

Άσκηση 4

Μέτρηση του ενεργειακού χάσματος του Ge με τη μέθοδο της θερμοκρασιακής εξάρτησης της αγωγιμότητας

4.1. Σκοπός.

Υπολογισμός του ενεργειακού χάσματος του Ge μελετώντας την εξάρτηση της ενδογενούς αγωγιμότητας από τη θερμοκρασία σε μη εμπλουτισμένο κρύσταλλο Ge.

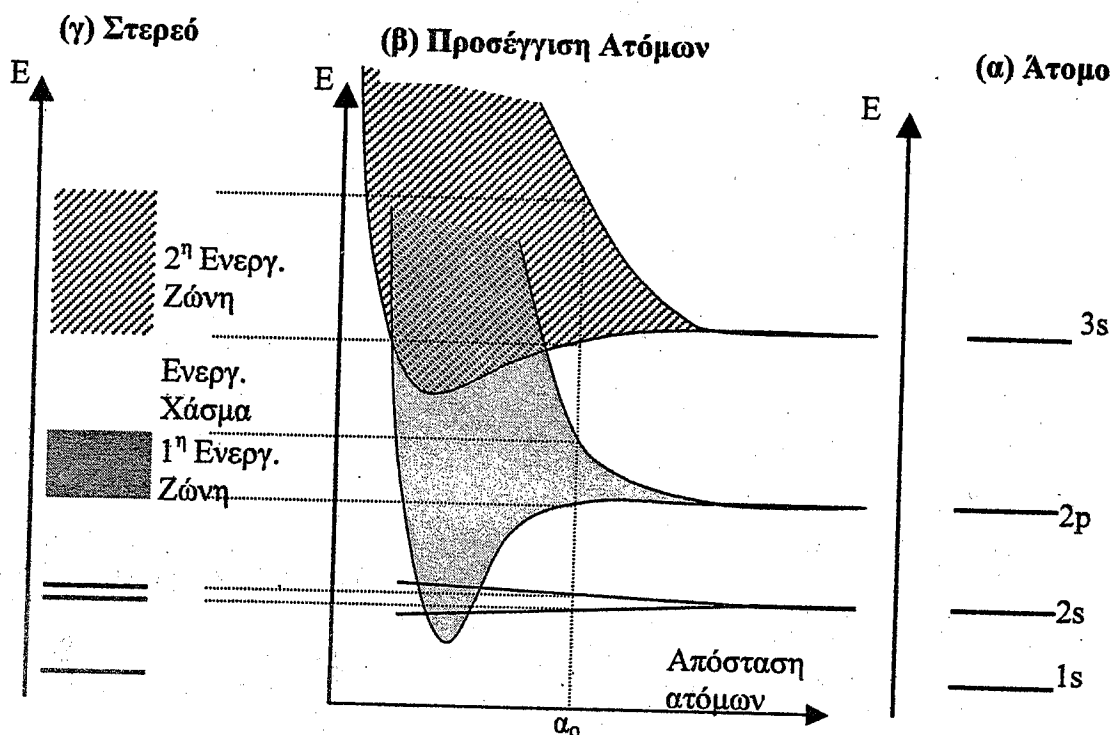
4.2. Γενικά

4.2.1. Εισαγωγή

Τα κρυσταλλικά στερεά διακρίνονται ανάλογα με τις ηλεκτρικές τους ιδιότητες σε τρεις κατηγορίες: α) μέταλλα (τα οποία άγουν τον ηλεκτρισμό μέσω ελεύθερων ηλεκτρονίων), β) μόνωτές (οι οποίοι δεν άγουν τον ηλεκτρισμό διότι τα ηλεκτρόνια τους είναι δέσμια στα άτομα που τους αποτελούν), και γ) ημιαγωγούς, των οποίων η αγωγιμότητα εξαρτάται από διάφορους παράγοντες, όπως: i) τον εμπλουτισμό με φορείς, ii) τη μορφή που έχει το ηλεκτρονιακό ενεργειακό διάγραμμα και iii) τη κατάληψη των ενεργειακών ζωνών από ηλεκτρόνια. Για μη εμπλουτισμένους ημιαγωγούς (στη πραγματικότητα μικρή συγκέντρωση εμπλουτισμένων φορέων και ατελειών) και σε μια μεγάλη περιοχή θερμοκρασιών, η ηλεκτρική αγωγιμότητα καθορίζεται μόνο από τις δύο τελευταίες αιτίες.

4.2.2. Το ενεργειακό διάγραμμα των στερεών

Το ενεργειακό διάγραμμα των ελεύθερων ατόμων αποτελείται από διακριτές ενεργειακές στάθμες όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.1(α).



Σχήμα 4.1. Η διακριτή ενεργειακή δομή των ατόμων σε αντιπαράθεση με την συνεχή, κατά διαστήματα, ενεργειακή δομή των στερεών. Το πλάτος των ζωνών καθορίζεται από την απόσταση α_0 που προσεγγίζουν τα άτομα στον κρύσταλλο (πλεγματική σταθερά), και από τη μεταξύ τους αλληλεπίδραση.

Όταν τα άτομα πλησιάσουν ώστε να σχηματίσουν μια στερεά δομή, τα εξωτερικά ηλεκτρόνια των ατόμων ή όπως αλλιώς λέγονται ηλεκτρόνια σθένους, παύουν να είναι πλήρως εντοπισμένα στα επιμέρους άτομα και υπόκεινται σε ένα μέσο ηλεκτροστατικό δυναμικό που οφείλεται στους ακίνητους πυρήνες και στο σύνολο των ηλεκτρονίων που συνθέτουν τον κρύσταλλο. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα οι κυματοσυναρτήσεις των ηλεκτρονίων σθένους να υφίστανται ισχυρή παραμόρφωση. Επιπλέον, η ίδια κβαντική κατάσταση (όπως αυτή προσδιορίζεται από τις ιδιοτιμές της ενέργειας (E), της κρυσταλλικής ορμής (k, βλ. *Επόμενη Παράγραφο*), και του spin (s) του ηλεκτρονίου), δεν μπορεί να καταληφθεί από περισσότερα του ενός ηλεκτρόνια, σύμφωνα με την εμπειρικά διαπιστωμένη "απαγορευτική αρχή" του Pauli. Έτσι οι διακριτές ενεργειακές καταστάσεις των εξώτερων ηλεκτρονίων σθένους διασπώνται σ' ένα πλήθος ενεργειακών σταθμών. Ο αριθμός αυτών των σταθμών καθορίζεται από τον αριθμό των ηλεκτρονίων σθένους σε ένα στερεό που είναι της τάξης του αριθμού των ατόμων του, δηλαδή του αριθμού του Avogadro, $N_A=10^{23}$. Επειδή ο αριθμός αυτός είναι πάρα πολύ μεγάλος, οι ενεργειακές στάθμες των ηλεκτρονίων στα στερεά είναι τόσο κοντά η μια στην άλλη, ώστε το ενεργειακό διάγραμμα να μην έχει πλέον διακριτό χαρακτήρα αλλά να παίρνει τη μορφή ενεργειακών ζωνών, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.1(β,γ). Μεταξύ των ενεργειακών ζωνών υπάρχουν ενίοτε απαγορευμένες περιοχές στις οποίες δεν υπάρχουν επιτρεπόμενες ενεργειακές στάθμες. Αυτές οι περιοχές καλούνται **ενεργειακά χάσματα**. Όπως φαίνεται και από το Σχήμα 4.1(β) όσο μικρότερη η απόσταση που πλησιάζουν τα άτομα και όσο ισχυρότερη η μεταξύ τους αλληλεπίδραση, τόσο πιο

έντονη είναι η παραμόρφωση στις κυματοσυναρτήσεις των ηλεκτρονίων σθένους, τα οποία παύουν να είναι εντοπισμένα στα επιμέρους άτομα αλλά εκτείνονται σε μεγάλες αποστάσεις μέσα στον κρύσταλλο. Η τελική μορφή που παίρνει το ενεργειακό διάγραμμα του στερεού (Σχήμα 4.1γ), προσδιορίζεται από την πλεγματική σταθερά, a_0 , του κρυστάλλου δηλαδή την απόσταση των ατόμων στη κρυσταλλική δομή. Αντίθετα με τα ηλεκτρόνια σθένους, τα ηλεκτρόνια στο εσωτερικό του ατόμου τα οποία καταλαμβάνουν και τις χαμηλότερες ενεργειακά στάθμες, επηρεάζονται πολύ λιγότερο από τα πλησιέστερα άτομα. Έτσι οι ενεργειακές τους στάθμες παραμένουν σχετικά διακριτές.

Οι κυματοσυναρτήσεις $\psi(\mathbf{r})$ των ηλεκτρονίων σ' ένα κρυσταλλικό στερεό περιγράφονται από την εξίσωση του Schrödinger:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\mathbf{r}) \right] \psi(\mathbf{r}) = E \psi(\mathbf{r}) \quad (4.1),$$

όπου $V(\mathbf{r})$ το μέσο κρυσταλλικό δυναμικό που βλέπουν τα ηλεκτρόνια και E οι ενέργειές τους. Η συνάρτηση του δυναμικού έχει τη περιοδικότητα του πλέγματος, άρα:

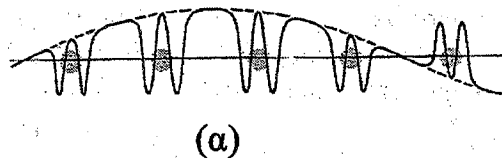
$$V(\mathbf{r}+\mathbf{R}) = V(\mathbf{r}) \quad (4.2),$$

όπου \mathbf{R} είναι τυχαίο πλεγματικό άνυσμα.

Σύμφωνα με το θεώρημα του Bloch, οι λύσεις της εξίσωσης (4.1) για το περιοδικό δυναμικό (4.2) δίνονται από την ακόλουθη έκφραση:

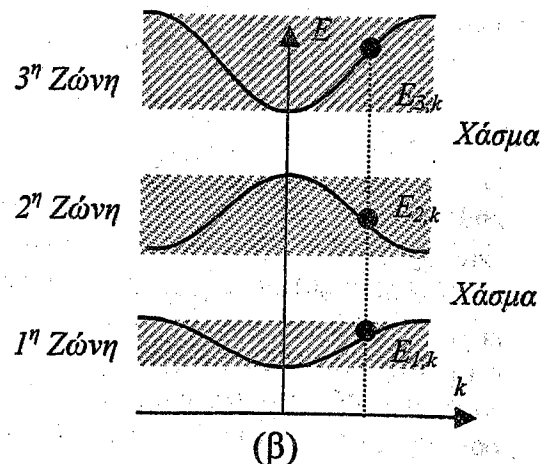
$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \quad (4.3).$$

Η μορφή (4.3) των κυματοσυναρτήσεων των ηλεκτρονίων είναι επίπεδα κύματα $e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}$ με κυματόνυσμα \mathbf{k} σε τυχαία διεύθυνση, τα οποία υφίστανται τοπικές περιοδικές διαταραχές $u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ κοντά στα άτομα. Σχηματική παράσταση αυτής της ηλεκτρονικής κυματοσυνάρτησης φαίνεται στο Σχήμα 4.2α. Όταν τα ηλεκτρόνια κινούνται σε άλλη διεύθυνση (διαφορετικό \mathbf{k}), συναντούν άτομα σε διαφορετικές ενδο-αποστάσεις και επομένως οι κυματοσυναρτήσεις τους, εν γένει, μεταβάλλονται. Αντίστοιχα οι ενέργειές τους, όπως προκύπτουν από την επίλυση της εξίσωσης του Schrödinger (4.1), εξαρτώνται από το \mathbf{k} . Η μορφή λοιπόν που περιγράφονται οι ενεργειακές στάθμες των ηλεκτρονίων είναι συνάρτηση στο χώρο- \mathbf{k} . Συχνά, για πρακτικούς λόγους, το ενεργειακό διάγραμμα ενός στερεού περιγράφεται σε μια ή περισσότερες διευθύνσεις. Μια τέτοια παράσταση $E(\mathbf{k})$ δίνεται για παράδειγμα στο Σχήμα 4.2β στο οποίο απεικονίζονται οι τρεις πρώτες ενεργειακές ζώνες ενός στερεού. Αυτό σημαίνει ότι για κάθε τιμή του \mathbf{k} υπάρχουν αντίστοιχα πολλές διακριτές τιμές ενέργειας που μπορούν να πάρουν τα ηλεκτρόνια, οι οποίες παριστάνονται ως E_1, E_2, \dots, E_k .



(α)

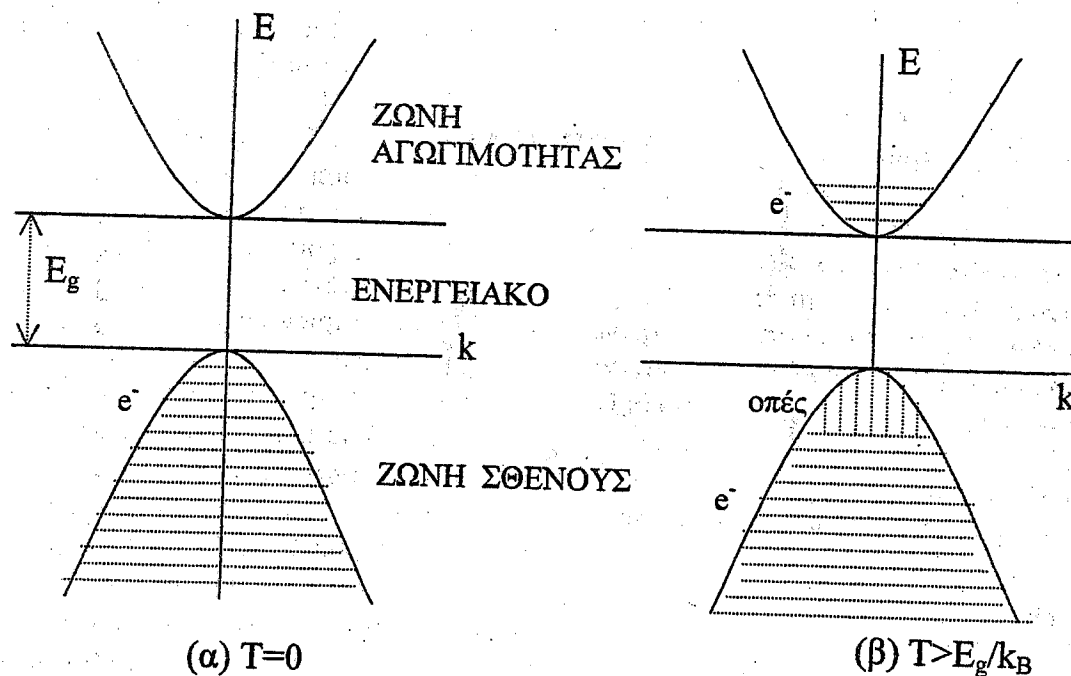
Σχήμα 4.2. (α) Η κυματοσυνάρτηση των ηλεκτρονίων σθένους στα στερεά με τη μορφή επίπεδων κυμάτων $e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}$ (ομαλή διακεκομμένη καμπύλη) τα οποία υφίστανται ισχυρή παραμόρφωση $u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ κοντά στα άτομα του στερεού (συνεχής καμπύλη). (β) Μορφή του ενεργειακού διαγράμματος σε μια διεύθυνση k .



(β)

Στη πραγματικότητα, η περιοχή τιμών του k που απαιτείται για την αναπαράσταση του ενεργειακού διαγράμματος δεν είναι άπειρη, αλλά περιορίζεται εντός της πρώτης ζώνης Brillouin (FBZ). Η FBZ είναι η θεμελιώδης κυψελίδα στο αντίστροφο κρυσταλλικό πλέγμα. Με κατάλληλη μετατόπισή της κατά ανύσματα G του αντιστρόφου κρυσταλλικού πλέγματος περιγράφεται όλος ο αντίστροφος κρυσταλλικός χώρος· έτσι, για κάθε κυματόνυμα k' που βρίσκεται εκτός της FBZ, υπάρχει αντίστοιχο k εντός των ορίων της, τέτοιο ώστε $k' = k + G$. Άμεση απόρροια της συμμετρίας του κρυστάλλου είναι ότι η κυματοσυνάρτηση και η ενέργεια του ηλεκτρονίου με κυματόνυμα k' είναι ταυτόσημες με αυτές που έχει ένα ηλεκτρόνιο με κυματόνυμα k . Ας πάρουμε για παράδειγμα τη διεύθυνση $[001]$ στους κρυστάλλους που έχουν την απλή κυβική δομή. Η πρώτη ζώνη Brillouin περιορίζεται στη περιοχή $-\pi/a < k \leq \pi/a$. Επιπλέον λόγω συμμετρίας αντιστροφής του κρυστάλλου ισχύει ότι $E_n(k) = E_n(-k)$. Άρα, μια περιοχή κυματαριθμών $0 \leq k \leq \pi/a$ επαρκεί για να περιγράψει το ενεργειακό διάγραμμα του απλού κυβικού κρυστάλλου στη συγκεκριμένη διεύθυνση $[001]$.

4.2.3. Το ενεργειακό διάγραμμα των ημιαγωγών - Ζώνη σθένους και ζώνη αγωγιμότητας.

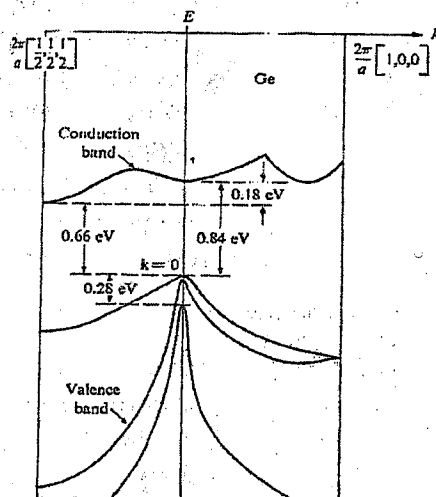


Σχήμα 4.3. Ζώνες αγωγιμότητας, σθένους και ενεργειακό χάσμα σε ημιαγωγούς.

Στο Σχήμα 4.3 διακρίνεται τμήμα από το ενεργειακό διάγραμμα ενός ημιαγωγού με επιτρεπόμενες ενεργειακές στάθμες και ενεργειακά χάσματα. Στους ημιαγωγούς, και σε θερμοκρασία απολύτου μηδενός $T=0K$ (Σχ. 4.3.α), τα ηλεκτρόνια σθένους συμπληρώνουν πλήρως την υψηλότερη κατειλημμένη ενεργειακή ζώνη η οποία και ονομάζεται ζώνη σθένους. Σ' αυτή τη ζώνη τα ηλεκτρόνια είναι δέσμια στα άτομα και δεν συνεισφέρουν στην αγωγιμότητα. Η επόμενη προς τα πάνω ενεργειακή ζώνη, που λέγεται ζώνη αγωγιμότητας, είναι τελείως κενή. Καθώς η θερμοκρασία αυξάνει τα ηλεκτρόνια αποκτούν θερμική ενέργεια. Όταν η ενέργεια αυτή γίνει ίση ή μεγαλύτερη από το ενεργειακό χάσμα E_g , τα ηλεκτρόνια διεγείρονται στη ζώνη αγωγιμότητας όπως φαίνεται στο Σχ. 4.3.β. Τα ηλεκτρόνια στη ζώνη αυτή είναι κατά

βάση αποδεσμευμένα από τα επιμέρους άτομα και κινούνται ελεύθερα στον κρύσταλλο. Κάθε ηλεκτρόνιο που μεταπίπτει στη ζώνη αγωγιμότητας αφήνει στη θέση του μια οπή. Οι οπές είναι κενές θέσεις ηλεκτρονίων στο κρυσταλλικό πλέγμα οι οποίες μπορούν να μετακινούνται καθώς καταλαμβάνονται από ηλεκτρόνια. Παρ' όλο που η αγωγιμότητά τους οφείλεται σε μετακινήσεις ηλεκτρονίων, οι οπές συμπεριφέρονται σαν θετικά φορτία. Ηλεκτρόνια στη ζώνη αγωγιμότητας και οπές στη ζώνη σθένους συνεισφέρουν στην ηλεκτρική αγωγιμότητα του ημιαγωγού. Αγωγιμότητα αυτού του τύπου ονομάζεται ενδογενής αγωγιμότητα.

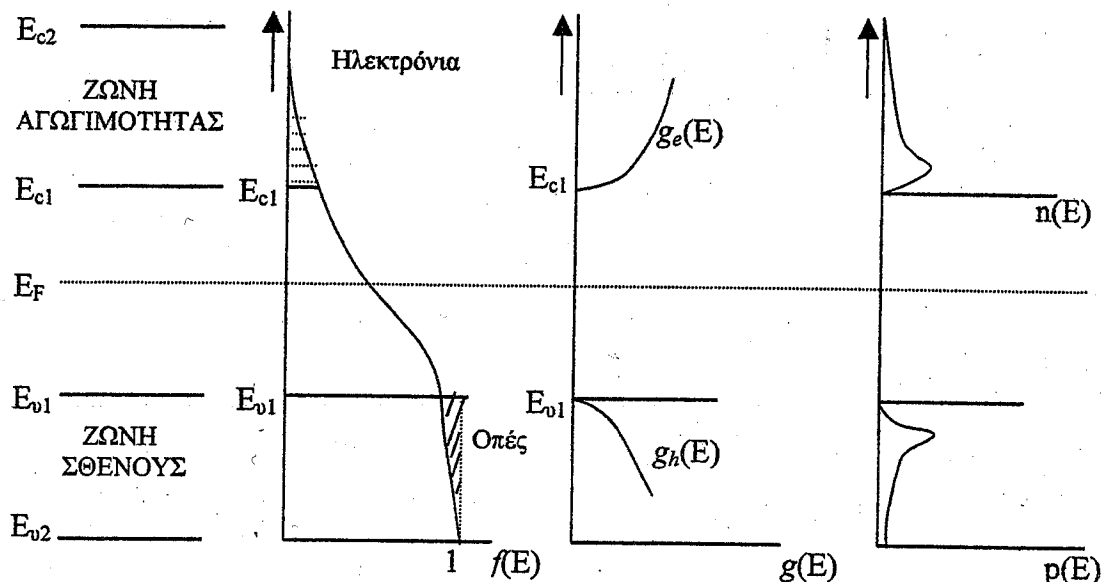
Όπως ήδη τονίσαμε προηγουμένως, η 'πραγματική' ηλεκτρονική δομή των ημιαγωγών διαφέρει από την απλή εικόνα του Σχήματος 4.3. Στη περίπτωση του Ge η δομή φαίνεται στο Σχήμα 4.4. Στο σχήμα αυτό η ζώνη αγωγιμότητας παρουσιάζει ελάχιστο στο άκρο της ζώνης Brillouin κατά τη διεύθυνση [111] (εξαιτίας της κυβικής συμμετρίας στη δομή υπάρχουν στη πραγματικότητα οκτώ ελάχιστα στη ζώνη αγωγιμότητας που αντιστοιχούν στις οκτώ ισοδύναμες διευθύνσεις στην [111]). Δευτερεύοντα ελάχιστα στη ζώνη αγωγιμότητας εμφανίζονται στο κέντρο της ζώνης Brillouin και κατά τη διεύθυνση [100]. Η ζώνη σθένους αποτελείται από τρεις κοντινές υπο-ζώνες. Στην ηλεκτρική αγωγιμότητα του Ge συνεισφέρουν ηλεκτρόνια από τη 'κορυφή' της υψηλότερης υπο-ζώνης σθένους προς τη χαμηλότερη 'κοιλιάδα' στη ζώνη αγωγιμότητας καθώς και οι αντίστοιχες οπές που δημιουργούνται στη ζώνη σθένους. Στη περίπτωση του Ge το ενεργειακό χάσμα που πρέπει να υπερπηδήσουν τα ηλεκτρόνια είναι 0.66 eV. Κατά τη μετάβαση αλλάζει το κυματόνισμα k των ηλεκτρονίων τα οποία φέρουν ορμή $p = \hbar k$, όπως ορίζει η εξίσωση de Broglie. Για να πραγματοποιηθεί λοιπόν η ηλεκτρονική μετάβαση, χρειάζεται μεταφορά ορμής στα ηλεκτρόνια, η οποία μπορεί να εξασφαλιστεί με τη μεσολάβηση ενός φωνονίου (πλεγματική ταλάντωση). Γι' αυτό αναφερόμαστε σε έμμεσο ενεργειακό χάσμα του υλικού. Αντίθετα οπτικές διεγέρσεις γίνονται μόνο στο κέντρο της ζώνης Brillouin $k=0$ και απαιτούν ενέργειες διέγερσης μεγαλύτερες από 0.84 eV (άμεσο ενεργειακό χάσμα).



Σχήμα 4.4. Ενεργειακό Διάγραμμα του Ge στις κρυσταλλογραφικές διευθύνσεις [100] και [111].

4.2.4. Υπολογισμός συγκέντρωσης φορέων σε ενδογενείς ημιαγωγούς.

Για να υπολογίσουμε προσεγγιστικά τη συγκέντρωση των ηλεκτρονίων στη ζώνη αγωγιμότητας χρησιμοποιούμε το απλοποιημένο ενεργειακό διάγραμμα του Σχήματος 4.5, με στάθμη μηδενικής ενέργειας την ανώτατη τιμή στη ζώνη σθένους E_{v1} .



Σχήμα 4.5. Οι στάθμες αγωγιμότητας και σθένους και οι συναρτήσεις κατανομής $f(E)$ των ηλεκτρονίων και πυκνότητας ενεργειακών καταστάσεων $g_e(E)$ και $g_h(E)$ των ηλεκτρονίων και των οπών αντίστοιχα. Στο τελευταίο διάγραμμα η συνάρτηση της συγκέντρωσης των ηλεκτρονίων, $n(E)$ και των οπών $p(E)$, για θερμοκρασία T διάφορη από το απόλυτο μηδέν.

Δεχόμαστε επιπλέον ότι η ενέργεια στις ζώνες αγωγιμότητας και σθένους έχει παραβολική εξάρτηση από τη κρυσταλλική ορμή του ηλεκτρονίου, ανεξάρτητα από τη κρυσταλλογραφική διεύθυνση που αυτό κινείται, όπως στο απλοποιημένο Σχήμα 4.3. Ο αριθμός των ηλεκτρονιακών ενεργειακών καταστάσεων σε μια περιοχή ενεργειακών τιμών $(E, E+dE)$ είναι ίσος με $g_e(E)dE$, όπου $g_e(E)$ είναι η πυκνότητα των ενεργειακών καταστάσεων με ενέργεια E . Εφόσον οι καταστάσεις αυτές έχουν στη πραγματικότητα μια πιθανότητα κατάληψης $f(E)$, ο αριθμός των ηλεκτρονίων στην αναφερόμενη ενεργειακή περιοχή είναι $f(E)g_e(E)dE$. Με ολοκλήρωση για όλες τις ενέργειες από E_{c1} έως E_{c2} στο Σχήμα 4.5, προκύπτει ο συνολικός αριθμός ηλεκτρονίων στη ζώνη αγωγιμότητας:

$$n = \int_{E_{c1}}^{E_{c2}} f(E) g_e(E) dE \quad (4.4)$$

Η πιθανότητα κατάληψης των ενεργειακών σταθμών από ηλεκτρόνια ακολουθεί τη κατανομή Fermi-Dirac και είναι:

$$f(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/k_B T} + 1} \approx e^{E_F/k_B T} e^{-E/k_B T} \quad \text{για } (E-E_F) \gg k_B T \quad (4.5)$$

όπου E_F η ενέργεια Fermi (η οποία χαρακτηρίζεται από πιθανότητα κατάληψης 50%), T η απόλυτη θερμοκρασία και k_B η σταθερά του Boltzmann.

Η πυκνότητα καταστάσεων στη ζώνη αγωγιμότητας υπολογίζεται ως:

$$g_e(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_e^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} (E - E_g)^{1/2} \quad (4.6),$$

όπου m_e^* η ενεργός μάζα του ηλεκτρονίου και E_g το ενεργειακό χάσμα του ημιαγωγού.

Στη συνέχεια υπολογίζουμε την τιμή του n αντικαθιστώντας τις συναρτήσεις (4.5) και (4.6) στην εξίσωση (4.4) και θεωρώντας $E_c = -\infty$, χωρίς μεγάλο σφάλμα στο τελικό αποτέλεσμα:

$$n = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_e^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} e^{E_F/k_B T} \int_{E_g}^{\infty} (E - E_g)^{1/2} e^{-E/k_B T} dE \quad (4.7).$$

Επιλύοντας το ολοκλήρωμα στη σχέση (4.7) προκύπτει ότι:

$$n = 2 \left(\frac{m_e^* k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{E_F/k_B T} e^{-E_g/k_B T} \quad (4.8).$$

Αντίστοιχα για τις οπές, η πιθανότητα κατάληψης μιας ενεργειακής στάθμης $f_h(E)$ και η πυκνότητα καταστάσεων $g_h(E)$ προσδιορίζονται από τις ακόλουθες σχέσεις (4.9) και (4.10).

$$f_h(E) = 1 - f(E) = 1 - \frac{1}{e^{(E-E_F)/k_B T} + 1} \approx e^{-E_F/k_B T} e^{E/k_B T} \quad (4.9),$$

$$g_h(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_h}{\hbar^2} \right)^{3/2} (-E)^{1/2} \quad (4.10).$$

Η συγκέντρωση των οπών p προκύπτει ανάλογα με τη συγκέντρωση των ηλεκτρονίων σύμφωνα με την παρακάτω σχέση:

$$p = \int_{-\infty}^0 f_h(E) g_h(E) dE \approx 2 \left(\frac{m_h k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{-E_F/k_B T} \quad (4.11).$$

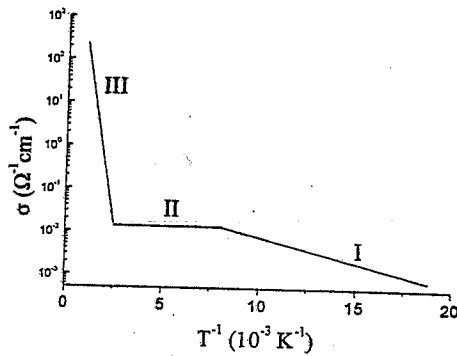
Σε ενδογενείς ημιαγωγούς, η συγκέντρωση των ηλεκτρονίων n είναι ίση με τη συγκέντρωση των οπών p , καθόσον κάθε ηλεκτρόνιο που μεταπίπτει στη ζώνη αγωγιμότητας αφήνει μια ελεύθερη οπή στη ζώνη σθένους. Εξισώνοντας λοιπόν τις σχέσεις (4.8) και (4.11) προκύπτουν αναλυτικές εκφράσεις για την ενέργεια Fermi και τη συγκέντρωση των ηλεκτρονίων n .

$$E_F = \frac{1}{2} E_g + \frac{3}{4} k_B T \log \left(\frac{m_h}{m_e^*} \right) \quad (4.12),$$

$$n = p = 2 \left(\frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} (m_e^* m_h)^{3/4} e^{-E_g/2k_B T} \quad (4.13).$$

4.2.5. Ηλεκτρική αγωγιμότητα σε ενδογενείς ημιαγωγούς.

Γενικά η ηλεκτρική 'ειδική' αγωγιμότητα σ στους "μη εμπλουτισμένους" ημιαγωγούς παρουσιάζει μια εξάρτηση από τη θερμοκρασία με τα χαρακτηριστικά του Σχήματος 4.6. Στη περιοχή I των χαμηλών θερμοκρασιών, εμφανίζεται εξωγενής αγωγιμότητα που οφείλεται σε ενεργοποίηση φορέων από προσμίξεις ή ατέλειες στο κρύσταλλο. Στη περιοχή II, η αγωγιμότητα παρουσιάζει ένα 'πλατό' επειδή, παρ' ότι η θερμοκρασία αυξάνει, δεν υπάρχουν επιπλέον φορείς προσμίξεων για να ενεργοποιηθούν. Τέλος στη περιοχή III, που θα μας απασχολήσει περαιτέρω, κυριαρχεί η ενδογενής αγωγιμότητα.



Σχήμα 4.6. Η εξάρτηση της αγωγιμότητας από το αντίστροφο της απόλυτης θερμοκρασίας σε "μη εμπλουτισμένους" ημιαγωγούς.

Στην ενδογενή 'ειδική' αγωγιμότητα, σ , των ημιαγωγών συνεισφέρουν τα ηλεκτρόνια με τιμή σ_e και οι οπές με τιμή σ_p , έτσι ώστε:

$$\sigma = \sigma_e + \sigma_p = n e \mu_e + p e \mu_h = n e (\mu_e + \mu_h) \quad (4.14)$$

όπου μ_e και μ_h είναι η ευκινησία των ηλεκτρονίων και των οπών αντίστοιχα. Εάν συνδυάσουμε την παραπάνω εξίσωση με την εξίσωση (4.13) προκύπτει η ακόλουθη σχέση:

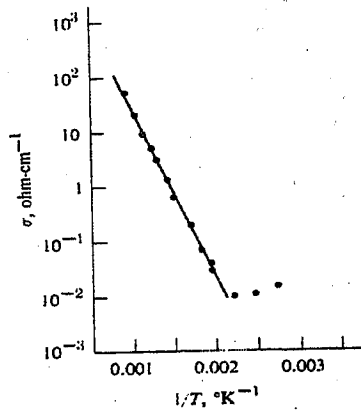
$$\sigma = 2 e (\mu_e + \mu_h) \left(\frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} (m_e^* m_h^*)^{3/4} e^{-E_g/2k_B T} = L(T) e^{-E_g/2k_B T} \quad (4.15)$$

Η παραπάνω σχέση δείχνει ότι η ειδική αγωγιμότητα έχει μια ισχυρή εκθετική εξάρτηση από τη θερμοκρασία η πολυωνυμική εξάρτηση $L(T)$ μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα.

Λογαριθμίζοντας τα δύο μέλη της (4.15) βρίσκουμε μια σχέση της $\log(\sigma)$ που είναι σε καλή προσέγγιση αντιστρόφως ανάλογη της απόλυτης θερμοκρασίας, αν αγνοήσουμε την πολύ ασθενέστερη πολυωνυμική εξάρτηση του πρώτου όρου.

$$\ln \sigma = \ln L(T) - \frac{E_g}{2k_B} \frac{1}{T} \quad (4.16)$$

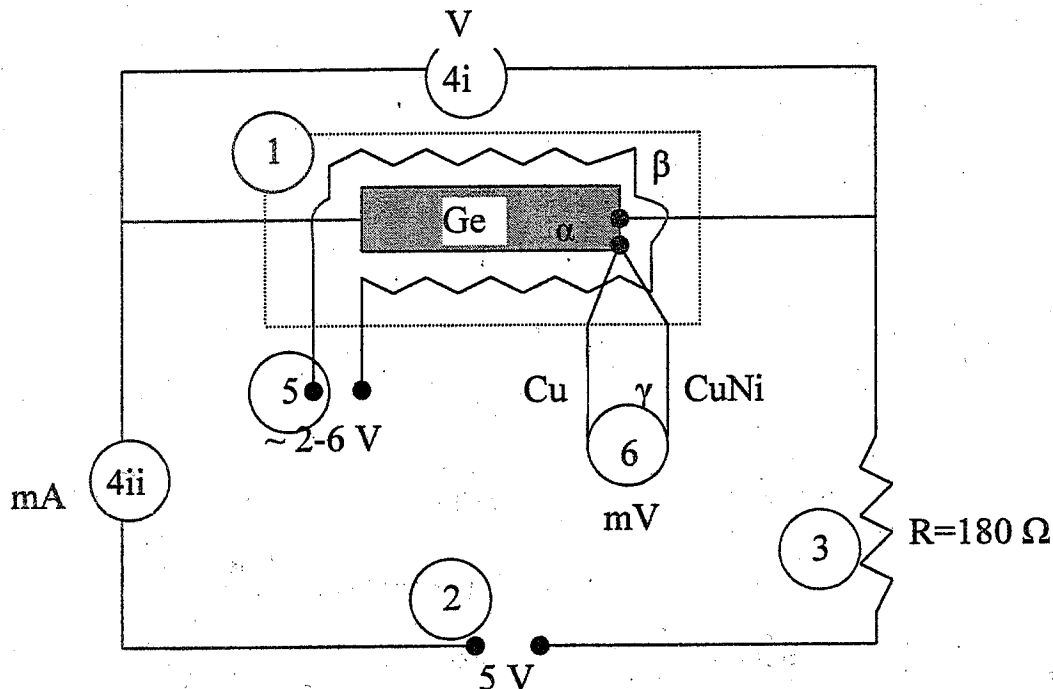
Σχεδιάζοντας λοιπόν την 'ειδική' αγωγιμότητα συναρτήσει του $1/T$ σε λογαριθμική κλίμακα και υπολογίζοντας τη κλίση της, προσδιορίζουμε το ενεργειακό χάσμα. Με το τρόπο αυτό προσδιορίζεται το ενεργειακό χάσμα του Si στο Σχήμα 4.7.



Σχήμα 4.7. Η ηλεκτρική 'ειδική' αγωγιμότητα σ του Si συναρτήσει του $1/T$.

4.3. Πειραματική Διάταξη

Η πειραματική διάταξη παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.8. Τα στοιχεία της διάταξης περιγράφονται ως εξής:



Σχήμα 4.8. Διάταξη του πειράματος μέτρησης της αγωγιμότητας του Ge.

1) Πλακέτα η οποία περιλαμβάνει α) καθαρό κρύσταλλο Ge μήκους $L=20$ mm και εμβαδού διατομής $A=10 \times 1$ mm², β) αντίσταση για τη θέρμανση του στοιχείου και γ) θερμοζεύγος Χαλκού-Κωνσταντάνης ($\approx 50\%Cu$, $\approx 50\%Ni$) το οποίο εμφανίζει θερμοηλεκτρική τάση V^T που αυξάνει γραμμικά με τη θερμοκρασία θ με συντελεστή 4.0 mV/100 °C και τιμή 0 για θερμοκρασία 20°. Δηλαδή: $V^T=0.04$ (mV/grad) ($\theta-20^\circ$).

2) Τροφοδοτικό συνεχούς τάσης 0-12V που τροφοδοτεί το κυρίως κύκλωμα.

3) Προστατευτική αντίσταση 180 Ω που παρεμβάλλεται στο κυρίως κύκλωμα.

- 4) Ψηφιακά πολύμετρα που παρεμβάλλονται παράλληλα και σε σειρά με την αντίσταση του Ge για να μετρήσουμε (i) τη τάση και (ii) το ρεύμα αντίστοιχα.
- 5) Τροφοδοτικό εναλλασσόμενης τάσης σε κοινή μονάδα με το DC τροφοδοτικό για τη παροχή ρεύματος στο δευτερεύον κύκλωμα θέρμανσης του στοιχείου.
- 6) Αναλογικό μιλιβολτόμετρο για τη καταγραφή της θερμοηλεκτρικής τάσης του θερμοζεύγους.

Προσοχή

- 1) Για τη προστασία του κρυστάλλου η συνεχής τάση δεν πρέπει να υπερβαίνει τα 5 V και η θερμοκρασία τους 170°C (6 mV τάση θερμοζεύγους). Επίσης η πλακέτα θα πρέπει να χρησιμοποιείται με προσοχή γιατί έχει εύθραυστα και λεπτά στοιχεία.

Βιβλιογραφία

1. M. A. Omar, Elementary Solid State Physics, (Addison & Wiley, 1993), p. 254-28.
2. C. Kittel, Solid State Physics, (John Willey & Sons, 1976), p. 205-238.
3. PHYWE, physics laboratory catalogue.
4. Κ. Καρούπαλος, Γ. Φιλοκύπρου, Μαθήματα Ηλεκτρονικής, (Εκδόσεις Παν. Αθηνών, 1986) σ. 26-96.
5. Α. Μοδινός, 'Εισαγωγή στην κβαντική θεωρία της ύλης' (Εκδόσεις Παπασωτηρίου, 1994) σ. 139-174.

4.4. Εκτέλεση

1. Πραγματοποιήστε τη συνδεσμολογία της διάταξης όπως φαίνεται στο Σχ. 4.6 και εφαρμόστε συνεχή τάση 5 V στο κύριο κύκλωμα μέτρησης της αγωγιμότητας του Ge.
2. Θερμαίνετε αργά το δείγμα εφαρμόζοντας διαδοχικά AC τάσεις 2V, 4V και 6V στο κύκλωμα θέρμανσης και μετρήστε το ρεύμα και τη τάση στα άκρα του στοιχείου (Ge) ανά 10 °C, δηλαδή με βήματα 0.4 mV στη τάση του θερμοζεύγους V^T . Μόλις η V^T φτάσει τη τιμή των 6 mV (170 °C) αποσυνδέστε το δευτερεύον κύκλωμα θέρμανσης του στοιχείου και καταγράψτε συμπληρωματικές μετρήσεις για ορισμένες χαρακτηριστικές τιμές θερμοκρασίας, καθώς αποκαθίσταται με αργό ρυθμό η θερμοκρασία δωματίου στο κύκλωμα. Καταχωρήστε τα αποτελέσματά σας στις τρεις πρώτες στήλες του Πίνακα 4.I.

Πίνακας 4.I

V^T (mV)	V_{Ge} (V)	I_{Ge} (mA)	T (K)	σ ($\Omega^{-1}\text{mm}^{-1}$)
0				
0.4				
0.8				
.				
.				

4.5. Επεξεργασία των μετρήσεων

1. Για κάθε τιμή απόλυτης θερμοκρασίας T , όπως αυτές προκύπτουν από τις διαδοχικές V^T τάσεις, υπολογίστε τις αντίστοιχες τιμές της ειδικής αντίστασης του Ge με βάση τη σχέση $\sigma = I/V_A$ και συμπληρώστε αντίστοιχα τις δύο τελευταίες στήλες του Πίνακα 4.I. Κατόπιν σχεδιάστε την σ ως συνάρτηση της αντίστροφης θερμοκρασίας $1/T$ και υπολογίστε το ενεργειακό χάσμα του Ge με βάση την εξ. (4.16). Συγκρίνετε τη τιμή που βρήκατε με τη τιμή που αναμένεται από το ενεργειακό διάγραμμα του Ge στο Σχ. 4.4.

2. Από τη σχέση (4.12) και τυπική τιμή για το λόγο m_h/m_e^* ίση με 0.5 για το Ge, υπολογίστε την ενέργεια Fermi του Ge στο απόλυτο μηδέν και σε θερμοκρασίες $\theta = 23^\circ$ και 170°C . Συγκρίνετε τις θερμοκρασιακές μεταβολές της στάθμης Fermi με το ενεργειακό χάσμα του υλικού.

3. Βασιζόμενοι στα πειραματικά δεδομένα $\sigma = \sigma(T)$, σχεδιάστε την συγκέντρωση φορέων ως συνάρτηση της θερμοκρασίας. Δίνονται οι τιμές της ευκινησίας των φορέων στο Ge: 3900 και 1900 $\text{cm}^2/\text{volt sec}$, για τα ηλεκτρόνια και τις οπές αντίστοιχα.

4. Συγκρίνετε την $\sigma(1/T)$ που υπολογίσατε για το Ge με την αντίστοιχη του Σχήματος 4.7 για το Si και εξηγήστε ποιοτικά γιατί η ενδογενής αγωγιμότητα εμφανίζεται σε διαφορετικές θερμοκρασίες.

5. Μελετήστε το ενεργειακό διάγραμμα του Ge στο Σχ. 4.4 και υπολογίστε την ενέργεια στην οποία μπορούμε να διεγείρουμε οπτικά τα ηλεκτρόνια. Εξετάστε εάν η ορατή ακτινοβολία στο χώρο του εργαστηρίου μπορεί να επιδράσει στην αγωγιμότητα του Ge.