάνουν και παρεμβαίνουν για να καθοδηγήσουν το σωματίδιο σε κάθε περιοχή και τα κύματα από κάθε περιοχή ή σωματίδιο ακτινοβολούν ή ξεδιπλώνονται πίσω σε ολόκληρο τον χώρο (σχήμα 3.6). Αν και η λειτουργία των Γρεεν συναρτήσεων έχει προκύψει από την Καρτεσιανή τάξη με την επίλυση των διαφορικών εξισώσεων, μπορούμε να υιοθετήσουμε μια άποψη ότι οι συναρτήσεις Γρεεν είναι πιο βασικές από τις διαφορικές εξισώσεις και επομένως η σειρά εμπλοκής και εκδίπλωσης θα είναι θεμελιώδης ενώ η καρτεσιανή τάξη θα έχει περιορισμένη σημασία. Η διαδικασία της επικάλυψης και του ξεδιπλώματος είναι πολύ κοντά με μια ήδη γνωστή αρχή του Huygens όπου τα κύματα από κάθε σημείο ξετυλίγονται και ταυτόχρονα τα κύματα από πολλά σημεία εμπλέκονται για να δημιουργήσουν ένα νέο κύμα. Έτσι, η μία διαδικασία περιλαμβάνει τόσο την επικάλυψη όσο και την ξεδίπλωση, μόνο όταν επικεντρωνόμαστε σε ένα μέρος που οδηγούμε να τις θεωρήσουμε ξεχωριστές. Είναι η κατασκευή του Huygens που είναι στη βάση των γραφημάτων Feynman που χρησιμοποιούνται ευρέως. Για να εξηγήσουμε τη σχέση μεταξύ της αρχής του Huygens και των γραφημάτων του Feynman, ας εξετάσουμε το ακόλουθο παράδειγμα διάδοσης των κυμάτων από το σημείο P στο σημείο X. Όπως βλέπουμε στο σχήμα, σε ένα χρονικό διάστημα  $\Delta t$  υπάρχει μια πιθανή διαδρομή από P σε P' και σε ένα δεύτερο χρονικό διάστημα από P' σε P'' και ούτω καθεξής. Μέσω αυτής της κατασκευής, το μονοπάτι τελικά φτάνει στο X. Η αρχή του Huygens υποδηλώνει ότι τα κύματα που φτάνουν στο X από το Π αναπτύσσονται από τις συμβολές από κάθε δυνατή διαδρομή. Αυτό είναι το σημείο εκκίνησης των γραφημάτων του Feynman. Βλέπουμε ότι ο Feynman στο ? ήθελε να θεωρήσει αυτά τα μονοπάτια ως πραγματικές τροχιές των σωματιδίων, αλλά αυτό το γεγονός δεν θα ήταν συνεπές, καθώς τα κύματα από διάφορες συνεισφορές μπορούν να παρεμβαίνουν τόσο καταστροφικά όσο και εποικοδομητικά. Αντίθετα, μπορούμε να θεωρήσουμε κάθε διαδρομή που αντιπροσωπεύει μια συμβολή στο εύρος του πεδίου, όπως προτείνει ο Huygens. Επομένως, όλα τα μονοπάτια εμπλέκονται στο X ή εναλλακτικά όλα τα μονοπάτια ξεδιπλώνονται από το Π και μερικά παρεμβαίνουν εποικοδομητικά για να οδηγήσουν σε P' και ούτω καθεξής.

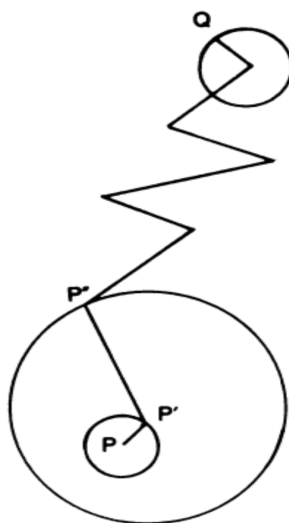


Figure 7: Feynman's graphs and Huygens' principle from ? p. 356

## 4 Επίλογος

Σε αυτό το έργο σκοπεύαμε να δείξουμε τα πιο σημαντικά ζητήματα που προβληματίζουν τους επιστήμονες και τους φιλοσόφους της κβαντικής μηχανικής. Έχει καταστεί προφανές ότι αυτά τα ζητήματα απέχουν πολύ από την επίλυσή τους. Ωστόσο, έχουν προταθεί πληθώρα λύσεων και μερικές από αυτές έχουν παρουσιαστεί σε αυτό το κείμενο, όπως η θεωρία του Βοηρ. Σε αυτή την ενότητα θα κάνουμε μια περίληψη αυτών των θεμάτων και θα αναφέρουμε κάποια συμπεράσματα.

Ξεκινώντας από τον Βοηρ, υποστήριζε δύο απόψεις. Η πρώτη ήταν ότι ένα άτομο είναι σταθερό μόνο σε ορισμένα ενεργειακά επίπεδα. Η δεύτερη άποψη ήταν ότι η μετάβαση από το ένα επίπεδο στο άλλο είναι υπεύθυνη για την εκπομπή ή την απορρόφηση ενός φωτονίου με ενέργεια  $h\nu$ . Μίλησε επίσης για την έννοια της συμπληρωματικότητας που ισχυρίζεται ότι υπάρχουν φαινόμενα που είναι συμπληρωματικά τα οποία δεν μπορούν να συμβούν ταυτόχρονα. Για παράδειγμα, η συμπληρωματικότητα δηλώνει ότι η μέτρηση της θέσης και της ορμής δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί ταυτόχρονα και αυτό το γεγονός εκφράζεται από την κατάσταση αβεβαιότητας του Ηεισενβεργ. Ο Βοηρ πίστευε ότι η συμπληρωματικότητα είναι ζωτικής σημασίας για την κατανόηση των κβαντικών φαινομένων.

Το επόμενο ζήτημα που προβληματίσε τους επιστήμονες κατά τη δεκαετία του 1920 ήταν το πρόβλημα της μέτρησης. Δεν μπορούσαν να εξηγήσουν το γεγονός ότι η θεωρία της κβαντικής μηχανικής προβλέπει ότι η κατάσταση της συσκευής μέτρησης πρέπει να είναι σε υπέρθεση διαφορετικών αποτελεσμάτων. Για να αντιμετωπίσει αυτό το πρόβλημα, ο John von Neumann πρότεινε μια λύση στην οποία η συνάρτηση κύματος 'καταρρέει' στιγμιαία σε ένα από τα πιθανά αποτελέσμα-

τα. Σύμφωνα με τον von Neumann, αυτή η διαδικασία συμβαίνει κάθε φορά που η συνείδηση του παρατηρητή μετρά ένα κβαντικό αντικείμενο. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι διανοητικές αλληλεπιδράσεις είναι το μοναδικό είδος αλληλεπιδράσεων που δεν μπορούν να περιγραφούν από την κβαντική μηχανική και επομένως μόνο αυτοί είναι σε θέση να προκαλέσουν την κατάρρευση της λειτουργίας των κυμάτων. Ωστόσο, η ερμηνεία της Κοπεγχάγης δεν εξηγεί με ακρίβεια ποια μέρη αποτελούν τη συσκευή μέτρησης και ποιο το ίδιο το κβαντικό σύστημα. Ο Bell υποστήριξε ότι ο διαχωρισμός μεταξύ του κβαντικού συστήματος και της συσκευής μέτρησης είναι αυθαίρετος. Έτσι, αυτό που θεωρούμε ως ένα σύστημα μπορεί πάντα να αλλάξει, ώστε να μπορέσουμε να το μεγεθύνουμε για να συμπεριλάβουμε αυτό που προηγουμένως ορίσαμε ως συσκευή, αλλά στη συνέχεια χρειαζόμαστε κάτι εξωτερικό για το διευρυμένο σύστημα για να εξασφαλίσουμε την κατάρρευση της κυματικής συνάρτησης του διευρυμένου συστήματος. Το επόμενο θέμα που εξετάσαμε ήταν το επιχείρημα της ΕΙΠ. Βασιζόμενη εν μέρει σε ασυμβίβαστες μεταβλητές (δηλαδή, μεταβλητές που ικανοποιούν τη σχέση αβεβαιότητας) και σε επιχειρήματα σχετικά με την τοποθεσία και τη δυνατότητα διαχωρισμού της θεωρίας, η ΕΙΠ προσπάθησε να δείξει ότι η κβαντική μηχανική είναι ατελής. Φτάνουν στην κατανόηση ότι η συνάρτηση κύματος δεν είναι σε θέση να εκχωρήσει συγκεκριμένες τιμές σε ασυμβίβαστες μεταβλητές. Για το λόγο αυτό οδηγήθηκαν στο συμπέρασμα ότι η κβαντική μηχανική περιγραφή του συστήματος από την άποψη της κυματοσυνάρτησης είναι ελλιπής. Υποστήριξαν επομένως την άποψη ότι υπάρχουν γεγονότα σχετικά με τις καταστάσεις των σωματιδίων που δεν γνωρίζουμε και δεν ενσωματώνονται στη λειτουργία των κυμάτων. Αυτά τα γεγονότα ονομάζονται κρυφές μεταβλητές. Συνεπώς, η ερμηνεία της κβαντικής μηχανικής από την Κοπεγχάγη μπορεί να πει ελάχιστα για την ίδια την πραγματικότητα. Φιλοσοφικά, δεν δίνει αυτό που μπορεί να ονομαστεί οντολογία για το κβαντικό σύστημα. Από την άλλη πλευρά, η οντολογία της μηχανικής Bohmian είναι πολύ απλή: όλα αποτελούνται από σωματίδια με μια καλά καθορισμένη θέση, καθοδηγούμενη από το κύμα. Για τη θέση Bohm διαδραματίζει θεμελιώδη ρόλο στη θεωρία του και γι αυτό απέδειξε ότι οι μετρήσεις των μεταβλητών είναι ουσιαστικά μετρήσεις θέσης. Επιπλέον, τα ηλεκτρόνια είναι σωματίδια των οποίων οι τροχιές καθοδηγούνται από ένα πιλοτικό πεδίο το οποίο είναι η λύση της εξίσωσης Σρεδινγκερ. Επίσης, ο μη τοπικός χαρακτήρας της μηχανικής Bohmian οφείλεται στο κβαντικό δυναμικό του συστήματος σωματιδίων  $N$ . Το κβαντικό δυναμικό είναι υπεύθυνο για τις στιγμιαίες και μη τοπικές αλλαγές στις τροχιές των σωματιδίων. Για να καταστήσουμε τα πράγματα πιο ξεκάθαρα, ας δούμε μερικές διαφορές και ομοιότητες μεταξύ της μηχανικής Bohmian και της κλασικής φυσικής:

#### 1. Διαφορές

(α') **Kbantik olì thta**: Λόγω της παρουσίας του όρου  $Q(x, t)$  στην κβαντική εξίσωση Hamilton-Jacobi, μπορούμε να υποθέσουμε ότι οι τροχιές Bohmian εξαρτώνται όχι μόνο από το κλασικό δυναμικό  $V(x, t)$  αλλά και από το κβαντικό δυναμικό  $Q(x, t)$ , το οποίο είναι συνάρτηση του  $R(x, t)$ . Επομένως, είναι το σχήμα και όχι η απόλυτη τιμή του  $R(x, t)$  που ενεργεί σε κάθε μεμονωμένη κβαντική τροχιά. Αντίθετα στις κλασικές τροχιές δεν ισχύει κάτι τέτοιο.

## 2. Ομοιότητες

- (α') Στην κλασική εκδοχή καθώς και στην κβαντική εξίσωση Hamilton-Jacobi, μόνο η αρχική θέση πρέπει να καθοριστεί επειδή η αρχική ταχύτητα καθορίζεται από το χωρικό παράγωγο της συνάρτησης δράσης  $S$ . Επιπλέον, για μία συγκεκριμένη Hamiltonian, ακόμη και αν κάποιος καθορίσει μια συγκεκριμένη θέση τότε είναι πιθανό να αποκτήσουν διαφορετικές αρχικές ταχύτητες.

Η διαδικασία μέτρησης στην μηχανική Bohmian αντιμετωπίζεται όπως οποιαδήποτε άλλη κβαντική διαδικασία των αλληλεπιδρώντων σωματιδίων που καταλαμβάνουν ορισμένες θέσεις. Έτσι, οι προηγούμενες δυσκολίες μέτρησης της ερμηνείας της Κοπεγχάγης απαλείφονται. Το κβαντικό σύστημα είναι μια συλλογή μιας τροχιάς πολλών σωματιδίων καθώς και μια λειτουργία πολλών σωματιδιακών κυμάτων. Η συνάρτηση κύματος και η τροχιά συνδέονται με ολόκληρο το σύστημα, δηλαδή το κβαντικό σύστημα συν τη συσκευή μέτρησης. Έτσι, υπάρχει ένας δυναμικός νόμος για την εξέλιξη της λειτουργίας των κυμάτων και ένας άλλος για την εξέλιξη της τροχιάς:

1. Ο δυναμικός νόμος της εξίσωσης Σρεδινγκερ εμπλέκει τον Χαμιλτονιαν του κβαντικού συστήματος συν τη συσκευή μέτρησης και καθορίζει την εξέλιξη του χρόνου της λειτουργίας του κύματος ανεξάρτητα από το εάν λαμβάνει χώρα ή όχι μια διαδικασία μέτρησης.
2. Η κίνηση του σωματιδίου, η οποία είναι η τροχιά του, καθορίζεται από την ενσωμάτωση της ταχύτητας Bohmian στο χρόνο. Είναι ανεξάρτητο από το εάν λαμβάνει χώρα ή όχι μια διαδικασία μέτρησης.

Για παράδειγμα, ας θεωρήσουμε ότι κάποιο είδος δείκτη καθορίζει τη μετρούμενη ποσότητα. Η Hamiltonian του συστήματος θα περιλαμβάνει επίσης τους βαθμούς ελευθερίας των σωματιδίων που συνθέτουν το δείκτη. Όταν οι τροχιές που σχετίζονται με τις θέσεις του δείκτη είναι γνωστές, τότε η τιμή της μέτρησης προβλέπεται. Χρειαζόμαστε απλώς γνώση της θέσης των σωματιδίων δείκτη. Έτσι, πρέπει να εισαγάγουμε στη Hamiltonian την αλληλεπίδραση των σωματιδίων του δείκτη με τα υπόλοιπα σωματίδια του συστήματος. Ωστόσο, ένας δείκτης σε μια συσκευή μέτρησης είναι ένα μακροσκοπικό αντικείμενο ο οποίος αποτελείται από αριθμό σωματιδίων της τάξης του Αουγαδρο (*perrou*  $10^{23}$  σωματίδια) έτσι θα ήταν αδύνατο να προσομοιωθεί ένας τέτοιος μεγάλος αριθμός σωματιδίων και να γνωρίζουμε ακριβώς όλες τις "θέσεις των δεικτών".

Ας στρέψουμε την προσοχή μας στην Καρτεσιανή τάξη που έχει αποδείξει τα όριά της λόγω της ανικανότητας της να δώσει συγκεκριμένη περιγραφή της κβαντικής πραγματικότητας χωρίς να οδηγήσει σε παράδοξα. Ο καρτεσιανισμός έχει δείξει την ανεπάρκεια του να συμβαδίσει με την εξέλιξη των σύγχρονων θεωριών όπως η κβαντική μηχανική και η θεωρία της σχετικότητας λόγω της μη μηχανιστικής άποψης. Λαμβάνοντας υπόψη την ιστορική εξέλιξη των επιστημονικών θεωριών του 20ου αιώνα μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι οι αλλαγές που έγιναν σε αυτές τις θεωρίες μπορούν να συσχετιστούν στενά. Οι συσχετισμοί δεν δικαιολογούνται

μόνο από τη σύμπτωση, αλλά προέρχονται από ταραχές διαδικασίες επιστημονικής έρευνας και παράδοξα στα μαθηματικά και τη φυσική. Ο πιο χαρακτηριστικός συσχετισμός έχει να κάνει με το ρόλο του παρατηρητή στην κβαντομηχανική καθώς και στα ιντουισιονιστικά μαθηματικά του Βρουωερ. Και στις δύο περιοχές ο παρατηρητής γίνεται αναπόσπαστο στοιχείο και ένας σημαντικός παράγοντας της επιστημονικής δραστηριότητας μέσω της πράξης παρατήρησης στη φυσική ή ως μέρος στη δημιουργία μαθηματικών ιδεών. Για τον Βρουωερ ? τα μαθηματικά θεωρούνται πνευματική δραστηριότητα των ανθρώπων και έτσι η αλήθεια μιας μαθηματικής δήλωσης είναι ένας υποκειμενικός ισχυρισμός. Αυτή η άποψη για τα μαθηματικά έρχεται σε αντίθεση με τη κυρίαρχη άποψη στα πρώτα χρόνια του 20ού αιώνα. Για έναν ιντουισιονιστή, η ανακάλυψη ενός μαθηματικού αντικειμένου είναι ανεξάρτητη από το αν υπάρχει αυτό το αντικείμενο στην πραγματικότητα, τα μαθηματικά δεν αποκαλύπτουν απαραίτητως κάποια βαθιά πραγματικότητα του κόσμου. Πέρα από αυτό, ο ιντουισιονιστής αναγκάζεται να απορρίψει ορισμένες από τις υποθέσεις της κλασικής λογικής. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η ύπαρξη ενός αντικειμένου δεν μπορεί να αποδειχθεί με την άρνηση της ανυπαρξίας του. Το γεγονός αυτό οδήγησε τον Αρενδ Χεψτινγ ? στην ανακάλυψη της Ιντουισιονιστικής λογικής. Η διαισθητική λογική είναι ένα σύστημα συμβολικής λογικής που απορρίπτει το νόμο της εξαιρούμενης μέσης και της εξάλειψης της διπλής άρνησης και επομένως είναι ένα γενικότερο σύστημα απαγωγικής συλλογιστικής.

Η ίδια αφήγηση μπορεί να εφαρμοστεί στην περίπτωση των φυσικών θεωριών. Οι φυσικές θεωρίες είναι η ανακάλυψη της ανθρώπινης γνώσης. Έτσι, είναι μια κατανόηση του κόσμου από μια συγκεκριμένη προοπτική. Αυτή η απλή δήλωση είναι σε θέση να αναδιατυπώσει τις φυσικές θεωρίες σε μια πιο ρεαλιστική βάση, στην οποία η συνάφεια παίζει σημαντικό ρόλο. Μια αναδιατύπωση των φυσικών θεωριών με βάση τη διαισθητική λογική μας παρέχει ένα γενικότερο και ένα από τα συμφοραζόμενα εξαγόμενο υπόβαθρο πάνω στο οποίο μπορούμε να κάνουμε φυσική. Αυτή η αναδιατύπωση ξεκίνησε από τους CJ Isham, J. Butterfield και J. Hamilton, ?, ?, ? οι οποίοι χρησιμοποίησαν το μαθηματικό πλαίσιο της θεωρίας τόπων. Αυτή η θεωρία είναι μία επέκταση των μαθηματικών που ονομάζεται θεωρία κατηγοριών. Η θεωρία των τόπων και η θεωρία των κατηγοριών είναι μια γενική μαθηματική θεωρία δομών που αποτελείται από αντικείμενα και βέλη μεταξύ τους. Αυτές οι θεωρίες μας παρέχουν κατηγορίες ή σύμπαντα λόγου και μεθόδους για τη μετάβαση από το ένα στο άλλο.

Σε αυτό το έργο παρουσιάσαμε την ιστορική εξέλιξη της κβαντικής μηχανικής κατά το πρώτο μισό του 20ου αιώνα. Μέσω αυτής της προσπάθειας καταλήξαμε να καταλάβουμε ότι η αλήθεια ενός επιχειρήματος σχετικά με ένα κβαντικό αντικείμενο εξαρτάται από τον τρόπο με τον οποίο μετρείται. Αυτό το γεγονός για τα κβαντικά φαινόμενα μας λέει ότι δεν υπάρχουν προηγούμενες ιδιότητες μέτρησης, αλλά το κβαντικό αντικείμενο μαζί με τη συσκευή μέτρησης δημιουργούν μια φυσική πραγματικότητα που είναι απρόβλεπτη. Επομένως, κάθε περιγραφή που δεν λαμβάνει υπόψη ότι η κβαντική πραγματικότητα είναι σε συνεχή σχηματισμό και ανάπτυξη από το υπόλοιπο σύμπαν, δεν μπορεί να είναι πλήρης. Για το λόγο αυτό, πιστεύουμε ότι μια μελέτη μιας κατηγορικής προσέγγισης της φυσικής θα μπορούσε να μας επιτρέψει να κατανοήσουμε τις φυσικές θεωρίες σε διαφορετικά πειραματικά και ιστορικά πλαίσια.