

4.5 ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΒΑΝΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η Φυσική Επιστήμη, μέχρι τα τέλη του 19ου αιώνα, είχε κατορθώσει να διατυπώσει τους νόμους που διέπουν το μακρόκοσμο σε μια κομψή και σαφή μορφή με ένα μικρό πλήθος μαθηματικών εξισώσεων. Το σύνολο των νόμων αυτών ονομάζεται σήμερα **Κλασική Φυσική**.

Η κλασική φυσική διαχωρίζει σαφώς τα σωματίδια από τα κύματα, τα οποία θεωρούνται δύο διαφορετικές οντότητες. Ένα σωματίδιο κινείται, έτσι ώστε κάθε χρονική στιγμή η θέση του και η ταχύτητά του να είναι καθορισμένες και έχει μια σαφή τροχιά. Το κύμα δεν είναι εντοπισμένο σε μια περιοχή του χώρου και το εξεταζόμενο κυματικό μέγεθος περιγράφεται ως συνάρτηση του χρόνου και του χώρου.

Ακόμη μέχρι τα τέλη του 19ου αιώνα, εκτός από την προσπάθεια εξήγησης των παρατηρήσεων στο μακρόκοσμο με λίγους απλούς νόμους, αναπτύχθηκαν πειραματικές διατάξεις και προϋποθέσεις, οι οποίες έδωσαν τη δυνατότητα μελέτης του ατομικού μικρόκοσμου. Από τα πειράματα σε ατομικό επίπεδο προέκυψαν ορισμένα δεδομένα. Για τους φυσικούς του τέλους του 19ου και των αρχών του 20ου αιώνα, ήταν απολύτως φυσιολογικό να εφαρμόζονται οι νόμοι της Κλασικής Φυσικής σε ατομικό επίπεδο για την εξήγηση των πειραματικών δεδομένων. Η απόπειρα αυτή εστέφθει από παταγώδη αποτυχία, οπότε κατάλαβαν ότι στο μικρόκοσμο τα πράγματα είναι διαφορετικά και κάτι άλλο συμβαίνει. Άρχισαν τότε να διατυπώνονται νέες ιδέες που οδήγησαν στην **κβαντομηχανική**. Στις επόμενες παραγράφους θα καταγράψουμε τα βασικά στάδια της πορείας αυτής μέσα από διάφορα πειράματα και τις απόπειρες θεωρητικής εξήγησης των αποτελεσμάτων μέχρι την τελική θεωρία.

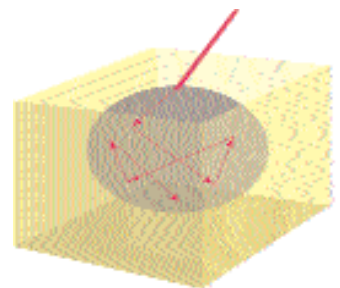
ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑ ΜΕΛΑΝΟΣ ΣΩΜΑΤΟΣ

Όλα τα στερεά σώματα, όταν βρίσκονται σε υψηλές θερμοκρασίες, ακτινοβολούν ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία, της οποίας το φάσμα είναι συνεχές. Ο τρόπος παραγωγής της ακτινοβολίας αυτής (θερμικής) είναι πολύπλοκος και δεν μπορεί να κατανοηθεί με το μοντέλο του ελεύθερου ατόμου, που οδηγεί σε γραμμικό φάσμα.

Χαρακτηριστικό συνεχές φάσμα είναι αυτό του (μοντέλου του) μέλανος σώματος. Μέλαν σώμα είναι εκείνο το ιδεατό σώμα που απορροφά όλη την ακτινοβολία, που προσπίπτει πάνω του, και εκπέμπει ακτινοβολία όλων των συχνοτήτων δίνοντας συνεχές φάσμα.

Προσεγγιστικά θεωρούμε σαν μέλαν σώμα την κοιλότητα σε υλικό με θερμοκρασία T (Σχ. 4.129). Αν ακτίνα φως εισέλθει από τη μικρή οπή της κοιλότητας, υφίσταται πολλαπλές ανακλάσεις στο εσωτερικό της, και έχει αμελητέα πιθανότητα να εξέλθει, δηλαδή η κοιλότητα, όπως και το μέλαν σώμα, απορροφά όλη την ακτινοβολία που εισέρχεται. Το φάσμα της ακτινοβολίας που εκπέμπεται από την κοιλότητα, είναι όμοιο με αυτό του μέλανος σώματος.

Η ανάλυση του φάσματος της ακτινοβολίας της κοιλότητας, για διάφορες τιμές της θερμοκρασίας T , δίνει τα αποτελέσματα του σχήματος 4.130. Ο κατακόρυφος άξονας I_λ ονομάζεται (φασματική) αφετική



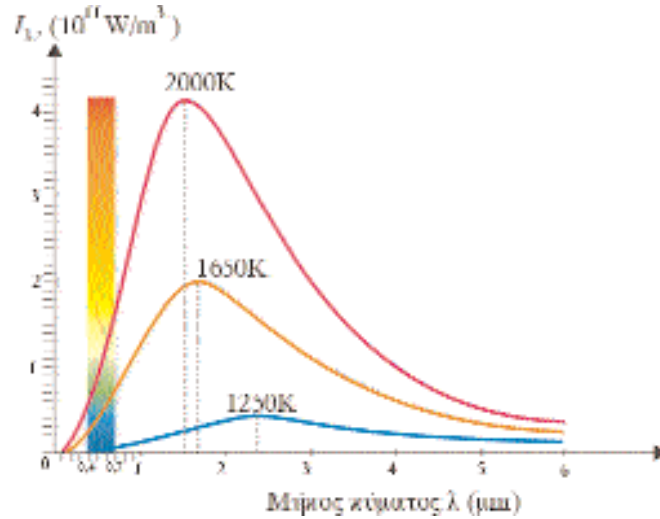
ΣΧΗΜΑ 4.129

Μια κοιλότητα ενός υλικού είναι μια καλή προσέγγιση του μέλανος σώματος.

ικανότητα και είναι το πηλίκον της έντασης ΔI (υπενθυμίζουμε ότι ένταση της ακτινοβολίας είναι η ισχύς της ακτινοβολίας ανά μονάδα επιφανείας) που εκπέμπεται σε μια περιοχή $\Delta\lambda$ των μηκών κύματος δια του $\Delta\lambda$ (δηλαδή $I_\lambda = \frac{\Delta I}{\Delta\lambda}$). Εκφράζει τη κατανομή ενέργειας της ακτινοβολίας στα δια-

φορα μήκη κύματος.

Από τη μελέτη των καμπυλών του σχήματος 4.130 προκύπτουν οι εξής



ΣΧΗΜΑ 4.130

Το φάσμα της ακτινοβολίας της κοιλότητας για διάφορες θερμοκρασίες.

πειραματικοί νόμοι:

α) Η καμπύλη σε άξονες $I_\lambda - \lambda$ είναι ίδια, ανεξάρτητα από το υλικό που είναι κατασκευασμένη η κοιλότητα.

β) **Νόμος μετατόπισης του Wien:** Το γινόμενο του μήκους κύματος λ_{\max} που αντιστοιχεί στο μέγιστο της κατανομής, επί τη θερμοκρασία είναι σταθερό.

$$\lambda_{\max} T = 2,898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K} \tag{4.133}$$

γ) **Ασυμπτωτικός νόμος του Wien:** Είναι εμπειρικός νόμος που περιγράφει προσεγγιστικά το τμήμα της καμπύλης $I_\lambda - \lambda$ για μικρά μήκη κύματος.

δ) **Ο Νόμος των Stefan-Boltzmann:** Η ισχύς ανά μονάδα επιφάνειας που ακτινοβολεί η κοιλότητα, δίνεται από τη σχέση.

$$I = \sigma T^4 \tag{4.134}$$

όπου $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^4$ μια παγκόσμια σταθερά

Παράδειγμα 4-49

Μια κοιλότητα έχει θερμοκρασία 3000 K α) Σε ποίο μήκος κύματος η αφετική ικανότητα είναι μέγιστη; β) Πόση ισχύς εκπέμπεται ανά μονάδα επιφανείας από την οπή της κοιλότητας;

Απάντηση

α) Στο μήκος κύματος στο οποίο έχουμε μέγιστο, είναι

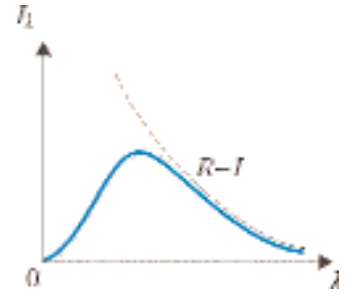
$$\lambda_{\max} = \frac{2,90 \times 10^{-3}}{3000} \text{ m} \quad \text{ή}$$

$$\lambda_{\max} = 0,970 \text{ } \mu\text{m}$$

β) Η ισχύς που εκπέμπεται ανά μονάδα επιφανείας είναι $I = \sigma T^4$ ή

$$I = 5,67 \times 10^{-8} \times (3 \times 10^3)^4 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \quad \text{ή}$$

$$I = 4,59 \times 10^6 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$



ΣΧΗΜΑ 4.131

Η διακεκομμένη γραμμή είναι τα συμπεράσματα των Rayleigh-Jeans και η συνεχής τα πειραματικά δεδομένα.

ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΤΟΥ ΦΑΣΜΑΤΟΣ

Οι Rayleigh και Jeans προσπάθησαν να εξηγήσουν θεωρητικά, στα πλαίσια της κλασικής φυσικής, τους πιο πάνω νόμους και την καμπύλη του σχήματος 4.130. Τα αποτελέσματα της θεωρητικής πρόβλεψης των Rayleigh και Jeans (εστιγμένη καμπύλη) και τα πειραματικά για την ίδια θερμοκρασία T φαίνονται στο σχήμα 4.131. Παρατηρούμε ότι, ενώ συμφωνούν για μεγάλα μήκη κύματος, για τα μικρά μήκη κύματος υπάρχει πλήρης ασυμφωνία. Αυτή η ασυμφωνία είναι γνωστή ως "υπεριώδης καταστροφή".

Ο Γερμανός φυσικός Max Planck προσπαθώντας να εξηγήσει στο σύνολό τους τα πειραματικά αποτελέσματα, χρειάστηκε να ξεφύγει από τα πλαίσια της κλασικής φυσικής. Πιο συγκεκριμένα η θεωρία του Planck θεωρεί ότι κατά τη θερμική ισορροπία στην κοιλότητα υπάρχει ακτινοβολία όλων των συχνοτήτων. Κατά τη θερμική εκπομπή ακτινοβολίας, για κάθε συχνότητα οι μόνες επιτρεπόμενες ενέργειες της ακτινοβολίας είναι

$$E = 0, hf, 2hf, 3hf, \dots \quad \text{ή}$$

$$E_n = n hf, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (4.135)$$

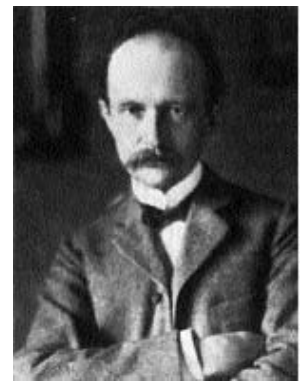
Ο παράγοντας h είναι μια σταθερά, η οποία τελικά ονομάστηκε **σταθερά του Planck**, και η ποσότητα ενέργειας hf ονομάστηκε **κβάντο (quantum) ενέργειας** και ο ακέραιος n , κβαντικός αριθμός για τη συγκεκριμένη συχνότητα. Η ανωτέρω κβάντωση οφείλεται στο γεγονός ότι η θερμική ακτινοβολία εκπέμπεται από μικρούς ταλαντωτές (κεραίες) που έχουν διακριτές ποσότητες ενέργειες και μπορούν να απορροφήσουν ή να εκπέμψουν ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία κατά τις ίδιες διακριτές ποσότητες, σύμφωνα με τη σχέση

$$E = nhf, \quad n = 1, 2, 3 \quad (4.136)$$

Τα πειραματικά δεδομένα με τα συμπεράσματα του Planck συμφωνούν πολύ καλά για τιμή της σταθεράς,

$$h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \quad (4.137)$$

Ο Planck παρουσίασε τη θεωρία του στις 14 Δεκεμβρίου 1900 στη Φυσική Εταιρία του Βερολίνου, υποστήριξε ότι η ακτινοβολία εκπέμπεται και απορροφάται κατα κβάντα (ασυνεχή τρόπο), επειδή οι ταλαντωτές που την εκπέμπουν έχουν αυτή την ιδιότητα. Όμως πίστευε ότι η ακτινοβολία έχει συνεχή ενεργειακή και χωρική υφή (απλωμένη στο χώρο). Το



MAX PLANCK
(1858-1947)

Γεννήθηκε στο Κίελο της Γερμανίας. Σπούδασε στο Μόναχο και στο Βερολίνο όπου πήρε το διδακτορικό του δίπλωμα το 1879. Εργάστηκε για κάποιο διάστημα στο Κίελο και το 1889 έγινε καθηγητής θεωρητικής φυσικής στο πανεπιστήμιο του Βερολίνου στη θέση του Kirnhoff. Αρχικά ασχολείτο με τη θερμοδυναμική και όταν στο Βερολίνο γνώρισε την πειραματική εργασία συναδέλφων πάνω στη θερμική ακτινοβολία, καταλιόσθη και εξήγαγε τον νόμο της ακτινοβολίας του μέλανος σώματος. Οι εργασίες του ήταν η αρχή της κβαντικής φυσικής και το 1919 τιμήθηκε με το βραβείο Nobel για την ανακάλυψη της κβάντωσης της ενέργειας.

μεγαλύτερο άλμα έγινε από τον Einstein στη θεωρία για την εξήγηση του φωτοηλεκτρικού φαινομένου, το οποίο αναπτύσσεται στην επόμενη παράγραφο.

Παράδειγμα 4-50

Πόσα κβάντα εκπέμπονται ανά δευτερόλεπτο από τον Ήλιο, αν η ισχύς που παράγει ο Ήλιος είναι $3,74 \times 10^{26} \text{ W}$ και το μέσο μήκος κύματος των φωτονίων που εκπέμπονται είναι 500 nm. Δίνεται η ταχύτητα του φωτός $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m/s}$.

Απάντηση

Αν N είναι το πλήθος των κβάντων που εκπέμπονται στο χρόνο t , έχουμε

$$Nhf = Pt \quad \text{ή} \quad N = \frac{Pt}{hf}, \quad f = \frac{c}{\lambda}$$

Άρα, ανά δευτερόλεπτο έχουμε

$$\frac{N}{t} = \frac{3,74 \times 10^{26} \text{ W} \times 500 \times 10^{-9} \text{ m}}{6,629 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \times 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} \quad \text{ή} \quad \frac{N}{t} = 9,40 \times 10^{44} \text{ κβάντα}$$

Παράδειγμα 4-51

Σύστημα μάζας-ελατηρίου εκτελεί ταλαντώσεις συχνότητας 5 Hz και πλάτους 5 cm. Αν η μάζα είναι 1 kg, υπολογίστε τον κβαντικό αριθμό n του συγκεκριμένου κβαντικού ταλαντωτή.

Απάντηση

Η ενέργεια του συστήματος είναι

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \quad \text{ή} \quad E = 2\pi^2mf^2A^2$$

Άρα

$$nhf = 2\pi^2mf^2A^2 \quad \text{ή} \quad n = \frac{2\pi^2mf^2A^2}{h}$$

Αντικαθιστώντας έχουμε

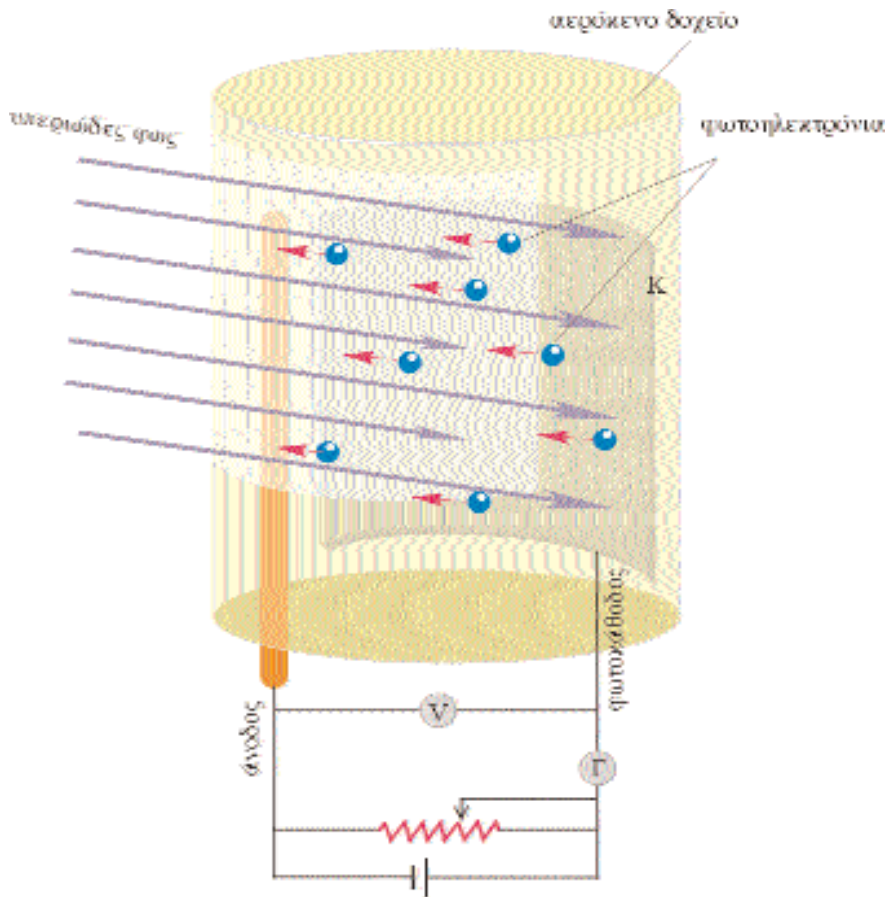
$$n = \frac{2 \times 3,14^2 \times 1 \times 5 \times (5 \times 10^{-2})^2}{6,626 \times 10^{-34}} \quad \text{ή} \quad n = 3,70 \times 10^{32}$$

ΦΩΤΟΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ

ΦΩΤΟΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ - ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ

Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, είναι το φαινόμενο εκπομπής ηλεκτρονίων (λέγονται και φωτοηλεκτρόνια) από την επιφάνεια μετάλλου, όταν προσπίπτει πάνω της φως. Παρατηρήθηκε εντελώς τυχαία από τον Hertz το 1887 και τα πρώτα δεδομένα εδραιώθηκαν πριν το 1905 από τους P. Lenard και W. Hallwachs.

Στο σχήμα 4.132 φαίνεται μια διάταξη, με την οποία μελετάται το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο. Ο αερόκενος σωλήνας είναι κατασκευασμένος από χαλαζία, για να μπορεί να διέρχεται και η υπεριώδης ακτινοβολία. Η δέσμη ακτινοβολίας που χρησιμοποιείται είναι μονοχρωματική. Η δέσμη προσπίπτοντας στη μεταλλική κάθοδο Κ, παράγει φωτοηλεκτρόνια.



ΣΧΗΜΑ 4.132

Σχηματική διάταξη της συσκευής μελέτης του φωτοηλεκτρικού φαινομένου.

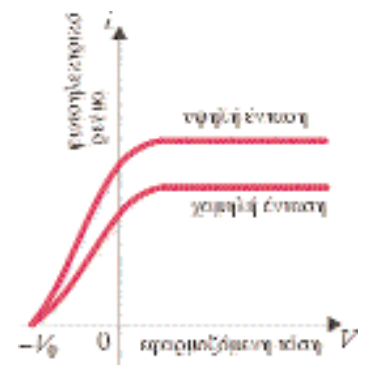
Τα φωτοηλεκτρόνια έλκονται από την άνοδο A και ανιχνεύονται από το ευαίσθητο αμπερόμετρο G ένεκα δημιουργίας ρεύματος. Η μελέτη του φαινομένου οδηγεί στις εξής παρατηρήσεις

α) Για ακτινοβολία σταθερής συχνότητας και μεταβλητής έντασης, το φωτοηλεκτρικό ρεύμα i και η τάση V μεταξύ ανόδου και καθόδου παρίστανται γραφικά στο σχήμα 4.133. Όταν η τάση γίνει αρκετά μεγάλη, το φωτοηλεκτρικό ρεύμα παίρνει μια σταθερή οριακή τιμή. Τότε όλα τα φωτοηλεκτρόνια, που παράγονται στην κάθοδο, συλλέγονται στην άνοδο. Όταν η τάση αναστραφεί, το ρεύμα δεν μηδενίζεται αμέσως αλλά μετά από τιμή της τάσης V_0 . Η τάση V_0 ονομάζεται τάση αποκοπής. Όταν η ανάστροφη τάση είναι ακριβώς ίση με την τάση αποκοπής, τα ηλεκτρόνια που βγαίνουν από την κάθοδο με μέγιστη ταχύτητα, μόλις που φτάνουν στην άνοδο, δηλαδή φτάνουν με μηδενική ταχύτητα. Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας έχουμε ότι η μέγιστη κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων, K_{max} , είναι

$$K_{max} = eV_0 \tag{4.138}$$

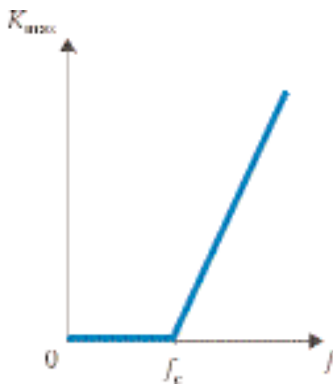
όπου e η απόλυτη τιμή του φορτίου του ηλεκτρονίου.

β) Μεταβάλλοντας τη συχνότητα f της προσπίπτουσας ακτινοβολίας, οι αντίστοιχες τιμές της μέγιστης κινητικής ενέργειας των φωτοηλεκτρονίων,



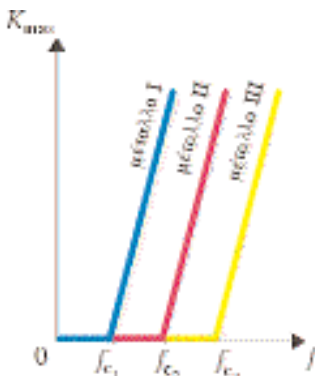
ΣΧΗΜΑ 4-133

Το φωτοηλεκτρικό ρεύμα εξαρτάται και από την ένταση της προσπίπτουσας ακτινοβολίας.



ΣΧΗΜΑ 4.134

Παρατηρούμε κάτω από μια τιμή της συχνότητας f_c δεν εξέρχονται



ΣΧΗΜΑ 4.135

Παρατηρούμε ότι τα γραφήματα είναι ευθείες παράλληλες μεταξύ τους και οι συχνότητες αποκοπής είναι διαφορετικές για κάθε μέταλλο.

K_{max} , μεταβάλλονται όπως στο σχήμα 4.134. Η τιμή της K_{max} προσδιορίζεται κάθε φορά από τη σχέση 6, αφού προηγουμένως έχει υπολογιστεί η τάση αποκοπής V_0 . Παρατηρούμε ότι για συχνότητες μικρότερες μιας τιμής, f_c , δεν εξέρχονται φωτοηλεκτρόνια.

γ) Χρησιμοποιώντας κάθοδο από μέταλλο άλλου είδους, και επαναλαμβάνοντας τις διεργασίες (α) και (β), υπολογίζεται κάθε φορά η μέγιστη κινητική ενέργεια K_{max} των φωτοηλεκτρονίων. Στο σχήμα 4.135 φαίνεται η γραφική παράσταση της K_{max} με την συχνότητα f για διάφορα μέταλλα. Παρατηρούμε ότι για κάθε μέταλλο, η χαρακτηριστική συχνότητα f_c είναι διαφορετική. Ακόμη, οι γραφικές παραστάσεις είναι ευθείες παράλληλες μεταξύ τους.

Από τις γραφικές παραστάσεις των σχημάτων 4.133., 4.134 και 4.135 εξάγονται οι παρακάτω πειραματικοί νόμοι του φωτοηλεκτρικού φαινομένου.

1ος Νόμος: Το φωτοηλεκτρικό ρεύμα είναι ανάλογο προς την ένταση της προσπίπτουσας φωτεινής ακτινοβολίας (Σχ. 4.133.)

2ος Νόμος: Η μέγιστη κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων εξαρτάται μόνο από την συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας και όχι από την ένταση της ακτινοβολίας (Σχ. 4.134).

3ος Νόμος: Το φωτοηλεκτρικό ρεύμα εμφανίζεται αν η τιμή της συχνότητας της προσπίπτουσας ακτινοβολίας είναι μεγαλύτερη από μια συχνότητα f_c , χαρακτηριστική για κάθε μέταλλο. Η συχνότητα f_c ονομάζεται οριακή συχνότητα ή συχνότητα κατωφλιού (Σχ. 4.134 και 4.135).

4ος Νόμος: Το φωτοηλεκτρικό ρεύμα εμφανίζεται ταυτόχρονα με την πρόσπτωση της φωτεινής ακτινοβολίας στην κάθοδο, χωρίς χρονική καθυστέρηση.

Η απόσπαση των φωτοηλεκτρονίων από το μέταλλο στα πλαίσιο της κλασικής φυσικής, είναι δικαιολογημένη. Όμως, η κλασική φυσική αδυνατεί να ερμηνεύσει τους τρεις τελευταίους νόμους, προβλέπει μάλιστα φωτοηλεκτρικό ρεύμα για κάθε συχνότητα. Χαρακτηριστικό επίσης είναι το παράδειγμα που ακολουθεί, στο οποίο φαίνεται ο χρόνος που προβλέπει η κλασική φυσική για την παραγωγή φωτοηλεκτρονίων σε ένα τυπικό μέταλλο.

Παράδειγμα 4-52

Στη μεταλλική πλάκα καθόδου προσπίπτει μονοχρωματική δέσμη ισχύος 10^{-3} Watt. Η πηγή απέχει από αυτή 1m. Να προσδιοριστεί ο χρόνος που θα παρέλθει μέχρι το ηλεκτρόνιο να εξέλθει από το μέταλλο. Η απαιτούμενη ενέργεια, ώστε το ηλεκτρόνιο να εξέλθει από το μέταλλο, είναι: 5 eV , όπου $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$

Απάντηση

Το άτομο έχει ακτίνα περίπου 10^{-9} m . Άρα το εμβαδόν της διατομής του είναι $\pi \times 10^{-18} \text{ m}^2$, επομένως δέχεται ενέργεια από την πηγή με ρυθμό

$$10^{-3} \times \frac{\pi \times 10^{-18} \text{ m}^2 \cdot \text{W}}{4 \pi 1^2 \text{ m}^2} = \frac{1}{4} \times 10^{-21} \text{ W}$$

Ο χρόνος που χρειάζεται, για να εξέλθει ένα ηλεκτρόνιο είναι

$$\Delta t = \frac{5 \text{ eV}}{\frac{1}{4} \times 10^{-21} \text{ W}} = \frac{4 \times 5 \times 1,6 \times 10^{-19} \text{ Joule}}{10^{-21} \text{ W}} = 32 \times 10^2 \text{ s} \approx 0,9 \text{ h}!!$$

Η ΥΠΟΘΕΣΗ ΦΩΤΟΝΙΩΝ ΤΟΥ EINSTEIN

Για την εξήγηση του φωτοηλεκτρικού φαινομένου ο Einstein, το 1905, διατύπωσε τη θεωρία των φωτονίων που ήταν ένα επιπλέον άλμα πέρα από τη θεωρία του Planck. Κατά την θεωρία των φωτονίων του Einstein το ηλεκτρομαγνητικό κύμα είναι ασυνεχές όχι διότι εκπέμπεται και απορροφάται ασυνεχώς στην περίπτωση της θερμικής εκπομπής του μέλανος σώματος, αλλά γιατί από τη φύση του έχει ασυνεχή υπόσταση όπως και αν παράγεται και διαδίδεται κατά ασυνεχή τρόπο αποτελούμενο από φωτόνια, τα οποία είναι πακέτα ενέργειας εντοπισμένα και στο χώρο, που διαδίδονται με την ταχύτητα του φωτός. Η ενέργεια E του φωτονίου είναι

$$E = hf \quad (4.139)$$

όπου h η σταθερά του Planck και f η συχνότητα της ακτινοβολίας. Στο σχήμα 4-135 φαίνεται μια πολύ σχηματική αναπαράσταση του φωτός με τα φωτόνια.

Ο Einstein έγραψε την φωτοηλεκτρονική εξίσωση ως εξής

$$hf = \Phi + K_{\max} \quad (4.140)$$

Βάση της σχέσης (4.140) ένα φωτόνιο μεταφέρει όλη την ενέργειά του hf σε ένα μόνο ηλεκτρόνιο του μετάλλου. Τμήμα, Φ , της ενέργειας του φωτονίου χρησιμοποιείται για την εξαγωγή του ηλεκτρονίου από το μέταλλο και γι' αυτό το λόγο το Φ ονομάζεται έργο εξαγωγής. Η υπόλοιπη ενέργεια του φωτονίου παραμένει στο ηλεκτρόνιο ως κινητική ενέργεια.

Με τη θεωρία των φωτονίων οι νόμοι του φωτοηλεκτρικού φαινομένου εξηγούνται ως εξής: Αύξηση της έντασης της ακτινοβολίας συνεπάγεται αύξηση της ροής φωτονίων, επομένως αύξηση του αριθμού των εξαγομένων ηλεκτρονίων και κατ' επέκταση αύξηση του φωτοηλεκτρικού ρεύματος (1ος Νόμος).

Από την εξίσωση (4.140) έχουμε

$$K_{\max} = hf - \Phi \quad (4.141)$$

Άρα, αύξηση της συχνότητας συνεπάγεται αύξηση της μέγιστης κινητικής ενέργειας των ηλεκτρονίων (2ος Νόμος). Θέτοντας $K_{\max} = 0$ στην (4.141) έχουμε

$$\Phi = hf_c \quad \text{ή} \quad f_c = \frac{\Phi}{h} \quad (4.142)$$

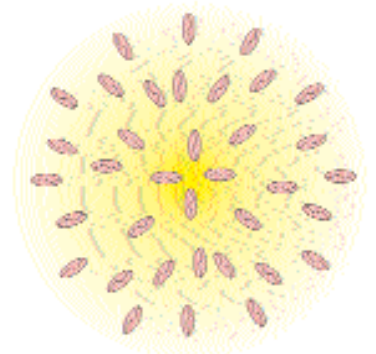
Δηλαδή, για να εξέλθουν από το μέταλλο ηλεκτρόνια πρέπει η συχνότητα της ακτινοβολίας να είναι μεγαλύτερη της οριακής f_c (3ος Νόμος).

Με την πρόσπτωση των φωτονίων στο μέταλλο τα ηλεκτρόνιά του λαμβάνουν αμέσως την απαιτούμενη ενέργεια για να εξέλθουν, οπότε το φωτοηλεκτρικό ρεύμα εμφανίζεται ακαριαία (4ος Νόμος).

Γράφοντας την (4.141) ως

$$K_{\max} = hf - hf_c \quad (4.143)$$

εξηγείται η γραφική παράσταση του σχήματος 4.135, όπου η κλίση των ευθειών για όλα τα μέταλλα είναι ίδια και ισούται με τη σταθερά του Planck h (έτσι μετριέται το h).



ΣΧΗΜΑ 4.136

Μια πηγή εκπέμπει τα πακέτα ενέργειας (φωτόνια) τα οποία διαδίδονται στο χώρο με την ταχύτητα του φωτός.

Παράδειγμα 4-53

Το έργο εξαγωγής του Βηρυλλίου είναι 3,90 eV. α) Προσδιορίστε την οριακή συχνότητα f_c για το μέταλλο. β) Αν στην επιφάνεια του μετάλλου πέφτει φως μήκους κύματος 150 nm, να υπολογίσετε την τάση αποκοπής του φωτοηλεκτρικού φαινομένου.

Απάντηση

α) Η οριακή συχνότητα του μετάλλου είναι

$$f_c = \frac{\Phi}{h} \quad \text{ή} \quad f_c = \frac{3,90 \times 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}}{6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} \quad \text{ή}$$

$$f_c = 9,41 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

β) Η τάση αποκοπής είναι $V_0 = \frac{K_{\max}}{e}$. Από την φωτοηλεκτρονική εξίσωση έχουμε

$$K_{\max} = hf - hf_c = h \frac{c}{\lambda} - hf_c$$

Άρα

$$V_0 = \frac{h \frac{c}{\lambda} - hf_c}{e} \quad \text{ή}$$

$$V_0 = \frac{6,63 \times 10^{-34} \left(\frac{3 \times 10^8}{150 \times 10^{-9}} - 0,941 \times 10^{15} \right)}{1,60 \times 10^{-19}} \text{ V} \quad \text{ή}$$

$$V_0 = 4,39 \text{ V}$$

ΚΥΜΑΤΟΣΩΜΑΤΙΔΙΑΚΟΣ ΔΥΪΣΜΟΣ ΤΟΥ ΦΩΤΟΣ - ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΚΑΙ ΟΡΜΗ ΤΟΥ ΦΩΤΟΝΙΟΥ

Κατά την κλασική φυσική το φως είναι κύμα πράγμα που διαπιστώνεται από πλήθος πειραμάτων. Επομένως, μια κυματική εικόνα του φωτός δεν επιδέχεται αμφιβολία. Όμως με τη θεωρία των φωτονίων φαίνεται να διαπιστώνεται και μια σωματιδιακή εικόνα για το φως, εικόνα που αρχικώς προτάθηκε από το Νεύτωνα για την εξήγηση της γεωμετρικής οπτικής. Το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο και το φαινόμενο Compton, που θα εξετάσουμε στην επόμενη παράγραφο, δημιουργούν και επιβεβαιώνουν την αντίληψη μιας σωματιδιακής φύσης για το φως. Και το ερώτημα που προκύπτει είναι: τελικά, τί είναι το φως σωματίδιο ή κύμα; Η απάντηση είναι ότι το φως έχει σωματιδιακό και κυματικό χαρακτήρα, άρα είναι κάτι άλλο από το κλασικό σωματίδιο και κάτι άλλο από το κλασικό κύμα.

Αυτός ο κυματοσωματιδιακός δυϊσμός του φωτός, περιγράφει και εξηγεί πολύ καλά όλες τις ιδιότητές του. Οι δύο χαρακτήρες του φωτός δεν αλληλοσυγκρούονται, αλλά αλληλοσυμπληρώνονται (αυτό λέγεται αρχή της συμπληρωματικότητας). Συνήθως σε χαμηλές συχνότητες (και μεγάλες

ροές φωτονίων) είναι έντονος ο κυματικός χαρακτήρας του φωτός και οι άνθρωποι που ασχολούνται με τις τηλεπικοινωνίες, ουδόλως νοιάζονται για το σωματιδιακό χαρακτήρα του φωτός και ορθά πράττουν. Όσο όμως πάμε σε υψηλότερες συχνότητες (και μικρές ροές φωτονίων), τόσο περισσότερο ο σωματιδιακός χαρακτήρας κάνει πιο έντονη τη παρουσία του. Ως παράδειγμα αναφέρουμε ότι οι ακτίνες γ έχουν σχεδόν αποκλειστικά σωματιδιακή συμπεριφορά.

Με τη βοήθεια της θεωρίας της σχετικότητας ολοκληρώνουμε την κυματοσωματιδιακή περιγραφή του φωτός, βρίσκοντας τις σχέσεις που συνδέουν την ενέργεια και την ορμή του σωματιδίου-φωτονίου με τη συχνότητα του ηλεκτρομαγνητικού κύματος. Από τη θεωρία της σχετικότητας έχουμε ότι

$$E = \sqrt{c^2 p^2 + m^2 c^4} \quad (4.144)$$

όπου E η ενέργεια ενός σωματιδίου, p η ορμή, m η μάζα (ηρεμίας) και c η ταχύτητα του φωτός.

Επειδή το φωτόνιο κινείται με την ταχύτητα του φωτός c , έχει μάζα $m = 0$, άρα η (4.144) γίνεται

$$E = c p \quad \text{ή} \quad p = \frac{E}{c} = \frac{h f}{c} \quad \text{ή} \quad p = \frac{h}{\lambda}$$

όπου $\lambda = c/f$ το μήκος κύματος της ακτινοβολίας. Συνεπώς οι σχέσεις

$$E = h f, \quad p = \frac{h}{\lambda} \quad (4.145)$$

συνδέουν τα σωματιδιακά χαρακτηριστικά του φωτονίου, ενέργεια και ορμή, με τα κυματικά χαρακτηριστικά της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, συχνότητα και μήκος κύματος.

Επίσης ισχύει

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad \text{και} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Άρα, η (4.145) γίνεται

$$E = \hbar \omega, \quad p = \hbar k \quad (4.146)$$

όπου $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ ονομάζεται ανηγμένη σταθερά του Planck. Το ω είναι η κυκλική συχνότητα και k ο κυματαριθμός

Παράδειγμα 4-54

Ένα ραδιοφωνικό κύμα έχει συχνότητα $f = 2,5$ MHz. Ένας ραδιοφωνικός δέκτης, για να διεγερθεί τόσο ώστε να ακουσθεί το σήμα που έρχεται με το ραδιοφωνικό κύμα, χρειάζεται ισχύ περίπου 2×10^{-17} W. Να βρείτε πόσα φωτόνια φτάνουν κάθε δευτερόλεπτο στο δέκτη και να σχολιαστεί το αποτέλεσμα.

Απάντηση

Κάθε φωτόνιο έχει ενέργεια

$$E = hf = 6,6 \times 10^{-34} \times 2,5 \times 10^6 \text{ J} = 1,7 \times 10^{-27} \text{ J}$$

Για να ακούγεται ο σταθμός πρέπει σε χρόνο t να φτάνουν N φωτόνια, έτσι ώστε

$$N E = P t \quad \text{ή} \quad \frac{N}{t} = \frac{P}{E}$$

Άρα, έχουμε

$$\frac{N}{t} = \frac{2 \times 10^{-17}}{1,7 \times 10^{-27}} \quad \text{ή} \quad \frac{N}{t} \approx 1,21 \times 10^{10} \text{ φωτόνια / s}$$

Αντιλαμβανόμαστε ότι, είναι σχεδόν αδύνατο να διαχωρίσουμε σε ένα δευτερόλεπτο 10^{10} σωματίδια, γι' αυτό μπορούμε να πούμε ότι η ροή των φωτονίων είναι μια συνεχής ροή ενέργειας, άρα συμβιβαστή με την κυματική φύση του φωτός.

Παράδειγμα 4-55

Υπολογίστε τον αριθμό των φωτονίων μήκους κύματος 600 nm, τα οποία έχουν: α) Ενέργεια ίση με την κινητική ενέργεια σώματος μάζας 0,20 kg και ταχύτητας 10 m/s. β) Ορμή ίση με το σώμα του προηγούμενου ερωτήματος.

Απάντηση

α) Η κινητική ενέργεια του σώματος είναι $K = \frac{1}{2} m v^2$ και η ενέργεια κάθε

$$\text{φωτονίου } E = hf = \frac{hc}{\lambda}.$$

Άρα το πλήθος των φωτονίων που περιλαμβάνουν ενέργεια ίση με την κινητική ενέργεια του σώματος είναι

$$N = \frac{K}{E} \quad \text{ή} \quad N = \frac{1/2 m v^2}{h \frac{c}{\lambda}} \quad \text{ή}$$

$$N = \frac{m v^2 \lambda}{2 h c} = \frac{2 \times 10^2 \times 600 \times 10^{-9}}{2 \times 6,626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}$$

φωτόνια ή $N = 3,0 \times 10^{20}$ φωτόνια.

β) Η ορμή του σώματος είναι $p = mv$ και κάθε φωτονίου $p' = \frac{h}{\lambda}$.

Συνεπώς, το πλήθος των φωτονίων που κινούνται στην ίδια κατεύθυνση έχουν ορμή ίση με αυτή του σώματος, είναι

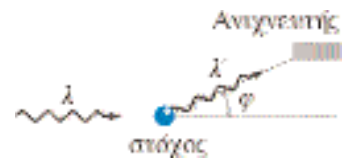
$$N = \frac{p}{p'} \quad \text{ή} \quad N = \frac{m v}{h / \lambda} \quad \text{ή}$$

$$N = \frac{m v \lambda}{h} = \frac{2 \times 10 \times 600 \times 10^{-9}}{6,626 \times 10^{-34}} \text{ φωτόνια} \quad \text{ή}$$

$$N = 1,8 \times 10^{28} \text{ φωτόνια}$$

ΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ COMPTON

Επιβεβαίωση της σωματιδιακής φύσης του φωτός έγινε με το φαινόμενο Compton (1923). Το φαινόμενο Compton είναι η σκέδαση ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας από φορτισμένα σωματίδια. Η μελέτη του φαινομένου Compton γίνεται με τη διάταξη του σχήματος 4.137. Μονοχρωματική ακτινοβολία μήκους κύματος λ σκεδάζεται από τα ηλεκτρόνια του στόχου και ένας ανιχνευτής μετρά το μήκος κύματος της σκεδαζόμενης ακτινοβολίας για διάφορες τιμές της γωνίας σκέδασης φ .



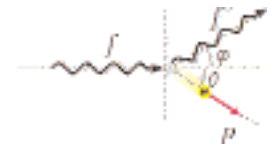
ΣΧΗΜΑ 4.137

Σκέδαση φωτονίου από ηλεκτρόνιο.

Σύμφωνα με την κλασική φυσική, το μήκος κύματος λ' της ανακλώμενης ακτινοβολίας αναμένεται να είναι ίδιο με αυτό της προσπίπτουσας. Στα πλαίσια αυτής της θεωρίας τα ηλεκτρόνια του σκεδαστή εκτελούν εξαναγκασμένη ταλάντωση συχνότητας ίδιας με αυτή της προσπίπτουσας ακτινοβολίας, επομένως, επανεκπέμπουν ακτινοβολία ίδιας συχνότητας με την προσπίπτουσα. Όμως, τα πειραματικά δεδομένα δίνουν διαφορετικό μήκος κύματος λ' της ανακλώμενης από το λ της προσπίπτουσας. Δίνουν μάλιστα $\lambda' > \lambda$.

Η μετατόπιση αυτή $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ ονομάζεται μετατόπιση Compton.

Ο Arthur Holly Compton (1892-1962) ερμήνευσε τη μετατόπιση $\Delta\lambda$ με τη βοήθεια της σωματιδιακής φύσεως του φωτός. Χρησιμοποίησε ακτίνες X και τις θεώρησε ότι είναι σωματίδια που συγκρούονται με τα ηλεκτρόνια του σκεδαστή, όπως οι μπάλες του μπιλιάρδου. Στο σχήμα 4.138 βλέπουμε σχηματικά τη σύγκρουση του φωτονίου της ακτίνας X με το ηλεκτρόνιο του σκεδαστή. Εφαρμόζουμε τους νόμους διατήρησης για τη σύγκρουση.



ΣΧΗΜΑ 4.138

Το σκεδαζόμενο φωτόνιο έχει μικρότερη συχνότητα από το προσπίπτον.

Νόμος διατήρησης ενέργειας.

$$hf + mc^2 = hf' + \sqrt{m^2c^4 + c^2p^2} \quad \text{ή}$$

$$h \frac{c}{\lambda} + mc^2 = \frac{hc}{\lambda'} + c\sqrt{m^2c^2 + p^2} \quad \text{ή}$$

$$\frac{h}{\lambda} + mc = \frac{h}{\lambda'} + \sqrt{m^2c^2 + p^2} \quad (\alpha)$$

Όπου m η μάζα του ηλεκτρονίου και p η ορμή του μετά την κρούση. Κάναμε χρήση των σχέσεων (4.144) και (4.145) της σχετικότητας για τις ενέργειες.

Νόμος διατήρησης της ορμής στον xx' άξονα

$$\frac{h}{\lambda} + 0 = \frac{h}{\lambda'} \cos \varphi + p \cos \theta \quad (\beta)$$

Νόμος διατήρησης της ορμής στον yy' άξονα

$$0 = \frac{h}{\lambda'} \sin \varphi - p \sin \theta \quad (\gamma)$$

Από την (β) και (γ) έχουμε

$$p^2 \cos^2 \theta = \left(\frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'} \cos \varphi \right)^2$$

$$p^2 \sin^2 \theta = \left(\frac{h}{\lambda'} \sin \varphi \right)^2$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις δύο τελευταίες σχέσεις παίρνουμε

$$p^2 = \frac{h^2}{\lambda^2} + \frac{h^2}{\lambda'^2} - 2 \frac{h^2}{\lambda \lambda'} \cos \varphi \quad (\delta)$$

Επίσης η (α) γίνεται

$$\sqrt{m^2 c^2 + p^2} = \frac{h}{\lambda} + m c - \frac{h}{\lambda'} \quad \text{ή}$$

$$p^2 = \frac{h^2}{\lambda^2} + \frac{h^2}{\lambda'^2} + 2 \frac{h}{\lambda} m c - 2 \frac{h}{\lambda'} m c - 2 \frac{h^2}{\lambda \lambda'}$$

Αντικαθιστώντας στην τελευταία σχέση την (δ) έχουμε

$$\Delta \lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m c} (1 - \cos \varphi) \quad (4.147)$$

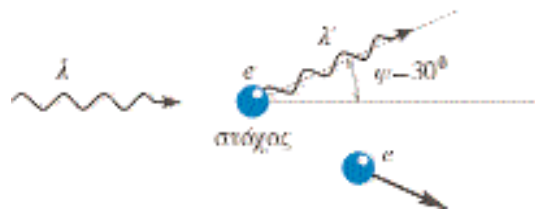
Η τελευταία σχέση συμφωνεί απόλυτα με τα πειραματικά δεδομένα. Η ποσότητα h/mc συμβολίζεται με λ_c και είναι γνωστή ως **μήκος κύματος Compton** του ηλεκτρονίου. Επομένως, η (4.147) μπορεί να γραφεί και ως εξής

$$\Delta \lambda = \lambda_c (1 - \cos \varphi) \quad (4.148)$$

Παρατηρούμε ότι με το φαινόμενο Compton έχουμε μια επιβεβαίωση της σωματιδιακής φύσεως του φωτός. Για την εργασία του αυτή, την οποία παρουσίασε το 1923, ο Compton τιμήθηκε το 1927 με το βραβείο Nobel. Σημειώνουμε ότι πρέπει η ενέργεια του φωτονίου να είναι πολύ μεγαλύτερη από το έργο εξόδου του ηλεκτρονίου, ώστε η ανάλυση αυτή να είναι σωστή. Γι αυτό χρησιμοποιήθηκαν ακτίνες X. Το ηλεκτρόνιο πρέπει να είναι πρακτικώς ελεύθερο.

Παράδειγμα 4-56

Φωτόνιο ακτίνων X μήκους κύματος 0,080 nm συγκρούεται με ακίνητο και ελεύθερο ηλεκτρόνιο και σκεδαζείται κατά γωνία $\varphi = 30^\circ$. Να βρεθεί: α) Το μήκος κύματος του σκεδαζόμενου φωτονίου, β) Η ενέργεια που απέκτησε το ηλεκτρόνιο, γ) η ταχύτητα του ηλεκτρονίου.



ΣΧΗΜΑ 4.139

Απάντηση

α) Είναι

$$\Delta \lambda = \lambda_c (1 - \cos \varphi) \quad \text{ή} \quad \lambda' = \lambda + \lambda_c (1 - \cos \varphi)$$

όπου

$$\lambda_c = \frac{h}{m c} = 0,24 \times 10^{-11} \text{ m}$$

Άρα

$$\lambda' = 0,08 \times 10^{-9} + 0,24 \times 10^{-11} (1 - \cos 30^\circ) \quad \text{ή}$$

$$\lambda' = 4 \times 10^{-9} \text{ m} \quad \text{ή} \quad \lambda' = 4 \text{ nm}$$

β) Η ενέργεια που απέκτησε το ηλεκτρόνιο, είναι ίση με την ενέργεια που έχασε το φωτόνιο. Άρα είναι

$$\Delta E = h \frac{c}{\lambda} - h \frac{c}{\lambda'} = 6,626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8 \left(\frac{1}{0,08 \times 10^{-9}} - \frac{1}{4 \times 10^{-9}} \right) \text{ J} \quad \text{ή}$$

$$\Delta E = 2,435 \times 10^{-15} \text{ J} \quad \text{ή} \quad \Delta E = \frac{2,435 \times 10^{-15}}{1,6 \times 10^{-19}} \text{ eV} \quad \text{ή}$$

$$\Delta E = 15,23 \text{ keV}$$

γ) Επειδή η επιπλέον ενέργεια που απέκτησε το ηλεκτρόνιο είναι πολύ μεγάλη, αντιμετωπίζουμε το πρόβλημα στα πλαίσια της σχετικότητας. Άρα

$$\frac{m c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m c^2 = \Delta E \quad \text{ή} \quad v = c \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{m c^2}{\Delta E}}} \quad \text{ή}$$

$$v = c \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{9,11 \times 10^{-31} \times 9 \times 10^{16}}{2,435 \times 10^{-15}}}} \quad \text{ή}$$

$$v = 0,17c \quad \text{ή} \quad v = 5,1 \times 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Αν ξεκινήσουμε από τη σχέση $\frac{1}{2} m v^2 = \Delta E$ (μη σχετικιστική), τότε η ταχύτητα βρίσκεται $v = 7,0 \times 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, λίγο μεγαλύτερη δηλ. από την πραγματική της τιμή.

Ας προχωρήσουμε λίγο παραπέρα. Διαιρώντας την σχέση (4.148) με το λ , βρίσκουμε ότι η ποσοστιαία μεταβολή του μήκους κύματος είναι

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{\lambda_c}{\lambda} (1 - \cos \varphi) \quad (4.149)$$

Παρατηρούμε ότι αν $\lambda \gg \lambda_c$, αν δηλαδή έχουμε μεγάλα μήκη κύματος, η μεταβολή του μήκους κύματος είναι ανεπαίσθητη, επομένως, μπορούμε να πούμε ότι η ανακλώμενη ακτίνα έχει περίπου την ίδια συχνότητα με την προσπίπτουσα, όπως προβλέπεται από την κυματική φύση του φωτός. Αν όμως το λ είναι συγκρίσιμο με το λ_c , τότε η μετατόπιση $\Delta \lambda$ είναι παρατηρήσιμη, δηλαδή εμφανίζεται η σωματιδιακή φύση του φωτός.

ΑΤΟΜΙΚΑ ΦΑΣΜΑΤΑ - ΣΥΝΘΗΚΕΣ BOHR (ΕΝΘΕΤΟ)

Όπως η μελέτη του φάσματος του μέλανος σώματος μας οδήγησε στην έννοια της κβάντωσης της ενέργειας, έτσι και η μελέτη των γραμμικών φασμάτων έμελε να μας οδηγήσει αργότερα στην τολμηρή πρόταση των υλικών κυμάτων του De Broglie (Ντε Μπρέιγ). Ας πάρουμε όμως τα πράγματα με τη σειρά.

Από το 1860 έως το 1885 υπήρξε μια έντονη δραστηριότητα στην μελέτη των φασμάτων διαφόρων υλικών. Το 1885 ο Ελβετός καθηγητής γυμνασίου Johan Jacob Balmer (1825-1898) διατύπωσε έναν εμπειρικό νόμο για το φάσμα του υδρογόνου. Τα μήκη κύματος των γραμμών του φάσματος του υδρογόνου δίνονται από τη σχέση:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{2}{n^2} \right), \quad n = 3, 4, 5 \quad (\alpha)$$

όπου η R_H είναι μια σταθερά η οποία αργότερα ονομάστηκε σταθερά Rydberg και έχει την τιμή

$$R_H = 1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \quad (\beta)$$

Ο τύπος του Balmer γενικεύτηκε αργότερα από άλλους ερευνητές και πήρε τη μορφή

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (\gamma)$$

$m, n =$ ακέραιοι θετικοί ($m < n$)

Για τις συχνότητες η σχέση (γ) γράφεται ως εξής

$$f = cR_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (\delta)$$

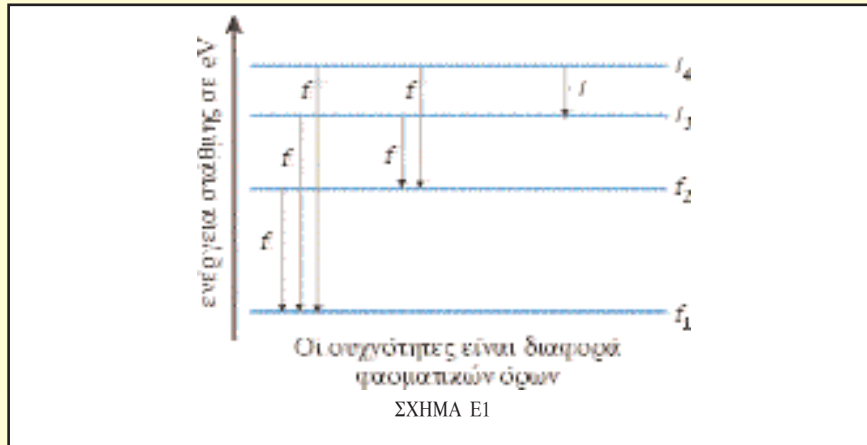
Αν θέσουμε $\frac{cR_H}{l^2} = f_l$ τότε η σχέση (δ) γράφεται ως εξής

$$f = f_m - f_n$$

όπου η τελευταία σχέση είναι γνωστή ως συνδυαστική αρχή.

Παρατηρούμε επομένως, ότι για τα στοιχεία, υπάρχουν ορισμένοι διακριτοί μεταξύ τους όροι f_i , οι οποίοι ονομάζονται φασματικοί όροι και η διαφορά τους προσδιορίζει τη συχνότητα f του φάσματος των στοιχείων (βλ. Σχ. Ε1).

Ο Bohr λαμβάνοντας υπόψιν το ατομικό μοντέλο Rutherford, τους παραπάνω κανόνες της φασματοσκοπίας, και τη σχέση ενέργειας φωτονίου $E = hf$ του Planck, κατέληξε στο μοντέλο του ατόμου του υδρογόνου, που σήμερα λέγεται μοντέλο του Bohr. Με το μοντέλο του ο Bohr, εξηγούσε πολύ καλά το φάσμα του ατόμου



του Υδρογόνου, καθώς και αρκετά καλά το φάσμα των αλκαλίων, Υδρογονοειδών ατόμων.

Κατά τον Bohr το ηλεκτρόνιο επιτρέπεται να βρίσκεται σε συγκεκριμένες κυκλικές τροχιές, χωρίς να ακτινοβολεί, όπου έχει συγκεκριμένες τιμές ενέργειας. Επομένως, η ενέργεια είναι κβαντισμένη. Όταν το ηλεκτρόνιο μεταβαίνει από μια κατάσταση ανώτερης ενέργειας σε μια κατώτερη ενέργεια, τότε εκπέμπει φωτόνιο. Πολλαπλασιάζοντας το φασματικό όρο επί $(-h)$ και ταυτίζοντας το γινόμενο $-hf_l$ με την ενέργεια της στάθμης, έχουμε από τη σχέση (ε)

$$hf = hf_m - hf_n = (-hf_n) - (-hf_m) = E_n - E_m$$

Άρα

$$hf = E_n - E_m \quad (\varepsilon)$$

Δηλαδή το εκπεμπόμενο φωτόνιο από μια στάθμη n στη στάθμη m , έχει ενέργεια που ισούται με τη διαφορά των ενεργειών των δύο σταθμών.

Αργότερα ο Bohr δικαιολόγησε την κβάντωση της ενέργειας των σταθμών υποθέτοντας τη συνθήκη κβάντωσης της στροφορμής L_n , των ηλεκτρονίων που κινούνται στις κυκλικές τροχιές, δηλαδή

$$L_n = n\hbar, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

όπου $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ και h η σταθερά του Planck

ΥΛΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ DE BROGLIE

Σε αντιστοιχία της θεωρίας των φωτονίων, όπου το φως είναι και κύμα και σωματίδιο, και προσπαθώντας να εξηγήσει την κβάντωση, ο De Broglie το 1923, στη διδακτορική του διατριβή διατύπωσε το αξίωμα ότι: "Όχι μόνο το φωτόνιο, αλλά και κάθε σωματίδιο συνδέεται με ένα κύμα", επεκτείνοντας μάλιστα τις σχέσεις (4.145) και για τα σωματίδια. Επομένως, για ένα σωματίδιο ενέργειας E και ορμής p , η συχνότητα και το μήκος κύματος του αντίστοιχου κύματος δίνονται από τους τύπους

$$f = \frac{E}{h}, \quad \lambda = \frac{h}{p} \quad (4.150)$$



LOUIS VICTOR DE BROGLIE
(1892 - 1987)

Γεννήθηκε στη Dièpre της Γαλλίας. Αρχικά σπούδασε ιστορία και αργότερα ασχολήθηκε με τη φυσική. Πήρε το διδακτορικό του δίπλωμα το 1924 από το Πανεπιστήμιο των Παρισίων. Τιμήθηκε με το βραβείο Nobel για την ανακάλυψη της κυματικής φύσης των σωματιδίων.

Γενικώς, οι ποσότητες E, p είναι οι σχετικιστικές. Για μικρές ταχύτητες είναι $p = m v$

Με τη θεωρία De Broglie εξηγείται η κβαντική συνθήκη στροφορμής του Bohr. Στην κλασική θεωρία έχουμε δει διακριτές καταστάσεις στα στάσιμα κύματα που παράγονται σε χορδή, όπου οι συχνότητες ταλάντωσης είναι διακριτές. Ανάλογα, καθώς το ηλεκτρόνιο κινείται γύρω από το άτομο, σημαίνει ότι το αντίστοιχο κύμα έχει ορισμένους περιορισμούς. Άρα, κατά τα λεγόμενα στο κεφάλαιο 3.2 έχουμε δημιουργία στασίμων κυμάτων επομένως κβαντισμένων καταστάσεων.

Για παράδειγμα στο άτομο του υδρογόνου, καθώς το ηλεκτρόνιο κινείται σε τροχιά ακτίνας r γύρω από τον πυρήνα, έχουμε στάσιμα κύματα, όπως στο σχήμα 4.140. Επομένως, έχουμε

$$2\pi r = n \lambda \quad \text{ή} \quad 2\pi r = n \frac{h}{p} \quad \text{ή}$$

$$p r = n \frac{h}{2\pi} \quad \text{ή} \quad m v r = \hbar n$$

Άρα, η στροφορμή δίνεται από τη σχέση

$$L_n = n \hbar$$

Η τελευταία σχέση είναι η 2η συνθήκη του Bohr, η οποία τώρα δεν επιβάλλεται αλλά προκύπτει!

Η άμεση πειραματική επαλήθευση των προτάσεων του De Broglie έγιναν από τους Davisson - Germer, οι οποίοι κατόρθωσαν μάλιστα να μετρήσουν το μήκος κύματος του ηλεκτρονίου. Οι Davisson - Germer εντελώς τυχαία, ενώ μελετούσαν διαφορετικά πράγματα, είδαν φαινόμενα περίθλασης των ηλεκτρονίων. Κατόπιν, επαναλαμβάνοντας συστηματικά τα πειράματά τους ρίχνοντας ηλεκτρόνια σε μονοκρυστάλλους, παρατήρησαν φαινόμενα περίθλασης, από όπου υπολόγισαν το μήκος κύματος των ηλεκτρονίων.

Παράδειγμα 4-57

Ηλεκτρόνιο έχει ταχύτητα $1,0 \times 10^5$ m/s. Υπολογίστε το μήκος κύματος De Broglie. Ποιά η τιμή του πιο πάνω μεγέθους, όταν η ταχύτητα του ηλεκτρονίου είναι $2,0 \times 10^8$ m/s;

Απάντηση

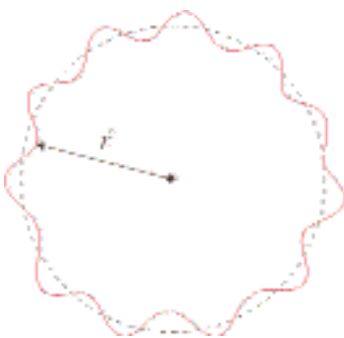
Είναι

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad \text{ή} \quad \lambda = \frac{h}{m v} \quad \text{ή}$$

$$\lambda = \frac{6,626 \times 10^{-34}}{9,11 \times 10^{-31} \times 10^5} \text{ m} \quad \text{ή} \quad \lambda = 7,27 \text{ nm}$$

Στη δεύτερη περίπτωση η ορμή πρέπει να υπολογισθεί σχετικιστικά, άρα είναι

$$\lambda = \frac{h}{m v} \quad \text{ή} \quad \lambda = \frac{h}{m v \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$



ΣΧΗΜΑ 4.140

Κατά την κίνηση του ηλεκτρονίου γύρω από τον πυρήνα του ατόμου του υδρογόνου, δημιουργούνται στάσιμα κύματα.

$$\lambda = \frac{h}{m v} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \eta$$

$$\lambda = \frac{6,626 \times 10^{-34}}{9,11 \times 10^{-31} \times 2 \times 10^8} \times \sqrt{1 - \left(\frac{2 \times 10^8}{3 \times 10^8}\right)^2} \quad \eta$$

$$\lambda = 0,21 \times 10^{-11} \text{ m} = 2,1 \times 10^{-3} \text{ nm}$$

Η ΚΥΜΑΤΟΣΥΝΑΡΤΗΣΗ Ψ ΚΑΙ Η ΠΥΚΝΟΤΗΤΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ

Ένα σωματίδιο συνοδεύεται από κύμα, επομένως φυσιολογικά γεννιούνται τα ερωτήματα, ποιά είναι η κυματική συνάρτηση αυτού του κύματος και ποιά είναι η εξίσωση στην οποία υπακούει; Για απλούστευση θεωρούμε ένα σωματίδιο που κινείται υπό την επίδραση κάποιων δυνάμεων σε μια ευθεία, δηλαδή ένα σωματίδιο σε μονοδιάστατη κίνηση.

Έστω, ότι η κυματική συνάρτηση του σωματιδίου είναι κάποια συνάρτηση θέσης και χρόνου, $\Psi(x, t)$. Στην κβαντομηχανική την συμβολίζουμε με κεφαλαίο Ψ και συνηθίζουμε να την καλούμε κυματοσυνάρτηση. Το άλλο ερώτημα είναι, ποιά είναι η φυσική ερμηνεία της $\Psi(x, t)$, τι τελικά εκφράζει η $\Psi(x, t)$.

Εάν προσπαθήσουμε να ερμηνεύσουμε κλασικά την Ψ , θα μπορούσαμε να πούμε, για παράδειγμα, ότι η $|\Psi|^2$ είναι ανάλογη της έντασης του κύματος και εκφράζει την σωματιδιακή πυκνότητα, διότι κλασικά το κύμα είναι μια οντότητα απλωμένη. Τα πειράματα όμως δείχνουν ότι ανιχνεύεται σωματιδιακή υπόσταση, δηλαδή σε κάθε πείραμα βρίσκουμε το σωματίδιο εντοπισμένο και αδιαίρετο σε κάποια θέση κάποια χρονική στιγμή. Επομένως, μια τέτοια ερμηνεία είναι λανθασμένη. Συνεπώς μια κλασική ερμηνεία της κυματοσυνάρτησης $\Psi(x, t)$ με την συνήθη έννοια του κύματος (πεδίο) οδηγεί σε λάθος συμπεράσματα.

Η πυκνότητα πιθανότητας είναι ανεξάρτητη με το χρόνο, όταν η ενέργεια του σωματιδίου παραμένει σταθερή και εδώ περιοριζόμαστε σε τέτοιες περιπτώσεις.

Πρώτος ο Max Born το 1926 και την επόμενη χρονιά οι Born, Bohr Heisenberg και Jordan έδωσαν μια αποδεκτή ερμηνεία της κυματοσυνάρτησης, διατυπώνοντας άποψη η οποία γίνεται αποδεκτή μέχρι σήμερα. Αυτοί υπέθεσαν ότι το τετράγωνο του μέτρου της κυματοσυνάρτησης είναι η πυκνότητα πιθανότητας να βρούμε το σωματίδιο στο συγκεκριμένο σημείο του χώρου. Δηλαδή

$$P(x) = |\Psi(x)|^2 = \Psi(x) \Psi^*(x)$$

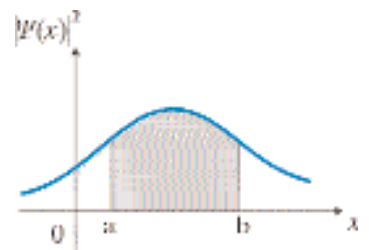
όπου $P(x)$: η πυκνότητα πιθανότητας

$\Psi^*(x)$: ο μιγαδικός συζυγής της $\Psi(x)$

Η πιθανότητα να βρούμε ένα σωματίδιο σε μια περιοχή από x έως $x + dx$ είναι

$$dP[x, x + dx] = P(x) dx = |\Psi(x)|^2 dx$$

Έστω, ότι η συνάρτηση $|\Psi(x)|^2$ είναι αυτή του σχήματος 4.141. Εάν αποπειραθούμε με ένα πείραμα να εντοπίσουμε το σωματίδιο, η



ΣΧΗΜΑ 4.141

Το γραμμικοποιημένο εμβαδόν ισούται με την πιθανότητα το σώμα να βρίσκεται στο διάστημα (a,b).

πιθανότητα να το βρούμε μεταξύ των θέσεων $x = a$ και $x = b$ δηλαδή στο διάστημα (a, b) , δίνεται από τη σχέση

$$P [a, b] = \sum dP = \int_a^b P(x) dx \quad \text{ή} \quad P [a, b] = \int_a^b |\Psi(x)|^2 dx$$

όπου το ορισμένο ολοκλήρωμα ισούται με το γραμμωσιασμένο εμβαδόν του σχήματος 4.141.

Εκτελώντας ένα πείραμα η πιθανότητα να βρούμε οπουδήποτε το σωματίδιο είναι 1 (100%), άρα πρέπει



**ERWIN
SCHRÖDINGER
(1887 - 1961)**

Γεννήθηκε στη Βιέννη το 1887. Σπούδασε φυσική στο Πανεπιστήμιο της Βιέννης. Είναι από τους πατέρες της κβαντικής μηχανικής. Απέδειξε την ισοδυναμία της δικής του κυματομηχανικής με αυτή την πιο αφηρημένη μηχανική των μητρών του Heisenberg. Το 1927 έγινε καθηγητής στο Πανεπιστήμιο του Βερολίνου διαδεχόμενος τον Planck. Το 1953 τιμήθηκε με το Βραβείο Nobel και την ίδια χρονιά έφυγε από τη Γερμανία για το Δουβλίνο όπου έγινε διευθυντής Σχολείου Θεωρητικής Φυσικής για Προχωρημένες Μελέτες. Πέρασε 17 χρόνια δημιουργικά και το 1956 επέστρεψε στην πατρίδα του όπου έζησε τα τελευταία χρόνια της ζωής του.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^{+\infty} P(x) dx = 1 \tag{4.151}$$

Η σχέση (4.151) ονομάζεται συνθήκη κανονικοποίησης και οι κυματοσυναρτήσεις που την ικανοποιούν ονομάζονται κανονικοποιημένες.

Το γραμμωσιασμένο εμβαδόν δίνει την πιθανότητα το σωματίδιο να βρεθεί στο διάστημα (a, b) .

Με τη στατιστική ερμηνεία της κυματοσυνάρτησης $\Psi(x, t)$, ο κυματοσωματιδιακός δυϊσμός δεν φαίνεται τόσο αλλόκοτος, όσο πριν. Το σωματίδιο είναι αδιαίρετο και εντοπισμένο και το κύμα που το συνοδεύει, συνδέεται με την πιθανότητα να το βρούμε κάπου όταν το αναζητήσουμε.

ΕΞΙΣΩΣΗ SCHRÖDINGER

Το 1922 ο Αυστριακός φυσικός Schrödinger πρότεινε μία κυματική εξίσωση, η οποία πήρε και το όνομά του, οι λύσεις της οποίας είναι οι κυματοσυναρτήσεις $\Psi(x, t)$ των υλικών κυμάτων του De Broglie. Η εξίσωση ισχύει για μικρές ταχύτητες ($v \ll c$) και η χρονικά ανεξάρτητη μορφή της ($\Psi = \Psi(x)$) είναι η ακόλουθη.

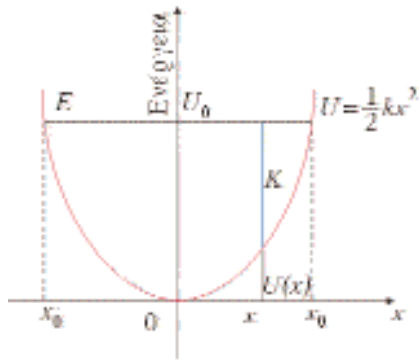
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi}{dx^2} + U(x)\Psi = E\Psi \tag{4.152}$$

Όπου E είναι η ολική ενέργεια, η οποία είναι σταθερή με το χρόνο ενώ το $U(x)$ είναι συνάρτηση, η οποία ταυτίζεται με τη δυναμική ενέργεια του σωματιδίου της κλασικής φυσικής (λέγεται, καταχρηστικώς, δυναμικό αλληλεπίδρασης).

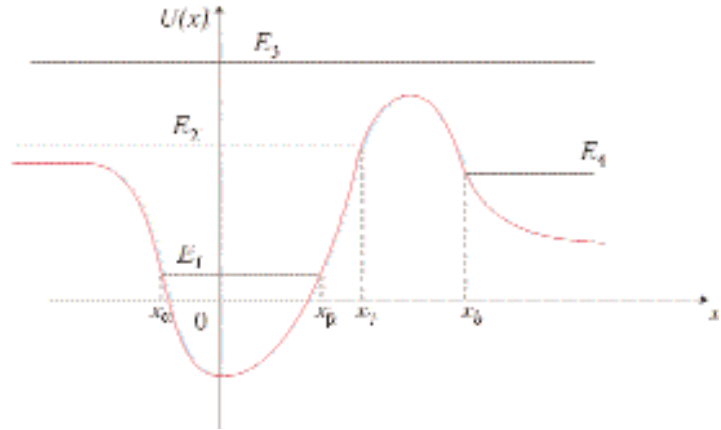
Η ορθότητα της εξίσωσης Schrödinger έχει ελεγχθεί σε πλήθος περιπτώσεων και συμφωνεί με τα πειράματα. Είναι γραμμική και επομένως, ισχύει για τις λύσεις της η αρχή της επαλληλίας, δηλαδή, αν η Ψ_1 και Ψ_2 είναι λύσεις της εξίσωσης, το άθροισμά τους είναι και αυτό λύση.

ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΠΗΓΑΛΙΟΥ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ

Το πηγάδι δυναμικού αντιστοιχεί σε συνάρτηση δυναμικής ενέργειας $U(x)$, η οποία έχει ελάχιστη τιμή. Ως παράδειγμα, μπορούμε να αναφέρουμε τη δυναμική ενέργεια του κλασικού αρμονικού ταλαντωτή (Σχ. 4.142).



ΣΧΗΜΑ 4.142



ΣΧΗΜΑ 4.143

Έστω ότι η ολική ενέργεια του σωματιδίου είναι (κλασικά) $E = \text{σταθ}$. Όταν το σωματίδιο βρίσκεται στη θέση x , τότε η δυναμική του ενέργεια είναι $U(x) = 1/2 kx^2$ και η κινητική ενέργεια είναι K , έτσι ώστε $E = K + U$. Στη θέση x_0 , το σωματίδιο έχει τη μέγιστη μετατόπισή του και δεν μπορεί να βρεθεί σε θέση με $x > x_0$, επίσης στη θέση x_0 η κινητική του ενέργεια γίνεται μηδέν. Σε κάθε θέση x ασκείται στο σωματίδιο δύναμη $F = -\frac{dU}{dx}$, δηλαδή ίση με την αντίθετη τιμή της κλίσεως της συνάρ-

τησης της δυναμικής ενέργειας. Η δύναμη πάντα κατευθύνεται προς το κέντρο του πηγαδιού.

Έστω ότι η δυναμική ενέργεια είναι της μορφής του σχήματος 4.143. Το σωματίδιο με ενέργεια E_1 , είναι περιορισμένο να κινείται μεταξύ x_a και x_b . Το σωματίδιο με ενέργεια E_2 κινείται μεταξύ $-\infty$ και x_γ . Το σωματίδιο με ενέργεια E_3 , μπορεί να κινείται από $-\infty$ έως $+\infty$, και το σωματίδιο με ενέργεια E_4 , μπορεί να κινείται μεταξύ x_δ και $+\infty$.

Στην περιοχή με $x > 0$ όπου η δυναμική ενέργεια αποκτά μέγιστο, λέμε ότι υπάρχει φράγμα δυναμικού. Σωματίδια με ενέργεια μικρότερη από τη μέγιστη δυναμική ενέργεια, δεν μπορούν να περάσουν από την μία πλευρά του φράγματος στην άλλη.

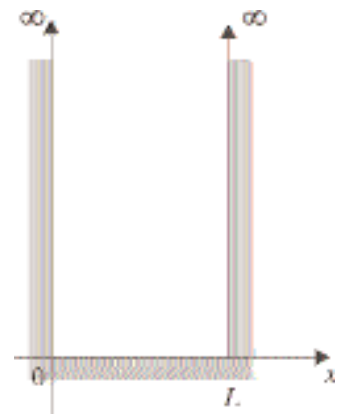
Εξιδανικευμένα πηγάδια και φράγματα δυναμικού μπορεί να έχουν “τοιχώματα” κατακόρυφα. Επειδή η κλίση τότε γίνεται άπειρη, οι δυνάμεις που ασκούνται στα τοιχώματα είναι απείρου μέτρου (κρουστικές δυνάμεις).

ΣΩΜΑΤΙΔΙΟ ΣΕ ΠΗΓΑΔΙ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΜΕ ΑΠΕΙΡΟ ΒΑΘΟΣ, ΚΒΑΝΤΙΚΗ ΘΕΩΡΗΣΗ

Έστω, ότι ένα σωματίδιο βρίσκεται μέσα στο πηγάδι δυναμικού του σχήματος 4.144. Η συνάρτηση $U(x)$ (το δυναμικό αλληλεπίδρασης) είναι

$$U(x) = \begin{cases} 0 & \text{όταν } 0 < x < L \\ \infty & \text{όταν } x \leq 0 \text{ ή } x \geq L \end{cases}$$

Θα προσπαθήσουμε να βρούμε την κυματοσυνάρτηση αυτού του



ΣΧΗΜΑ 4.144

Ένα πηγάδι δυναμικού απείρου βάθους.

προβλήματος.

Όπως και στην κυματική, όπου τα κύματα που διαδίδονται σε περιορισμένη χορδή (γενικά σε περιορισμένο χώρο), οδηγούν σε στάσιμα κύματα, έτσι και το χωρικό μέρος της κυματοσυνάρτησης θα έχει τη μορφή στασίμων κυμάτων. Η κυματοσυνάρτηση θα έχει τη γενική μορφή

$$\Psi = A \sin kx + B \cos kx$$

όπου

$$k = \sqrt{\frac{2mE}{h^2}}$$

Η κυματοσυνάρτηση πρέπει να είναι συνεχής για όλες τις τιμές του x . Επομένως, στο άκρο $x = 0$ είναι $\psi = 0$, άρα

$$0 = A \sin 0 + B \cos 0 \quad \text{ή} \quad 0 = B \quad \text{άρα}$$

$$\Psi = A \sin kx$$

Επίσης, στο άκρο $x = L$ έχουμε $\Psi = 0$, άρα

$$0 = A \sin kL \quad \text{ή} \quad kL = n\pi \quad \text{ή}$$

$$\sqrt{\frac{2mE}{h^2}} = \frac{n\pi}{L} \quad \text{ή} \quad E_n = \frac{n^2 \pi^2 h^2}{2mL^2} \quad \text{ή}$$

$$E_n = n^2 \left(\frac{h^2}{8mL^2} \right) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.153)$$

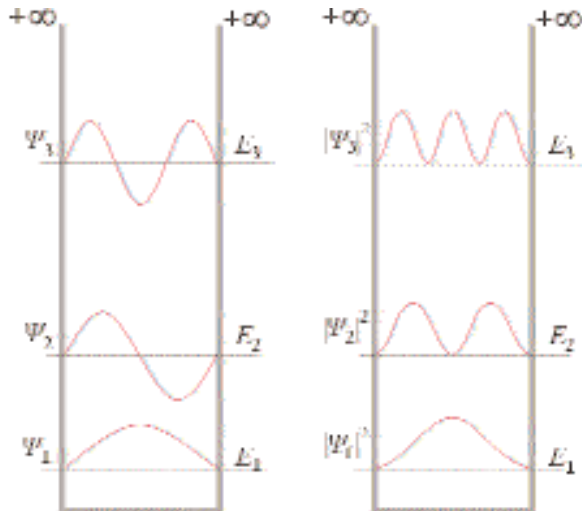
Η σχέση 4.153 μας παρέχει τις κβαντισμένες τιμές της ενέργειας που μπορεί να έχει ένα σωματίδιο που βρίσκεται μέσα στο πηγάδι. Ο κβαντικός αριθμός n χαρακτηρίζει την κάθε κατάσταση. Εάν το σωματίδιο έχει την ενέργεια E_n , τότε η αντίστοιχη κυματοσυνάρτηση έχει $k = \frac{n\pi}{L}$ και επομένως, είναι

$$\Psi_n(x) = A \sin \left(\frac{n\pi}{L} x \right) \quad (4.154)$$

Η σταθερά A υπολογίζεται από τη συνθήκη κανονικοποίησης (σχέση 4.151) και έχει την τιμή

$$A = \sqrt{\frac{2}{L}}$$

Στο σχήμα 4.145 φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις της ποσότητας Ψ για τις τρεις πρώτες καταστάσεις ενέργειας. Παρατηρούμε ότι τα μέγιστα της πυκνότητας πιθανότητας είναι τόσα, όσα ο κβαντικός αριθμός n . Επίσης, παρατηρούμε ότι σαφώς τα σημεία του πηγαδιού δεν είναι όλα ισοπίθανα. Εάν αντί για σωματίδιο έχουμε ένα μακροσκοπικό σώμα, π.χ. μια μικρή μπάλα που κινείται στο πηγάδι ανακλώμενη στα τοιχώματα, τότε όλα τα σημεία x θα ήταν ισοπίθανα. Πώς συμβιβάζεται αυτό με τα γραφήματα του σχήματος 4.145; Στο παράδειγμα που ακολουθεί, θα



ΣΧΗΜΑ 4.145

Οι τρεις πρώτες κυματοσυναρτήσεις και οι αντίστοιχες πυκνότητες πιθανότητας για σωματίδιο σε πηγάδι δυναμικού απείρου βάθους.

δούμε ότι δεν υπάρχει αντίφαση.

Παράδειγμα 4-58

Ένα σωματίο σκόνης μάζας $m = 1,0 \text{ mg}$ είναι παγιδευμένο σε ένα βαθύ πηγάδι πλάτους $L = 1,0 \text{ cm}$. Να γίνει η γραφική παράσταση της πυκνότητας πιθανότητας για το σωματίο, όταν κινείται με ταχύτητα περίπου $0,10 \text{ cm/s}$.

Απάντηση

Η ενέργεια του σωματίου είναι

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 10^{-6} \text{ kg} \left(\frac{1}{10} \times 10^{-2} \right)^2 \text{ m}^2/\text{s}^2 \quad \text{ή}$$

$$E = \frac{1}{2} \times 10^{-12} \text{ J} \quad \text{ή} \quad E = 5,0 \times 10^{-13} \text{ J}$$

Ο αντίστοιχος κβαντικός αριθμός n προσδιορίζεται από

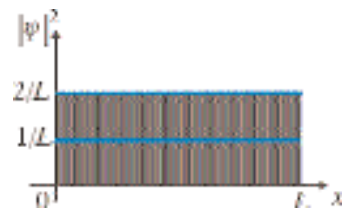
$$E = n^2 \frac{h^2}{8 m L^2} \quad \text{ή}$$

$$n = \frac{\bar{L}}{h} \sqrt{8 m E} = \frac{10^{-2}}{6,63 \times 10^{-34}} \sqrt{8 \times 10^{-6} \times 5,0 \times 10^{-13}}$$

άρα $n = 3,0 \times 10^{22}$

Επομένως, η πυκνότητα πιθανότητας έχει 3×10^{22} μέγιστα!! που δεν μπορούν πρακτικώς να διακριθούν, συνεπώς η γραφική παράσταση θα είναι κατά μέσον όρο πρακτικώς, ευθεία παράλληλη στον άξονα x (Σχ. 4.146). Άρα όλα τα σημεία είναι ισοπίθανα, διότι είναι αδύνατον να διαχωρίσεις 3×10^{22} σημεία σε μήκος 1 cm . Η (μέση) πυκνότητα πιθανότητας είναι,

$$P(x) = \frac{1}{L}$$



ΣΧΗΜΑ 4.146

Παράδειγμα 4-59

Ένα σωματίδιο μάζας $m = 1,0 \times 10^{-27}$ kg βρίσκεται σε τετραγωνικό πηγάδι δυναμικού απείρου βάθους και πλάτους $L = 8,0 \times 10^{-12}$ m. Να υπολογισθεί η ενέργεια της 2ης στάθμης και να γραφεί η αντίστοιχη κυματοσυνάρτηση $\Psi(x)$.

Απάντηση

Η ενέργεια δίνεται από τη σχέση

$$E_n = n^2 \left(\frac{h^2}{8mL^2} \right)$$

Για $n = 2$ έχουμε

$$E_2 = 2^2 \frac{(6,626 \times 10^{-34})^2}{8 \times 10^{-27} \times (8 \times 10^{-12})^2} \quad \text{ή}$$

$$E_2 = 5,2 \times 10^{-19} \text{ J} \quad \text{ή} \quad E_2 = 3,3 \text{ eV}$$

Θεωρώντας την αρχή του άξονα x στο αριστερό άκρο του πηγαδιού είναι

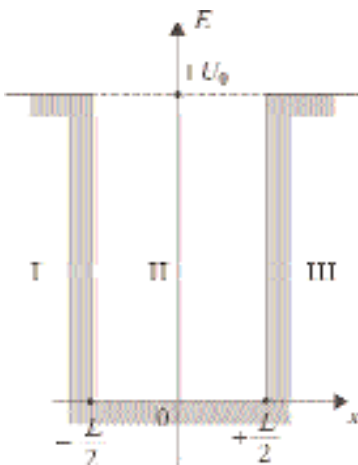
$$\Psi_n(x) = A \sin \left(\frac{n\pi}{L} x \right)$$

Για $n = 2$ έχουμε

$$\Psi_2(x) = \sqrt{\frac{2}{8 \times 10^{-12}}} \sin \left(\frac{2\pi}{8 \times 10^{-12}} x \right) \quad \text{ή}$$

$$\Psi_2(x) = 5 \times 10^5 \sin \left(\frac{\pi}{4} \times 10^{12} x \right) \quad (\text{στο SI})$$

ΣΩΜΑΤΙΔΙΟ ΣΕ ΠΗΓΑΔΙ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΟΥ ΒΑΘΟΥΣ



ΣΧΗΜΑ 4.147

Ορθογώνιο πηγάδι πεπερασμένου βάθους.

Έστω, ότι ένα σωματίδιο βρίσκεται μέσα σε ένα ορθογώνιο πηγάδι, όπως αυτό του σχήματος 4.147. Το βάθος του πηγαδιού είναι U_0 (δυναμικό αλληλεπίδρασης, σε μονάδες ενέργειας) και το πλάτος του είναι L . (Στην κλασική φυσική, όταν ένα “πηγάδι” στο πεδίο βαρύτητας έχει βάθος z για ένα σωματίδιο μάζας m , τότε το βάθος σε μονάδες ενέργειας είναι mgz).

Έστω, ότι το σωματίδιο έχει ενέργεια E μικρότερη του U_0 , δηλαδή $E < U_0$. Η συνάρτηση $U(x)$ είναι

$$U(x) = \begin{cases} U_0 & x < -\frac{L}{2} \\ 0 & -\frac{L}{2} < x < \frac{L}{2} \\ U_0 & x > \frac{L}{2} \end{cases}$$

Οι γενικές μορφές των λύσεων είναι

$$\Psi_{\text{I}}(x) = A e^{cx} \quad \text{για } x < -\frac{L}{2}$$

$$\Psi_{\text{III}}(x) = B e^{-cx} \quad \text{για } x > +\frac{L}{2}$$

όπου

$$c = \sqrt{\frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}}$$

και

$$\Psi_{\text{II}}(x) = \Gamma \sin kx + \Delta \cos kx \quad \text{για } -\frac{L}{2} < x < \frac{L}{2}$$

όπου

$$k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

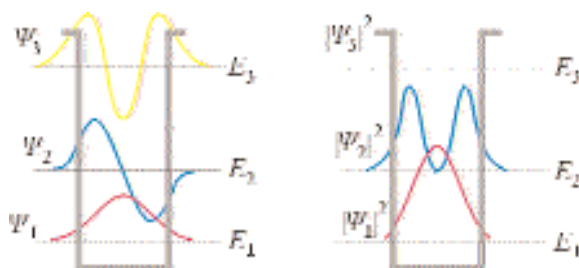
Επειδή πρέπει οι κυματοσυναρτήσεις και οι παράγωγές τους να είναι συνεχείς, έχουμε

$$\Psi_{\text{I}} = \Psi_{\text{II}} \quad \text{και} \quad \frac{d\Psi_{\text{I}}}{dx} = \frac{d\Psi_{\text{II}}}{dx}, \quad \text{για } x = -\frac{L}{2}$$

καθώς επίσης

$$\Psi_{\text{II}} = \Psi_{\text{III}} \quad \text{και} \quad \frac{d\Psi_{\text{II}}}{dx} = \frac{d\Psi_{\text{III}}}{dx}, \quad \text{για } x = \frac{L}{2}$$

Από αυτές τις σχέσεις προσδιορίζονται οι κυματοσυναρτήσεις. Προκύπτουν, όπως και στο πηγάδι με άπειρο βάθος, κβαντισμένες καταστάσεις. Στο σχήμα 4.148 είναι σχεδιασμένες οι κυματοσυναρτήσεις των τριών μικροτέρων τιμών της ενέργειας, καθώς και οι αντίστοιχες πυκνότητες πιθανότητας. Παρατηρούμε ότι η κυματοσυναρτήσεις είναι μη μηδενικές σε περιοχές που κλασικά είναι απαγορευμένες.



Σχήμα 4.148

Οι τρεις πρώτες κυματοσυναρτήσεις και οι αντίστοιχες πυκνότητες πιθανότητας.

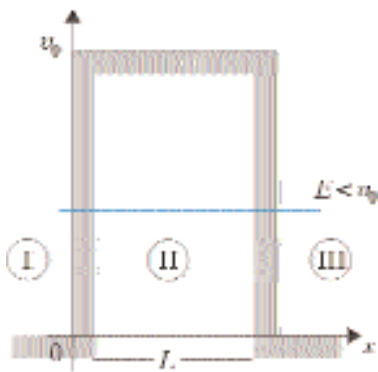
Παρατήρηση:

Στο πρόβλημα του δυναμικού απείρου βάθους, καθώς και σε αυτό του πεπερασμένου βάθους, όπου $E < U_0$, τα χωρικά μέρη των κυματοσυναρτήσεων μπορούν να ληφθούν αμιγώς πραγματικά. Αυτό μας επιτρέπει να παραστήσουμε γραφικά την $\Psi(x)$ ως προς x , και όχι μόνο την $|\Psi|^2$.

ΚΒΑΝΤΙΚΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΣΗΡΑΓΓΑΣ

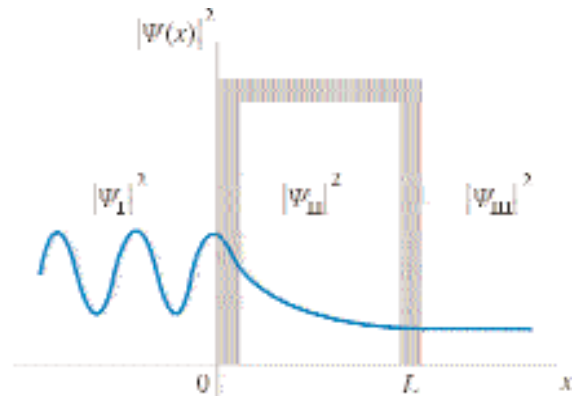
ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΦΡΑΓΜΑ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ

Έστω, ότι η κλασική δυναμική ενέργεια U για ένα σωματίδιο είναι αυτή του σχήματος 4.149. Εάν το σωματίδιο κινείται προς τα δεξιά από την περιοχή I και έχει ενέργεια $E < U_0$, η πιθανότητα να διέλθει το "φράγμα" και να συνεχίσει στην περιοχή III, στα πλαίσια της κλασικής φυσικής, είναι μηδέν. Όμως έχει παρατηρηθεί πειραματικά ότι το σωματίδιο διέρχεται του φράγματος και συνεχίζει να κινείται ελεύθερα στην περιοχή III. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται **φαινόμενο σήραγγας (tunnel effect)** και εξηγείται μόνο με την κβαντομηχανική. Επιλύοντας την εξίσωση Schrodinger για το συγκεκριμένο δυναμικό, το τετράγωνο του μέτρου της κυματοσυνάρτησης που προκύπτει, είναι περίπου αυτό του σχήματος 4.150. Στην περίπτωση αυτή δεν μπορούν να κανονικοποιηθούν με το συνήθη τρόπο οι κυματοσυναρτήσεις, αλλά επειδή ενδιαφερόμαστε για ποσοστό διέλευσης και ανάκλασης, όποτε χρειαζόμαστε λόγους πιθανοτήτων και έτσι αυτό δεν ενοχλεί.



ΣΧΗΜΑ 4.149

Ορθογώνιο φράγμα δυναμικού.



ΣΧΗΜΑ 4.150

Παρατηρούμε ότι, ένα σωματίδιο με ενέργεια $E < U_0$ έχει πιθανότητα να διέλθει από το φράγμα και να κινηθεί ελεύθερα προς τα δεξιά, στην περιοχή III, αφού η $\Psi(x)$ δεν είναι μηδέν στην περιοχή αυτή.

Η πιθανότητα (ή το ποσοστό των σωματιδίων που διέρχονται του φράγματος όταν προσπίπτει δέσμη σωματιδίων) διέλευσης του φράγματος για ένα σωματίδιο ονομάζεται συντελεστής διέλευσης T και στην περίπτωση κατά την οποία το φράγμα είναι υψηλό ή πολύ φαρδύ, η προσεγγιστική του τιμή είναι

$$T \approx e^{-2\gamma L} \tag{4.155}$$

όπου

$$\gamma = \sqrt{\frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}}$$

Η πιθανότητα το σωματίδιο να ανακλαστεί από το φράγμα και να επιστρέψει στην περιοχή I ονομάζεται συντελεστής ανάκλασης R και προφανώς ισχύει

$$R + T = 1 \tag{4.156}$$

Παράδειγμα 4-60

Ηλεκτρόνιο έχει κινητική ενέργεια 40 eV και προσπίπτει σε τετραγωνικό φράγμα δυναμικού ύψους 41 eV. Να υπολογισθεί ο συντελεστής διέλευσης του ηλεκτρονίου διαμέσου του φράγματος, όταν το φράγμα έχει πλάτος α) 10 nm, β) 1,0 nm και γ) 0,10 nm.

Απάντηση

Είναι

$$T = e^{-2\sqrt{\frac{2m(U_0-E)}{\hbar^2}}L} \quad \text{ή} \quad T = e^{-1,9 \times 10^9 L}$$

α) Για $L = 10 \text{ nm} = 10 \times 10^{-9} \text{ m}$ είναι

$$T = e^{-1,9 \times 10^9 \times 10 \times 10^{-9}} \quad \text{ή} \quad T = e^{-19} \quad T \approx 5,6 \times 10^{-9}$$

δηλαδή η διέλευση του ηλεκτρονίου είναι λείαν απίθανη.

β) Για $L = 1,0 \text{ nm}$ είναι

$$T \approx e^{-1,9 \times 10^9 \times 10^{-9}} \quad \text{ή} \quad T = e^{-1,9} \quad \text{ή} \quad T \approx 0,15 \quad \text{ή} \quad 15\%$$

γ) Για $L = 0,1 \text{ nm}$ είναι

$$T \approx e^{-1,9 \times 10^9 \times 0,1 \times 10^{-9}} \quad \text{ή} \quad T = e^{-0,19} \quad \text{ή} \quad T \approx 0,83 \quad \text{ή} \quad 83\%$$

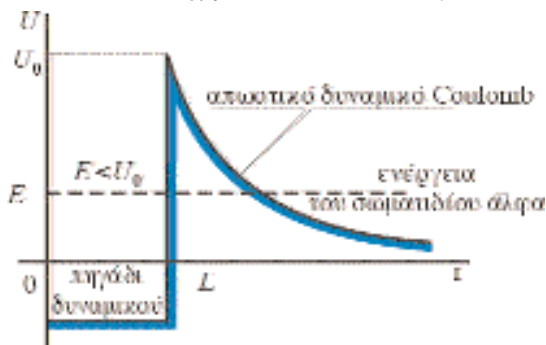
Παρατηρούμε μια ταχεία αύξηση του T με τη μείωση του πλάτους L του φράγματος.

Στα παραδείγματα και στις αντίστοιχες ασκήσεις θεωρούμε, όπου χρειάζεται, ότι ικανοποιείται η προσέγγιση που προαναφέραμε για το φαινόμενο σήραγγας.

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΟΥ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΥ ΣΗΡΑΓΓΑΣ

α) **Δίοδος σήραγγας (tunnel diode)**: Είναι διάταξη που αποτελείται από μια επαφή ανάμεσα σε δύο τύπους ημιαγωγών, δηλαδή δύο αντίθετα φορτισμένες περιοχές, που διαχωρίζονται από μια ουδέτερη λεπτή περιοχή. εφαρμόζοντας μια εξωτερική ηλεκτρική τάση, η οποία είναι και το φράγμα δυναμικού για τα ηλεκτρόνια, πετυχαίνουμε ηλεκτρικό ρεύμα (ρεύμα σήραγγας), που εξαρτάται πολύ από το ύψος του φράγματος (την τάση). έτσι μπορούμε να κατασκευάσουμε ένα πολύ γρήγορο “διακόπτη” με τον οποίο ρυθμίζουμε το ποσό του ηλεκτρικού ρεύματος, μεταβάλλοντας την τάση που εφαρμόζουμε.

β) **Διάσπαση άλφα (alpha decay)**: Το δυναμικό Coulomb και το πυρηνικό δυναμικό (έντονα ελκτικό με μικρή εμβέλεια), κατά τη διάσπαση ενός πυρήνα σε σωματίο α (πυρήνες He) και στο θυγατρικό πυρήνα, δίνουν συνιστάμενο δυναμικό όμοιο με αυτό του σχήματος 4.151. Παρόλο που η ενέργεια των



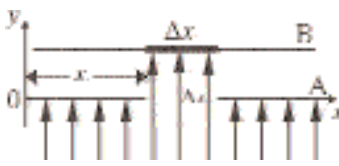
ΣΧΗΜΑ 4.151

σωματιδίων α είναι μικρότερη από την τιμή U_0 , της μέγιστης τιμής του φράγματος, εντούτοις λόγω του φαινομένου σήραγγας υπάρχουν σωματίδια α που ξεφεύγουν, και έτσι πετυχαίνεται η διάσπαση.

γ) **Στις συνδέσεις χάλκινων αγωγών.** Στους χάλκινους αγωγούς των ηλεκτρικών εγκαταστάσεων στα σημεία συνδεσής τους (επαφή τους), κανονικά, επειδή δημιουργείται οξειδίο του χαλκού που είναι μονωτικό, θα έπρεπε να μην διέρχεται ρεύμα. Επειδή όμως το στρώμα του μονωτικού είναι πολύ λεπτό, διαπερνάται ο φραγμός από τα ηλεκτρόνια και έτσι, έχουμε επαφή και ρεύμα.

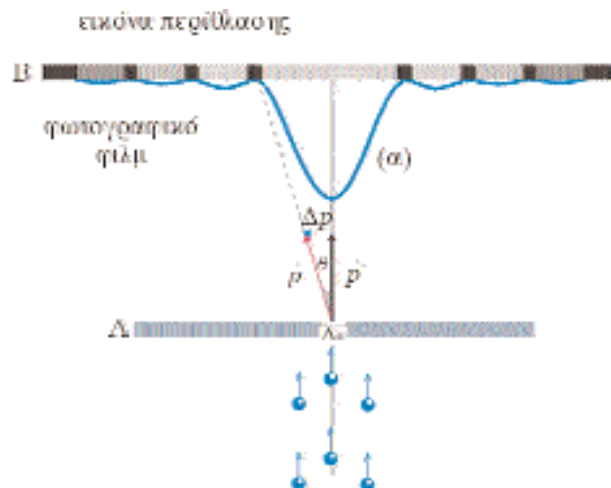
ΑΡΧΗ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ

Για να κατανοήσουμε την αρχή αβεβαιότητας $\alpha\varsigma$ φανταστούμε το εξής πείραμα. Θεωρούμε μια δέσμη ηλεκτρονίων, η οποία κινείται κατά τον κατακόρυφο άξονα y , όπως στο σχήμα 4.152. Παρεμβάλουμε την επιφάνεια A , κάθετη στη δέσμη, η οποία έχει στη θέση x μια σχισμή εύρους Δx . Πέραν της επιφάνειας A , τοποθετούμε, παράλληλα με αυτή, φθορίζουσα επιφάνεια B . Τα ηλεκτρόνια που περνούν από τη σχισμή προσπίπτουν στην επιφάνεια B και αφήνουν στίγμα στο σημείο που χτυπούν. Με αυτό τον τρόπο μπορούμε να προσδιορίσουμε την κατανομή θέσεων των ηλεκτρονίων στην επιφάνεια B . Με βάση την κλασική φυσική, τα ηλεκτρόνια που θα διέλθουν από τη σχισμή θα κινηθούν παράλληλα στον άξονα yy' , δηλ. δεν εκτρέπονται από την ευθύγραμμη διάδοση. Συνεπώς, στην επιφάνεια B θα υπάρχει ομοιόμορφο μαύρισμα, άρα ομοιόμορφη κατανομή ηλεκτρονίων σε εύρος Δx . Μικραίνοντας το εύρος της σχισμής Δx , αναμένουμε να μικρύνει και το εύρος μαυρίσματος στην επιφάνεια B . Συνεπώς, τείνοντας το Δx στο μηδέν, προσδιορίζουμε σχεδόν πλήρως την θέση x των ηλεκτρονίων που διέρχονται, ενώ συγχρόνως, γνωρίζουμε πλήρως την συνιστώσα v_x , της ταχύτητάς τους που είναι $v_x = 0$. Όμως, το πείραμα δίνει άλλα αποτελέσματα, αυτά του σχήματος 4.153, όπου



ΣΧΗΜΑ 4.152

Κλασικά, ηλεκτρόνια που διέρχονται από τη σχισμή κινούνται ευθύγραμμα.



ΣΧΗΜΑ 4.153

Τα ηλεκτρόνια διερχόμενα από την σχισμή Δx εκτρέπονται από την ευθύγραμμη διάδοση.

η καμπύλη (α) δίνει την πυκνότητα της κατανομής των ηλεκτρονίων που προσπίπτουν στα διάφορα σημεία της οθόνης B. Αυτό το αποτέλεσμα εξηγείται, όπως έχουμε αναφέρει και στα προηγούμενα, με τη διττή φύση των ηλεκτρονίων.

Το σπουδαίο του πειράματος όμως, βρίσκεται στο ότι καθώς τα ηλεκτρόνια διέρχονται από την σχισμή Δx, αποκτούν συνιστώσα ταχύτητας v_x. Μάλιστα όσο πιο μικρό είναι το εύρος Δx της σχισμής (καλύτερος προσδιορισμός της θέσης x), τόσο εντονότερα απλώνεται η καμπύλη (α), δηλαδή έχουμε μεγαλύτερη συνιστώσα ταχύτητας στον άξονα x. Άρα χάνεται η δυνατότητα του ταυτόχρονου της ακριβούς μέτρησης της θέσης x και της ταχύτητας v_x.

Συνεπώς προσπαθώντας να προσδιορίσουμε με μεγαλύτερη ακρίβεια τη θέση του ηλεκτρονίου στον άξονα x, μας προκύπτει μεγαλύτερη απροσδιοριστία στην ταχύτητα v_x, η οποία κλασικά θα ήταν μηδέν.

Στο σχήμα 4.153, η γωνία θ είναι μεγαλύτερη, όσο μικρότερη είναι η σχισμή. Επίσης η γωνία θ είναι μεγαλύτερη όσο μεγαλύτερο είναι το μήκος κύματος του ηλεκτρονίου. Και στις δύο περιπτώσεις, όπως ισχύει στη κυματική, είναι εντονότερο το φαινόμενο της περίθλασης. Συγκεκριμένα για μικρές τιμές της γωνίας θ ισχύει

$$\theta \approx \frac{\lambda}{\Delta x}$$

Από το σχήμα έχουμε

$$\Delta p \approx p\theta \quad \text{ή} \quad \Delta p \approx (h/\lambda)\theta \quad \text{ή}$$

$$\Delta p \approx \frac{h}{\lambda} \frac{\lambda}{\Delta x}$$

άρα

$$\Delta x \Delta p \approx h$$

Η πιο πάνω παρατήρηση είναι θεμελιώδες αξίωμα της κβαντικής θεωρίας σύμφωνα με την οποία είναι αδύνατο ταυτόχρονος προσδιορισμός (γνώση) θέσης και ορμής ενός σωματιδίου. Πρώτος ο Heisenberg το 1927, εισήγαγε την έννοια της μη δυνατότητας ταυτόχρονης μέτρησης της θέσης και της ορμής ενός σωματιδίου. Η αρχή είναι γνωστή ως **Αρχή της Απροσδιοριστίας του Heisenberg (η Αρχή της Αβεβαιότητας)** και η διατύπωση της είναι η ακόλουθη:

"Μετρώντας ταυτόχρονα τη θέση και την ορμή ενός σωματιδίου, το γινόμενο της απροσδιοριστίας στη θέση Δx επί την απροσδιοριστία

στην ορμή Δp, είναι μεγαλύτερο ή ίσο \hbar (όπου $\hbar = \frac{h}{2\pi}$). Δηλαδή

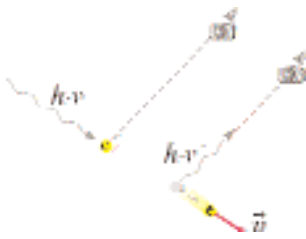
$$\Delta x \Delta p \geq \hbar \tag{4.157}$$

Ένα άλλο ιδεατό (gedanken) πείραμα για την κατανόηση αυτής της αρχής είναι το ακόλουθο. Έστω, ότι ένα ηλεκτρόνιο είναι ακίνητο! (Σχ. 4.154). Για να προσδιορίσουμε τη θέση του ρίχνουμε πάνω του ένα φωτόνιο, το οποίο ανακλώμενο έρχεται στο μικροσκόπιο, μέσω του οποίου φτάνει στο μάτι μας. Όμως, λόγω της σύγκρουσης με το φωτόνιο,



WERNER HEISENBERG (1901 - 1976)

Γεννήθηκε στο Wnrzburg της Γερμανίας. Το 1923 πήρε το διδακτορικό του με την καθοδήγηση του Sommerfeld από το Πανεπιστήμιο του Μονάχου. Ερμήνευσε τα ατομικά φάσματα αναπτύσσοντας ένα καθαρά μαθηματικό τομέα, την άλγεβρα μη-τρών που που ήταν πλήρως ισοδύναμη με τη θεωρία του Schrodinger. Μια από τις σπουδαιότερες εργασίες του είναι η αρχή απροσδιοριστίας για την οποία το 1932 τιμήθηκε με το βραβείο Nobel.



ΣΧΗΜΑ 4.154

Το φωτόνιο σκεδάζεται από το ηλεκτρόνιο.

το ηλεκτρόνιο αποκτά ορμή και δεν είναι πλέον ακίνητο. Η μεταβολή στην ορμή του ηλεκτρονίου θα είναι της τάξεως της ορμής του φωτονίου, άρα $\Delta p \approx \frac{h}{\lambda}$. Επίσης, η ακρίβεια της προσδιορισθείσας θέσης εξαρτάται

από το μήκος κύματος του φωτός. Η απροσδιοριστία στον προσδιορισμό της θέσης είναι περίπου της τάξεως του μήκους κύματος της προσπίπτουσας ακτινοβολίας, συνεπώς $\Delta x \approx \lambda$.

Επομένως

$$\Delta x \Delta p \approx \frac{h}{\lambda} \lambda \quad \text{ή} \quad \Delta x \Delta p \approx h$$

Αυτό είναι το ελάχιστο όριο. Συνεπώς

$$\Delta x \Delta p \geq h$$

που είναι περίπου η σχέση (4.157).

Παράδειγμα 4-61

Υπολογίστε την αβεβαιότητα στη θέση ενός ηλεκτρονίου, όταν η ταχύτητά του είναι $2,0 \times 10^4 \text{ m/s}$ και η αβεβαιότητα στην μέτρησή της είναι 0,010%.

Απάντηση

Η αβεβαιότητα στην ορμή είναι

$$\Delta p = 0,01p = 0,01mv = 0,01 \times 9,1 \times 10^{-34} \times 2 \times 10^4 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{ή}$$

$$\Delta p = 0,18 \times 10^{-27} \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Είναι (περίπου)

$$\Delta x \Delta p \approx h \quad \text{ή} \quad \Delta x \approx \frac{h}{\Delta p} \quad \text{ή}$$

$$\Delta x \approx \frac{6,63 \times 10^{-34}}{0,18 \times 10^{-27}} \quad \text{ή} \quad \Delta x \approx 3,7 \times 10^{-6} \text{ m} \quad \text{ή}$$

$$\Delta x \approx 3,7 \text{ } \mu\text{m}.$$

Η απροσδιοριστία ισχύει κατά άξονες. Δεν μπορεί δηλαδή να γίνει ταυτόχρονη μέτρηση της θέσεως και της ορμής για τον ίδιο άξονα, ενώ μπορεί να γίνει για διαφορετικούς. Έχουμε

$$\Delta p_x \Delta x \geq \hbar$$

$$\Delta p_y \Delta y \geq \hbar$$

$$\Delta p_z \Delta z \geq \hbar$$

Έχουμε όμως

$$\Delta p_x \Delta y = \Delta p_y \Delta x = \Delta p_z \Delta z = \dots = 0$$

Η αρχή της απροσδιοριστίας ή αρχή της αβεβαιότητας, για την ενέργεια και το χρόνο είναι

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar \quad (4.158)$$

Όσο δηλαδή περισσότερο χρόνο διαρκεί η μέτρηση της ενέργειας ενός συστήματος, τόσο μεγαλύτερη είναι η ακρίβεια της μέτρησης. Για την απείρως ακριβή μέτρηση της ενέργειας ενός συστήματος, δηλαδή $\Delta E = 0$, απαιτείται η μέτρηση να διαρκέσει (θεωρητικά) άπειρο χρόνο.

Παράδειγμα 4-62

Ένα διεγερμένο άτομο εκπέμπει ένα φωτόνιο, καθώς το ηλεκτρόνιο μεταβαίνει από κατάσταση ενέργειας E_a στην σταθερή κατάσταση στην οποία έχει ενέργεια E_r . Το φωτόνιο έχει συχνότητα που υπολογίζεται από τη σχέση

$$f = \frac{E_a - E_r}{h}$$

Παρατηρείται όμως κάποιο εύρος Δf στην συχνότητα των εκπεμπομένων φωτονίων που οφείλεται στο χρόνο αποδιέγερσης του ατόμου. Αν ο μέσος χρόνος ζωής των διεγερμένων καταστάσεων (μέσος χρόνος αποδιέγερσης) είναι $\tau = 10 \times 10^{-8}$ s, υπολογίστε το εύρος Δf των συχνοτήτων.

Απάντηση

Από την αρχή απροσδιοριστίας έχουμε

$$\Delta E \Delta t \approx \hbar$$

Είναι

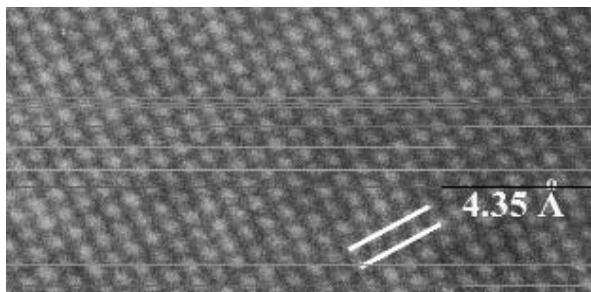
$$\Delta E = h \Delta f \quad \text{και} \quad \Delta t = \tau = 10^{-8} \text{ s}$$

Άρα

$$h \Delta f \Delta t \approx \frac{h}{2\pi} \quad \text{ή}$$

$$\Delta f \approx \frac{1}{2\pi \Delta t} = \frac{1}{2 \times \pi \times 10^{-8}} \text{ Hz} \quad \text{ή}$$

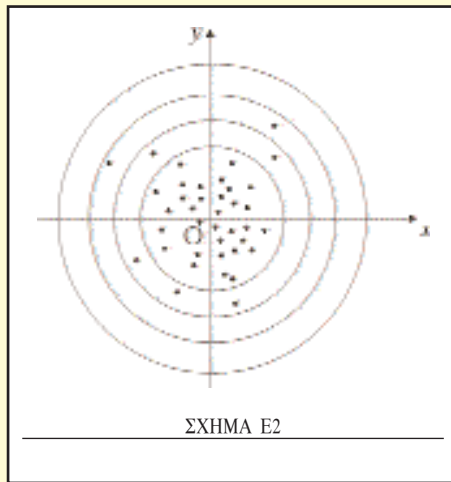
$$\Delta f = 1,6 \times 10^7 \text{ Hz}$$



Φωτογραφία από ηλεκτρονικό μικροσκόπιο της κρυσταλλικής ένωσης LaSi_2 . Οι φωτεινές κουκίδες απεικονίζουν την προβολή από δέσμες ατόμων. (Εργαστήριο Ηλεκτρονικής Μικροσκοπίας ΕΚΕΦΕ Δημόκριτο)

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ (ΕΝΘΕΤΟ)

Δειγματικός χώρος



Το σύνολο των δυνατών αποτελεσμάτων ενός πειράματος ονομάζεται δειγματικός χώρος. Παράδειγμα, κατά τη ρίψη ενός ζαριού ο δειγματικός χώρος είναι $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, κατά τη ρίψη ενός νομίσματος δύο φορές είναι $\Omega = \{ΚΓ, ΚΚ, ΓΚ, ΓΓ\}$, όπου (Κ) κορώνα και (Γ) γράμμα.

Πιθανότητα

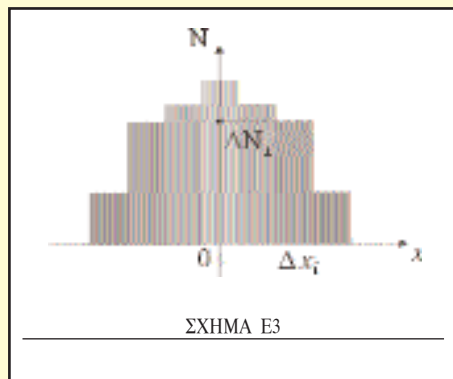
Πιθανότητα ενός ενδεχόμενου A, υποσυνόλου του Ω , καλείται το πηλίκο των ευνοϊκών περιπτώσεων για το A, προς το συνολικό πλήθος των περιπτώσεων του Ω .

Παράδειγμα

Ρίχνοντας ένα ζάρι η πιθανότητα να φέρουμε 2 ή 3, δηλαδή το ενδεχόμενο $A = \{2, 3\}$ είναι

$$P_A = \frac{N_A}{N} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(για αμερόληπτο ζάρι).



Πυκνότητα πιθανότητας

Ένας στόχος με κέντρο την αρχή συντεταγμένων ενός καρτεσιανού συστήματος, βάλλεται πάρα πολλές φορές από έναν άριστο σκοπευτή (Σχ. Ε2).

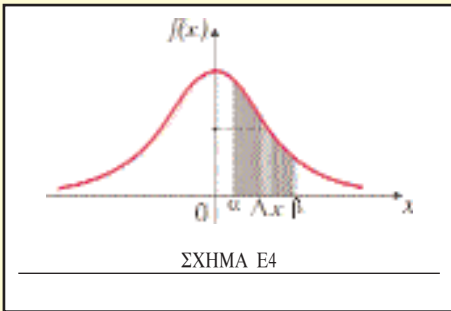
Ένα ιστόγραμμα της τειμημένης x με το αντίστοιχο πλήθος των σφαιρών κατά περιοχές Δx θα είναι αυτό του σχήματος Ε3 (Δηλαδή στην

περιοχή Δx_i βρίσκονται ΔN_i βολές).

Τοποθετούμε έναν νέο στόχο και ο σκοπευτής βάλλει εκ νέου. Η πιθανότητα η βολή να βρεθεί σε μια περιοχή Δx, είναι

$$\Delta P = \frac{\Delta N}{N}$$

όπου N το συνολικό πλήθος των βολών.



Αν η περιοχή είναι απειροστή dx , τότε έχουμε

$$dP = \frac{dN}{N}$$

Σε όλες τις περιπτώσεις τα αποτελέσματα είναι καλύτερα όσο το $N \rightarrow \infty$.

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(x)$ ορίζεται ως

εξής

$$f(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta x} \quad \text{ή} \quad f(x) = \frac{dP}{dx}$$

Στο παράδειγμά μας η $f(x)$ θα είναι περίπου, όπως στο σχήμα Ε4.

Παρατηρήσεις:

- 1) Είναι $f(x) > 0$
- 2) Για μια μικρή περιοχή Δx το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν του σχήματος (γ) ισούται με $\Delta P \approx f(x)\Delta x$, δηλαδή με την πιθανότητα το ενδεχόμενο (η βολή να) είναι στην περιοχή του Δx .
- 3) Η πιθανότητα το ενδεχόμενο να είναι στην περιγεγραμμένη περιοχή $a < x < \beta$, είναι το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν στο σχήμα Ε4).

$$P(a < x < \beta) = \sum \Delta P = \sum f(x)\Delta x \quad \text{ή}$$

$$P(a < x < \beta) = \int_a^\beta f(x)dx$$

διότι το $\sum f(x)\Delta x$ καθώς το $\Delta x \rightarrow 0$ είναι εξ' ορισμού το ορισμένο ολοκλήρωμα της συνάρτησης $f(x)$ από το a έως το β .

- 4) Προφανώς ισχύει $P(-\infty < x < +\infty) = 1$ δηλ.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \quad (\text{συνθήκη κανονικοποίησης}).$$

- 5) Η πιθανότητα του ενδεχομένου ακριβώς x είναι μηδέν (διότι το εύρος $\Delta x = 0$).

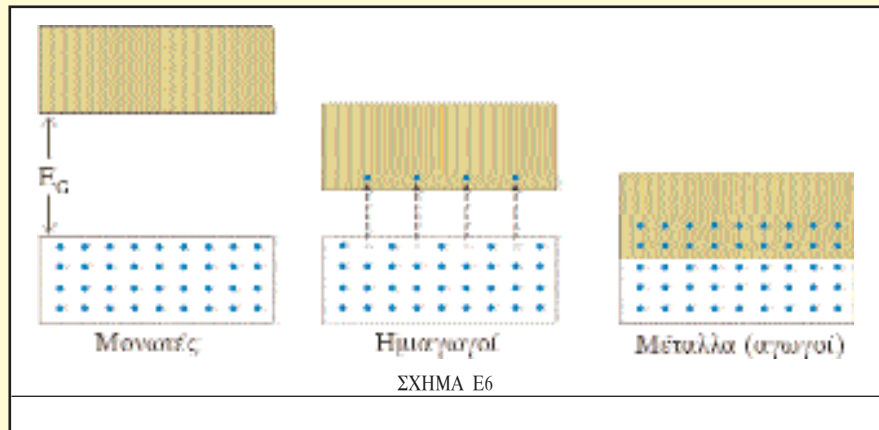
ΕΝΘΕΤΟ: ΗΜΙΑΓΩΓΟΙ

Με τη βοήθεια της κβαντομηχανικής εξηγείται η αγωγιμότητα των διαφόρων υλικών. Όταν ένα άτομο είναι μονωμένο έχουμε κβαντισμένες καταστάσεις και τα ηλεκτρόνια του κατέχουν μόνο ορισμένες διακριτές ενεργειακές στάθμες. Όταν όμως βρεθούν κοντά πολλά άτομα, σχηματίζοντας κρυσταλλικό πλέγμα, συμβαίνει επικάλυψη των κυματοσυναρτήσεων των εξωτερικών ηλεκτρονίων και αποδεικνύεται ότι δημιουργούνται διαπλευρωμένες ενεργειακές ζώνες (σχήμα Ε5). Οι δημιουργούμενες ενεργειακές ζώνες είναι,



η ζώνη αγωγιμότητας, η οποία είναι κενή και η ζώνη σθένους που είναι πλήρως κατειλημμένη διότι επιτρέπεται μόνο ένα ηλεκτρόνιο ανά ενεργειακή στάθμη (όπως λέει η κβαντική αρχή που λέγεται απαγορευτική αρχή του Pauli). Το εύρος της απαγορευμένης ζώνης E_G εξαρτάται από τη φύση του υλικού.

Όταν έχουμε ηλεκτρικό ρεύμα, τα ηλεκτρόνια-φορείς του ρεύματος έχουν ενέργεια μεγαλύτερη από αυτή που έχουν στον κρύσταλλο χωρίς ρεύμα, άρα θα ανεβαίνουν στην ψηλότερη στάθμη ενέργειας. Συνεπώς, μια πλήρως κατειλημμένη ενεργειακή ζώνη δεν δίνει ηλεκτρική αγωγιμότητα γιατί δεν υπάρχουν ενεργειακές στάθμες ψηλότερης ενέργειας. Για να έχουμε αγωγιμότητα, πρέπει να υπάρχουν μισοάδειες ενεργειακές ζώνες.



Ανάλογα με την τιμή του εύρους E_G τα υλικά χωρίζονται σε μονωτές ημιαγωγούς και μέταλλα (αγωγοί) (Σχ. Ε6).

α) Μονωτές

Το εύρος ζώνης E_G είναι πολύ μεγάλο (περί τα 5 eV) και με μια συνηθισμένη προσφορά ενέργειας τα ηλεκτρόνια δεν μπορούν να μεταβούν στη ζώνη αγωγιμότητας.

β) Ημιαγωγοί

Το εύρος ζώνης E_G είναι μικρό (περί το 1 eV, για το Si είναι 1,4 eV και για το Ge 0,67 eV) και με μικρή προσφορά ενέργειας τα ηλεκτρόνια μεταβαίνουν από τη ζώνη σθένους στη ζώνη αγωγιμότητας, αφήνοντας μια κενή θέση που ονομάζεται οπή. Υπάρχει δυναμική ισορροπία οπών-ηλεκτρονίων, δηλαδή συνεχώς δημιουργούνται και καταστρέφονται οπές.

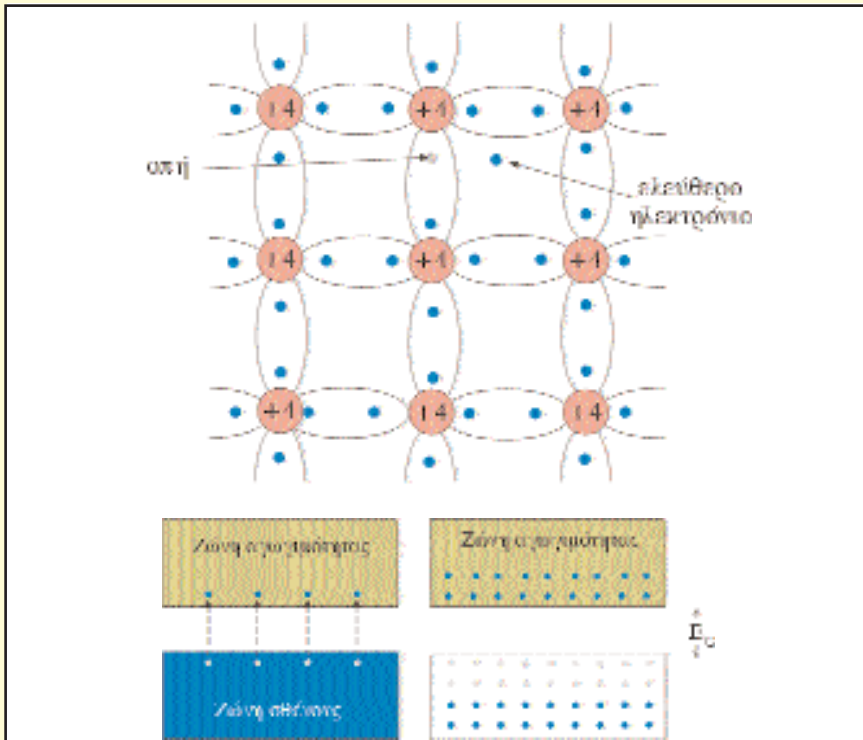
γ) Μέταλλα

Οι ζώνες σθένους και αγωγιμότητας επικαλύπτονται μερικώς και

δημιουργείται μια συνεχής ζώνη μισοάδεια, επομένως με μικρή προσφορά ενέργειας μετακινούνται ηλεκτρόνια από τη ζώνη σθένους και γίνονται (σχεδόν) ελεύθερα στη ζώνη αγωγιμότητας.

Ενδογενής αγωγιμότητα του καθαρού ημιαγωγού

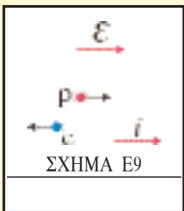
Όπως προαναφέραμε, η μικρή προσφορά ενέργειας (συμβαίνει ακόμη και στη συνηθισμένη θερμοκρασία) στον ημιαγωγό συνοδεύεται με τη δημιουργία (σχεδόν) ελεύθερου ηλεκτρονίου και οπής. Στα σχήματα



ΣΧΗΜΑΤΑ E7, E8

- Αναπαράσταση της δομής του κρυστάλλου Si.
- i) Απόσπαση ηλεκτρονίου δημιουργεί στον αντίστοιχο δεσμό μία οπή.
 - ii) Η γέννηση του ζεύγους οπής - ηλεκτρονίου οδηγεί σε μισοάδειες ζώνες αγωγιμότητας και σθένους.
 - iii) Βλέπουμε ότι οι χαμηλές στάθμες της ζώνης αγωγιμότητας έχουν ηλεκτρόνια και οι υψηλές της ζώνης σθένους είναι άδειες.

E7, E8 φαίνεται η αναπαράσταση του κρυστάλλου Si και οι αντίστοιχες ζώνες σθένους και αγωγιμότητας μετά την προσφορά ενέργειας στον κρυστάλλο. Η δημιουργηθείσα οπή συμπεριφέρεται ως θετικό φορτίο και συμβολίζεται με p (από το positive). Αν εφαρμοσθεί ηλεκτρικό πεδίο, θα έχουμε μετακίνηση φορτίου για δύο λόγους, από την μετακίνηση των “ελεύθερων” ηλεκτρονίων και από την αντίθετη κίνηση των οπών (Σχ. E9). Συνεπώς, στην αγωγιμότητα συμβάλλουν και οι οπές και τα ελεύθερα ηλεκτρονίων.



Η κίνηση των οπών γίνεται στη ζώνη σθένους, όπου συμβαίνει μετακίνηση ηλεκτρονίων από δεσμό σε δεσμό και κίνηση των ηλεκτρονίων συμβαίνει στη ζώνη αγωγιμότητας. Η συνδυασμένη αγωγιμότητα των δύο ζωνών του καθαρού ημιαγωγού ονομάζεται ενδογενής αγωγιμότητα.

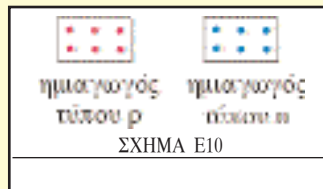
Ημιαγωγοί με προσμίξεις

α) Ημιαγωγός τύπου n:

Όταν στον κρύσταλλο πυριτίου μερικά άτομα Si έχουν αντικατασταθεί από πεντασθενή άτομα π.χ. αρσενικού (As), τότε τα τέσσερα ηλεκτρόνια του As παίρνουν τη θέση στη ζώνη σθένους των αντιστοιχών ηλεκτρονίων του Si που αντικατέστησε, και το πέμπτο τοποθετείται στη ζώνη αγωγιμότητας. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα και τον δραστικό περιορισμό (σχεδόν μηδενισμό) του φαινομένου δημιουργίας των ζευγών ηλεκτρονίου - οπής που συμβαίνει στον καθαρό ημιαγωγό. Επομένως, σε έναν τέτοιο κρύσταλλο επικρατούν οι αρνητικοί (negative) φορείς δηλαδή τα ηλεκτρόνια, και γι' αυτό μια τέτοια πρόσμιξη και ο αντίστοιχος ημιαγωγός, ονομάζεται τύπου n.

β) Ημιαγωγός τύπου p:

Όταν ο κρύσταλλος πυριτίου “νοθευθεί” με τρισθενές στοιχείο π.χ.

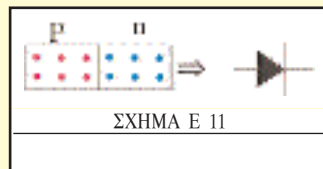


Al, τότε από τις τέσσερις κενές θέσεις στη ζώνη σθένους, που αφήνει το άτομο του πυριτίου που αντικαταστάθηκε, θα συμπληρωθούν μόνο οι τρεις από τα ηλεκτρόνια του ατόμου του Al. Συνεπώς δημιουργούνται οπές στη ζώνη σθένους

τόσες, όσα τα άτομα του Al στον κρύσταλλο. Αυτό, έχει ως συνέπεια το δραστικό περιορισμό δημιουργίας ζευγών ηλεκτρονίου - οπής που έχουμε στον καθαρό ημιαγωγό. Σε αυτόν τον κρύσταλλο επικρατούν οι θετικοί (positive) φορείς δηλαδή οι οπές, και για αυτό μια τέτοια πρόσμιξη και ο αντίστοιχος ημιαγωγός, ονομάζεται τύπου p.

Διόδος p-n

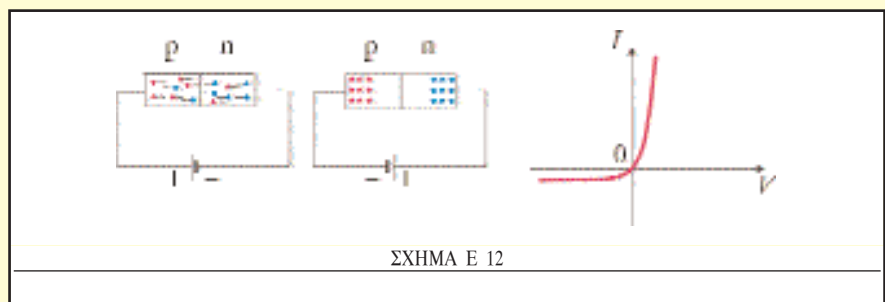
Το σύστημα που δημιουργείται, όταν έρθουν σε επαφή ένας



ημιαγωγός τύπου p με ένα τύπου n, ονομάζεται κρυσταλοδιόδος ή διόδιο ή διόδος p-n (Σχ. E11).

Στο σχήμα E12 φαίνονται οι δύο τρόποι σύνδεσης της διόδου p-n σε ένα κύκλωμα.

Στον πρώτο τρόπο, η διόδος επιτρέπει την διέλευση του ρεύματος, ενώ στο δεύτερο το ρεύμα είναι σχεδόν μηδέν. Λόγω αυτής της

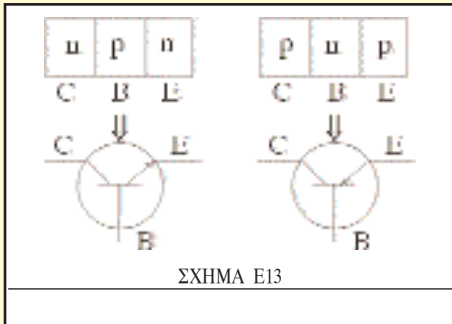


ιδιότητας η κρυσταλοδιόδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως ανορθωτής.

Τρανζίστορ επαφής

Το τρανζίστορ επαφής είναι μία επαφή npn ή pnp με φυσικές

διαστάσεις της τάξεως 1mm^2 . Από το περίβλημά του εξέρχονται τρεις ακροδέκτες, ο εκπομπός (emitter, E) η βάση (base, B) και ο συλλέκτης (collector, C).



Στο σχήμα E13 δίνεται η σχηματική παράσταση και ο ηλεκτρονικός συμβολισμός για τρανζίστορ npn και pnp, καθώς και οι τρόποι πόλωσης.

Η εκμετάλλευση των ιδιοτήτων των ημιαγωγών είχε ως αποτέλεσμα τη δημιουργία των τρανζίστορ με συνέπεια την

εγκατάλειψη (σχεδόν) των λυχνιών κενού που χρησιμοποιούνταν μέχρι τότε. Αυτό οδήγησε στην ραγδαία τεχνολογική εξέλιξη των ηλεκτρονικών συσκευών. Απαιτούνταν έτσι, από τις διάφορες χώρες ερευνητικό προσωπικό υψηλής στάθμης για τη σύλληψη νέων ιδεών, ώστε να βρίσκονται στο μέτωπο της εξέλιξης. Χαρακτηριστικό και διδακτικό είναι το πως οι ΗΠΑ, αμέσως μετά την ανακάλυψη του τρανζίστορ το 1948, πήραν την πρωτοπορεία από τις ευρωπαϊκές βιομηχανίες που μέχρι τότε κατείχαν την πρώτη θέση στον τομέα των λυχνιών κενού.

ΤΟ ΧΡΟΝΙΚΟ ΤΗΣ ΑΝΑΚΑΛΥΨΗΣ ΤΗΣ ΚΒΑΝΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

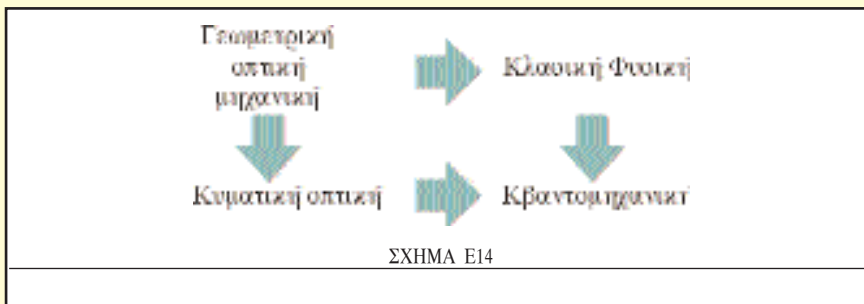
Τα πειράματα του Rutherford, το 1910, έδειξαν ότι το άτομο αποτελείται από ένα θετικό πυρήνα με πολύ μικρές διαστάσεις σε σχέση με αυτές του ατόμου. Επίσης, τα πειράματα αυτά έδειξαν ότι σχεδόν όλη η μάζα του ατόμου βρίσκεται στον πυρήνα. Ο Rutherford επινόησε το πλανητικό μοντέλο για το άτομο, όπου τα ηλεκτρόνια περιφέρονται περί τον πυρήνα, όπως οι πλανήτες περιφέρονται γύρω από τον ήλιο. Αν τα ηλεκτρόνια δεν περιφέρονταν έτσι, θα έπεφταν αμέσως στον πυρήνα λόγω αμοιβαίας ηλεκτρικής έλξης. Όμως, και στην περίπτωση της περιφοράς των ηλεκτρονίων γύρω από τον πυρήνα δεν μπορεί να υπάρξει ευστάθεια στο άτομο. Ο λόγος είναι ότι, τα ηλεκτρόνια επιταχύνονται, αφού δεν έχουν σταθερές διανυσματικές ταχύτητες, οπότε χάνοντας ενέργεια λόγω ακτινοβολίας θα έπρεπε να πέσουν τελικώς πάνω στον πυρήνα. Ο N. Bohr τροποποίησε αυτή τη θεωρία με δύο αξιώματα. Σύμφωνα με το πρώτο υπάρχουν τροχιές, οι οποίες όταν διαγράφονται από το ηλεκτρόνιο αυτό δεν ακτινοβολεί. Θεώρησε ότι η στροφορμή είναι κβαντισμένη, παίρνει δηλαδή διακριτές τιμές, οι οποίες είναι πολλαπλάσια κάποιας τιμής. Σύμφωνα με το δεύτερο αξίωμα θεώρησε ότι, όταν ηλεκτρόνιο μεταπίπτει από μία τροχιά σε άλλη, όπου υπάρχει διαφορά ενέργειας, εκπέμπεται ή απορροφάται ακτινοβολία και μάλιστα ισχύει για την συχνότητα $\nu(f)$ η σχέση

$$h\nu = E_1 - E_2$$

όπου h η σταθερά του Planck

Η θεωρία του Bohr έδωσε πολύ καλά αποτελέσματα μόνο για τα φάσματα ατόμων με ένα ηλεκτρόνιο. Δεν μπορούσε όμως να δώσει ικανοποιητικά αποτελέσματα για άλλα άτομα και ακόμα χειρότερα, για μόρια. Νωρίτερα υπήρχαν και άλλα δεδομένα που δεν μπορούσαν να εξηγηθούν με την κλασική φυσική. Ένα από αυτά ήταν το φαινόμενο της θερμικής ισορροπίας ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας και ύλης (θεωρία μέλανος σώματος). Η κατανομή της θερμικής ακτινοβολίας δεν μπορούσε να εξηγηθεί με την κλασική φυσική. Ο Planck, το 1900, με μεγάλη δυσαρέσκεια (!) έλυσε το υπολογιστικό πρόβλημα υποθέτοντας ότι η ακτινοβολία εκπέμπεται και απορροφάται από μικρές κεραίες (ταλαντωτές) που υπάρχουν στο θερμό στερεό σώμα ενώ ο καθένας έχει διαφορετική συχνότητα. Οι ταλαντωτές έχουν ενέργειες που είναι ακέραια πολλαπλάσια μιας ελάχιστης ποσότητας ενέργειας $E = h\nu$ και εκπέμπουν ή απορροφούν ηλεκτρομαγνητικά κύματα με ενέργειες που είναι επίσης πολλαπλάσια της ελάχιστης ενέργειας (quanta, κβάντα, ποσότητες). Τα αξιώματα του Planck και του Bohr είναι πρόσθετα στην κλασική κατά τα άλλα θεωρία. Υπήρχαν και άλλα φαινόμενα που χρειάζονταν την έννοια των κβάντων και μάλιστα όχι μόνο με την έννοια του Planck αλλά με την έννοια του περιορισμού στην έκταση, δηλαδή την σωματιδιακή έννοια των κβάντων φωτός. Τέτοιο φαινόμενο ήταν το φωτοηλεκτρικό. Ο Einstein πήρε το Nobel για την εξήγηση αυτού του φαινομένου. Σύμφωνα με τον Einstein η ακτινοβολία είναι από τη φύση της κβαντισμένα, όπως προηγουμένως, ανεξάρτητα από τον τρόπο που παράγεται. Επίσης αποτελείται από οντότητες εντοπισμένες στο χώρο όπως είναι τα συνήθη σωματίδια (φωτόνια). Ένα φωτόνιο απορροφάται από ένα ηλεκτρόνιο του φωτοευαίσθητου υλικού. Αν η ενέργεια που παίρνει το ηλεκτρόνιο, υπερβεί κάποια τιμή, τότε βγαίνει από το μέταλλο. Δεν μπορούν να βγουν ηλεκτρόνια, όσο έντονο φως κι αν πέφτει στο μέταλλο, αν η συχνότητα δεν υπερβεί κάποια τιμή χαρακτηριστική του μετάλλου. Το άλλο φαινόμενο ήταν το φαινόμενο Compton. Μπορεί να εξηγηθεί, αν θεωρήσουμε ότι οι ακτίνες X αποτελούνται από φωτόνια, το καθένα με ορμή $h\nu/c$. Τα φωτόνια συγκρούονται με τα ηλεκτρόνια (όπως τα σωματίδια) και όταν σκεδαστούν, έχουν γενικώς άλλη ορμή και ενέργεια, άρα και άλλη συχνότητα ($E = h\nu$, $p = h\nu/c$). Αυτό έδειχνε και το πείραμα. Κλασικά θα έπρεπε, αφού το ηλεκτρόνιο βρίσκεται μέσα σε ηλεκτρομαγνητικό πεδίο δεδομένης συχνότητας, να μετέχει σε εξαναγκασμένη ταλάντωση ίδιας συχνότητας και να ακτινοβολεί σε αυτή τη συχνότητα. Έτσι, εμφανίστηκε ένας περίεργος δυϊσμός. Η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία και τα σωματίδια παρουσιάζουν και τις δύο ιδιότητες κατά περίπτωση, δηλαδή και του κύματος και του (εντοπισμένου) σωματιδίου. Η θεωρία επίσης ήταν λίγο κλασική και λίγο κβαντική! Ο Louis de Broglie ήταν αυτός που εισήγαγε το μήκος κύματος, που φέρει το όνομά του, για τα σωματίδια. Συγκεκριμένα, θεώρησε ότι με κάθε σωματίδιο που έχει ορμή p συνδέεται κύμα με μήκος κύματος $\lambda = h/p$. Προφανώς, για μακροσκοπικά σώματα το λ είναι τόσο πολύ μικρό που δεν

παίζει κανένα ρόλο στην περιγραφή της κίνησής τους. Στο άτομο, όπου το μήκος κύματος των ηλεκτρονίων είναι συγκρίσιμο με τις διαστάσεις του ατόμου και τα κυματικά φαινόμενα γίνονται αισθητά. Ο Bohr εξήγησε το πρώτο αξίωμά του δεχόμενος ότι τα ηλεκτρόνια, για να κινούνται σε ευσταθείς τροχιές, πρέπει αυτές να έχουν περίμετρο που να αντιστοιχεί σε στάσιμα, “κλειστά”, κύματα (η περίμετρος ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος). Οι τροχιές των σωματιδίων φάνηκε ότι δεν έχουν έννοια, αν το μήκος κύματος είναι συγκρίσιμο με τις υπόλοιπες διαστάσεις του αντικειμένου, όπως οι ακτίνες φωτός δεν έχουν νόημα, όταν οι διαστάσεις των εμποδίων είναι συγκρίσιμες με το μήκος κύματος οπότε έχουμε φαινόμενα περίθλασης. Ο Schrödinger βρήκε την κυματική εξίσωση που φέρει το όνομά του για τα κύματα de Broglie. Ο Werner Heisenberg θεμελίωσε την κβαντική θεωρία ξεκινώντας από άλλη βάση που είναι δυσκολότερο να περιγραφεί. Ο Schrödinger έδειξε ότι οι δύο φορμαλισμοί ήταν ισοδύναμοι. Η αντιστοιχία μεταξύ κλασικής και κβαντικής φυσικής φαίνεται στο

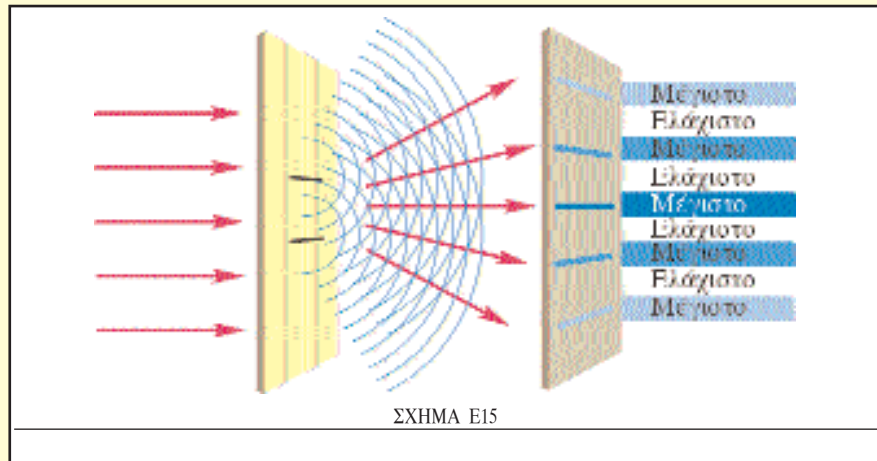


σχήμα E14.

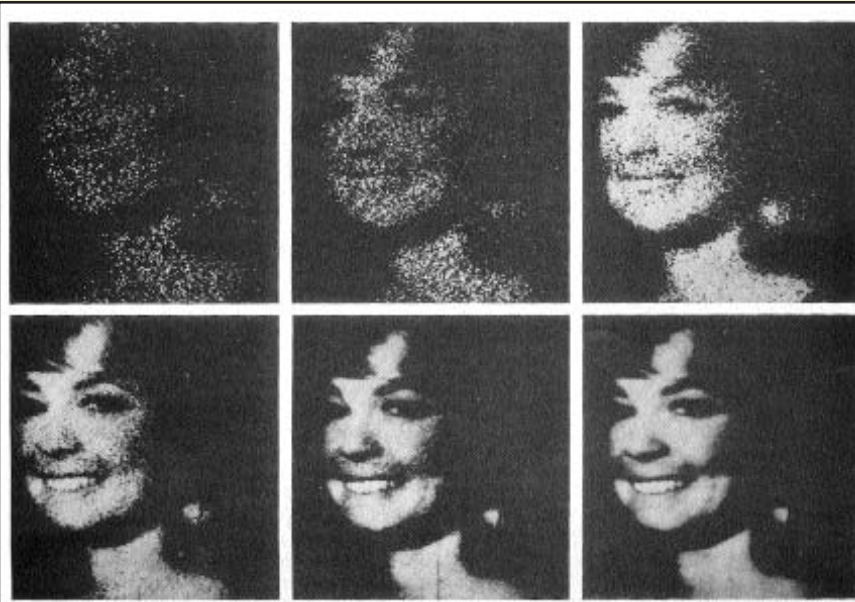
Σύμφωνα με τις ιδέες της κυματομηχανικής (σήμερα λέγεται κβαντομηχανική) η κυματοσυνάρτηση μπορεί και δίνει την πιθανότητα, να βρεθεί το σωματίδιο σε μια ορισμένη περιοχή του χώρου (η ερμηνεία αυτή οφείλεται αρχικά στον Max Born). Δεν έχει νόημα να μιλάμε για τροχιές σωματιδίων, αλλά για πιθανότητες να βρεθεί το σωματίδιο κάπου. Ορισμένες (συζυγείς) φυσικές ποσότητες, όπως η ορμή και η θέση, δεν μπορούν να προσδιοριστούν από την κβαντική θεωρία ταυτόχρονα (αρχή απροσδιοριστίας Heisenberg). Σήμερα, γίνεται σημαντική έρευνα πειραματική και θεωρητική που αφορά στη στατιστική αυτή ερμηνεία της κβαντομηχανικής η οποία αναφέρεται ως ερμηνεία της Κοπεγχάγης, από όπου ήταν ο N. Bohr. Πρέπει να πούμε ότι πολλοί επιστήμονες (μέχρι και σήμερα), όπως και ο Einstein αλλά και ο Schrödinger, δεν ήταν ικανοποιημένοι με αυτή την ερμηνεία. Πίστευαν σε κάποιο τρόπο ερμηνείας που θα ήταν πιο κοντά στη κλασική στατιστική ερμηνεία.

α) ΚΥΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΩΜΑΤΙΔΙΑΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΜΕ ΦΩΤΟΝΙΑ

Η ενέργεια κάθε φωτονίου σχετίζεται με την συχνότητα και το μήκος κύματος του φωτός. Οι κυματικές ιδιότητες και τα



φαινόμενα περίθλασης και συμβολής παρατηρούνται με μοναδικά φωτόνια. Δεν φαίνονται σε δυνάμεις μεταξύ των φωτονίων. Ας θεωρήσουμε τη διάταξη του πειράματος συμβολής του Young με δύο σχισμές, σχήμα α. Ας υποθέσουμε ότι στο διάφραγμα με τις δύο σχισμές πέφτει φως αλλά τόσο ασθενικό, που στο χώρο μεταξύ του διαφράγματος και της φωτογραφικής πλάκας να μην υπάρχουν συγχρόνως δύο φωτόνια. Αν η διάταξη αφεθεί επί πολύ μεγάλο χρονικό διάστημα (ίσως και μήνες) στο τέλος θα παρατηρηθούν οι γνωστοί κροσσοί συμβολής στη φωτογραφική πλάκα. Μπορεί κανείς να χρησιμοποιήσει πολλούς ανιχνευτές ή (απαριθμητές) μοναδικών φωτονίων, διατεταγμένους κατά την κατακόρυφη διεύθυνση στη θέση της πλάκας. Ο κάθε ανιχνευτής απλώς μετράει το πλήθος των φωτονίων που πέφτουν πάνω (απαριθμεί τα φωτόνια-σωματίδια). Στο τέλος του πειράματος θα διαπιστωθεί ότι το πλήθος των φωτονίων που μετρούν οι απαριθμητές στις θέσεις των μεγίστων, είναι μεγάλο, ενώ αυτοί στις θέσεις των ελαχίστων μετρούν μικρούς αριθμούς φωτονίων. Αυτό που προκύπτει από τα ανωτέρω είναι ότι, το κάθε ένα φωτόνιο περιγράφεται από κύμα το οποίο “πέφτει” πάνω στη σχισμή 1 και 2 και η συμβολή του στη θέση του δεύτερου πετάσματος καθορίζει σε ποια σημεία φτάνουν περισσότερα φωτόνια και που λιγότερα. Το κάθε φωτόνιο όμως, φθάνοντας κάθε φορά σε ένα σημείο του πετάσματος, μπορεί να μετρηθεί από ένα μόνο ανιχνευτή. Σύμφωνα με την κλασική ηλεκτρομαγνητική θεωρία το κύμα είναι κύμα ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου. Η συσχέτιση με τα φωτόνια λέει ότι η “φωτεινότητα” που είναι ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους της έντασης του ηλεκτρομαγνητικού κύματος, είναι και ανάλογη του πλήθους των φωτονίων που πέφτουν στο συγκεκριμένο σημείο ανά μονάδα χρόνου και μονάδα επιφάνειας. Στο σχήμα E16 φαίνεται ο σχηματισμός φωτογραφίας με όλο και περισσότερα φωτόνια. Ένα πείραμα ανάλογο με το πείραμα που περιγράψαμε (πείραμα περίθλασης) έγινε στη πραγματικότητα από τον Geoffrey Taylor, σπουδαστή



ΣΧΗΜΑ Ε16

Πως φαίνεται η ίδια φωτογραφία με όλο και μεγαλύτερο πλήθος φωτονίων που χτυπούν στη φωτογραφική πλάκα. Είναι προφανής η βαντική υφή της ακτινοβολίας (φωτόνια).

τότε στο πανεπιστήμιο του Cambridge στην Αγγλία, και η διάρκειά του ήταν μερικοί μήνες! Ένα άλλο πείραμα ακριβώς, όπως αυτό που περιγράψαμε, έγινε από τον John King στο πανεπιστήμιο MIT στις Η.Π.Α.

β) ΚΥΜΑΤΙΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΜΕ ΣΩΜΑΤΙΔΙΑ

Ανάλογα πειράματα περίθλασης και συμβολής μπορεί να γίνουν με σωματίδια. Μπορεί να εκτελεστούν πειράματα περίθλασης και συμβολής με διπλή σχισμή ακριβώς όπως τα ανωτέρω. Έτσι θα δούμε κυματικά φαινόμενα και όταν ακόμη μέσα στην αντίστοιχη συσκευή, όπως στα φωτόνια, υπάρχει κάθε φορά μόνο ένα σωματίδιο. Αυτό περιγράφεται με κάποια κυματοσυνάρτηση, η οποία, αφού διέλθει κοντά από κάποιο εμπόδιο ή τις δύο σχισμές, δίνει τους αναμενόμενους σχηματισμούς στο δεύτερο πέτασμα (με την πυκνότητα πιθανότητας που περιγράφει). Τέτοιο πείραμα περίθλασης έγινε το 1949 από τους L.M. Biberman, N.C. Sushkin και V.A. Fabrikant στη Σοβιετική Ένωση. Τα φωτόνια και τα συνήθη σωματίδια παρουσιάζουν το φαινόμενο του δυισμού, δηλαδή παρουσιάζουν και σωματιδιακές και κυματικές ιδιότητες. Υλικό κύμα σχετίζεται και με ένα μόνο σωματίδιο ή φωτόνιο και γι' αυτό εμφανίζονται κυματικά φαινόμενα και στα μοναδικά φωτόνια και στα μοναδικά σωματίδια. Δεν χρειάζεται και δεν μπορούν να συμβάλλουν δύο διαφορετικά φωτόνια ή σωματίδια για να εμφανιστούν οι συνέπειες των κυματικών φαινομένων. Σε πολύ ειδικές περιπτώσεις γίνεται κάτι τέτοιο, π.χ. σε φως από laser, όταν διαφορετικά φωτόνια είναι, όπως λέμε, σύμφωνα μεταξύ τους.

Α Ν Α Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ω Σ Η

□ Από τη μελέτη της ακτινοβολίας του μέλανος σώματος προέκυψαν διάφοροι πειραματικοί νόμοι. Ένας από αυτούς είναι και ο νόμος των Stefan-Boltzmann που προσδιορίζει την ισχύ ανά μονάδα επιφάνειας η οποία εκπέμπεται από το μέλαν σώμα και είναι

$$I = \sigma T^4$$

□ Για τη θεωρητική εξήγηση της ακτινοβολίας του μέλανος σώματος ο Planck διατύπωσε την αντίστοιχη θεωρία, σύμφωνα με την οποία η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία απορροφάται και εκπέμπεται κατά ορισμένες διακριτές ποσότητες (κβάντα ενέργειας).

$$\Delta E_n = n h f \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

όπου f η συχνότητα της ακτινοβολίας που εκπέμπεται και h η σταθερά του Planck.

□ Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο είναι η απόσπαση ηλεκτρονίων από την επιφάνεια μετάλλου όταν προσπέσει σ' αυτό ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία. Η φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein, η οποία εξηγεί τους πειραματικούς νόμους του φαινομένου, έχει τη μορφή

$$h f = \Phi + K_{\max}$$

όπου $h f$ η ενέργεια του προσπίπτοντος φωτονίου, Φ το έργο εξαγωγής του μετάλλου και K_{\max} η μέγιστη κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων.

□ Το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο και το φαινόμενο Compton επιβεβαιώνουν τη σωματιδιακή φύση του φωτός, με τη βοήθεια της σχετικότητας. Για την ενέργεια και την ορμή φωτονίου έχουμε

$$E = h f, \quad p = \frac{h}{\lambda}$$

□ Το φαινόμενο Compton είναι η σκέδαση ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας από (ελεύθερα) φορτισμένα σωματίδια. Κατά τη σκέδαση φωτονίου από ηλεκτρόνιο παρατηρείται μία μετατόπιση του μήκους κύματος, η οποία δίνεται από τη σχέση

$$\Delta \lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m c} (1 - \cos \varphi)$$

όπου λ και λ' το μήκος κύματος της προσπίπτουσας και ανακλώμενης ακτινοβολίας αντίστοιχα, φ η γωνία σκέδασης και m η μάζα του ηλεκτρονίου.

□ Ο de Broglie διατύπωσε το αξίωμα ότι: κάθε σωματίδιο συνδέεται με ένα κύμα που η συχνότητά του και το μήκος κύματός του δίνονται από τις σχέσεις

$$f = \frac{E}{h}, \quad \lambda = \frac{h}{p}$$

□ Η αντίστοιχη κβαντική συνάρτηση $\Psi(x, t)$ (γενικώς είναι μιγαδικό μέγεθος) ονομάζεται κυματοσυνάρτηση και το τετράγωνο του μέτρου της είναι η πυκνότητα πιθανότητας να βρούμε το σωματίδιο στο συγκεκριμένο σημείο του χώρου. Έχουμε

$$P(x, t) = |\Psi(x, t)|^2 = \Psi^*(x, t) \Psi(x, t)$$

□ Η κυματική εξίσωση, της οποίας λύση είναι η $\Psi(x, t)$, προτάθηκε από τον Schrödinger και η χρονικά ανεξάρτητη μορφή της είναι

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \Psi}{dx^2} + U(x) = E \Psi$$

όπου $\Psi = \Psi(x)$

□ Στη περίπτωση του τετραγωνικού πηγαδιού απείρου βάθους και πλάτους L οι κυματοσυναρτήσεις και οι αντίστοιχες τιμές της ενέργειας ενός σωματιδίου μέσα σε αυτό είναι

$$\Psi_n = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi}{L} x$$

$$E_n = n^2 \left(\frac{h^2}{8mL^2} \right)$$

όπου $n = 1, 2, 3, \dots$

□ Στα πλαίσια της κβαντομηχανικής εξηγείται το φαινόμενο σήραγγας, κατά το οποίο ένα σωματίδιο μπορεί να περάσει από ένα φράγμα δυναμικού, έστω και αν η ενέργειά του είναι μικρότερη από το ύψος του φράγματος. Στην περίπτωση ορθογωνίου φράγματος ύψους U_0 και πλάτους L , ο συντελεστής διεύλευσης T δίνεται προσεγγιστικά από τη σχέση:

$$T \approx e^{-2\gamma L}$$

όπου

$$\gamma = \sqrt{\frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}}$$

□ Η αρχή αβεβαιότητας διατυπώθηκε από τον Heisenberg λέει, μετρώντας ταυτόχρονα την ορμή p και τη θέση x ενός σωματιδίου το γινόμενο των απροσδιοριστιών Δp και Δx είναι πάντα μεγαλύτερο ή ίσο από το \hbar , δηλαδή

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar$$

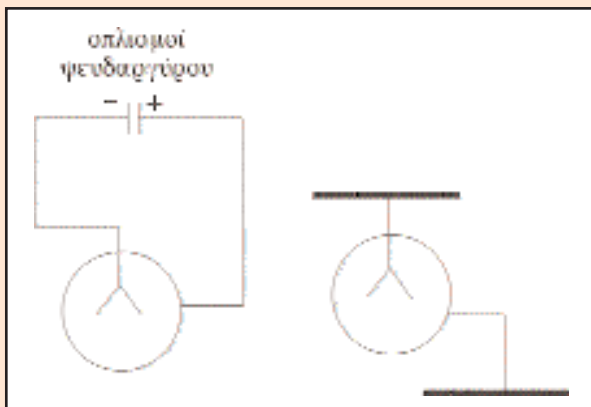
Επίσης, διατυπώνεται και με την απροσδιοριστία στη μέτρηση της ενέργειας ΔE και του αντίστοιχου χρόνου Δt που διαρκεί η μέτρησή της ως

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar$$

Δ Ρ Α Σ Τ Η Ρ Ι Ο Τ Η Τ Ε Σ

1. ΠΕΙΡΑΜΑ ΕΠΙΔΕΙΞΗΣ ΦΩΤΟΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΥ ΜΕ ΕΚΦΟΡΤΙΣΗ ΠΥΚΝΩΤΗ

Τοποθετήστε δύο μεταλλικές πλάκες σε μεταξύ τους απόσταση περί του 1 cm, εκ των οποίων η μία είναι από ψευδάργυρο (καλά γυαλισμένο),



ενώ η άλλη από αλουμίνιο ή χαλκό, δηλαδή έχετε έναν πυκνωτή. Φορτίστε τον πυκνωτή με διαφορά δυναμικού περίπου 1000 V, φροντίζοντας η πλάκα από ψευδάργυρο να έχει το μικρότερο δυναμικό. Σπεπάστε τις πλάκες, ώστε να μην φωτίζονται και

συνδέστε τις με ηλεκτροσκόπιο. Παρατηρήστε ότι η ένδειξη του ηλεκτροσκοπίου μειώνεται με κάποιο αργό ρυθμό. Ξαναφορτίστε τις πλάκες και τώρα φωτίστε με φως από λάμπα υπεριώδους (ατμών υδραργύρου), προσοχή στα μάτια σας! Παρατηρήστε τον ταχύτερο ρυθμό μείωσης της ένδειξης του ηλεκτροσκοπίου που οφείλεται στην εκφόρτιση του πυκνωτή λόγω παραγωγής φωτοηλεκτρονίων. Αν κάνετε το ίδιο πείραμα, με τον ψευδάργυρο να έχει το μεγαλύτερο δυναμικό, τότε η εκφόρτιση είναι πολύ αργή και στις δύο περιπτώσεις. Εξηγείστε τα αποτελέσματα. Το πείραμα μπορεί να γίνει και μόνο με ηλεκτροσκόπιο με πλάκα ψευδαργύρου.

2. ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΣΤΑΘΕΡΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΤΩΝ ΔΙΑΣΤΑΣΕΩΝ ΤΩΝ ΑΤΟΜΩΝ.

Στις αρχές του 20ου αιώνα ένα από τα σπουδαιότερα προβλήματα της Φυσικής ήταν η σταθερότητα και οι διαστάσεις των ατόμων.

α) Υπολογίστε την διάσταση των ατόμων θεωρώντας ότι είναι σφαίρες που ακομπούν η μία την άλλη, για ένα υλικό π.χ. Al.

β) Εξετάστε, εάν υπάρχουν δεσμεύσεις στις διαστάσεις των ατόμων στα πλαίσια της κλασικής Φυσικής.

γ) Θεωρήστε τη στροφορμή των ηλεκτρονίων της τάξεως του h (ή \hbar) της σταθεράς του Planck και βρείτε την τάξη μεγέθους του ατόμου.

δ) Στα πλαίσια της κλασικής Φυσικής έπρεπε το ηλεκτρόνιο να πέσει στον πυρήνα, επειδή ακτινοβολεί. Πώς εξηγείται η σταθερότητα των ατόμων;

3. ΣΑΡΩΤΙΚΟ ΜΙΚΡΟΣΚΟΠΙΟ ΣΗΡΑΓΓΑΣ (STM)

Ανατρέξτε σε βιβλιογραφία (π.χ. Φυσική Young, Ελλην. Μετάφραση, Εκδόσεις Παπαζήση 1994) και συγκεντρώστε πληροφορίες για το STM. Απαντήστε στο ερώτημα: με ποιό τρόπο αποκτούμε είδωλο μιας επιφάνειας, ώστε να μπορούμε να έχουμε “εικόνα” των ατόμων της επιφάνειας αυτής;

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1

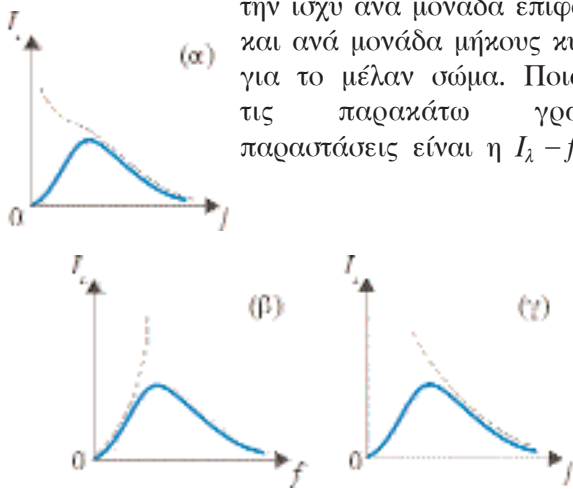
Δύο κοιλότητες από διαφορετικά υλικά και ίδιας θερμοκρασίας επικοινωνούν όπως στο σχήμα. Απο-



δείξτε ότι η ισχύς που εκπέμπεται ανά μονάδα επιφάνειας της κοινής οπής είναι ίδια προς τις δύο κατευθύνσεις.

2

Το σχήμα 4.131 δείχνει η σύγκριση των πειραματικών και θεωρητικών προβλέψεων (Rayleigh-Jeans) για την ισχύ ανά μονάδα επιφάνειας και ανά μονάδα μήκους κύματος για το μέλαν σώμα. Ποιά από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις είναι η $I_\lambda - f$;



3

Το φάσμα μιας κοιλότητας βολφραμίου έχει μεγαλύτερη λαμπρότητα στο ιώδες ενώ μιας κοιλότητας χαλκού στο ερυθρό. Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις σωστές (Σ) ή λάθος (Λ).

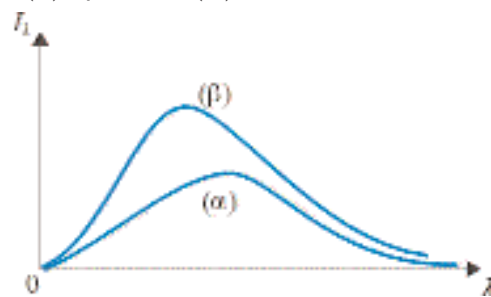
- (α) Ο χαλκός έχει υψηλότερη θερμοκρασία από το βολφράμιο.
- (β) Ο χαλκός έχει ίδια θερμοκρασία με το βολφράμιο και απλώς επειδή είναι μέταλλο χρώματος κοκκινωπού το φάσμα είναι λαμπρότερο στο ερυθρό.
- (γ) Η χάλκινη κοιλότητα εκπέμπει λιγότερη ισχύ από αυτή του βολφραμίου.

4

Κοιτάζοντας στο εσωτερικό μια κοιλότητας, δεν μπορούμε να διακρίνουμε τις λεπτομέρειες των τοιχωμάτων της, μπορείτε να εξηγήσετε γιατί συμβαίνει αυτό;

5

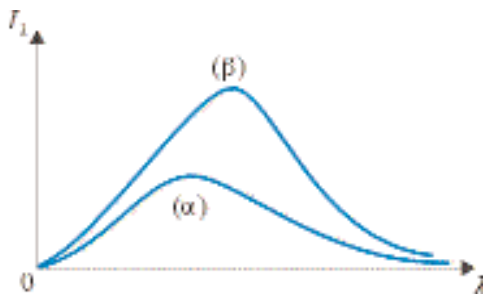
Τα αποτελέσματα ανάλυσης του φάσματος δύο διαφορετικών κοιλοτήτων (α) και (β) αποτυπώνονται στο σχήμα. Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις σωστές (Σ) ή λάθος (Λ).



- (α) Οι καμπύλες είναι διαφορετικές διότι είναι διαφορετικά τα υλικά των κοιλότητων.
- (β) Οι καμπύλες είναι διαφορετικές διότι η οπή της (α) είναι μικρότερη από την οπή της (β) άρα εκπέμπεται λιγότερη ισχύς.
- (γ) Οι καμπύλες είναι διαφορετικές διότι η θερμοκρασία της (β) κοιλότητας είναι μεγαλύτερη από τη θερμοκρασία της (α) κοιλότητας.

6

(α) Στο σχήμα παριστάνονται οι γραφικές



παραστάσεις I_λ - λ για την ακτινοβολία από την επιφάνεια βολφραμίου (α) και για την ακτινοβολία κοιλότητας σε βολφράμιο (β), ίδιων θερμοκρασιών. Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί η (α) περιέχει μικρότερο εμβαδόν από αυτό της (β) καμπύλης;

(β) Γιατί οι κοιλότητες που δημιουργούνται στα αναμένα κάρβουνα φαίνονται λαμπρότερες από τα ίδια τα κάρβουνα;

7

Ο Βέγας είναι μπλε αστέρι και ο Αντάρης ερυθρό. Ποιό από τα δύο αστέρια είναι θερμότερο και γιατί;

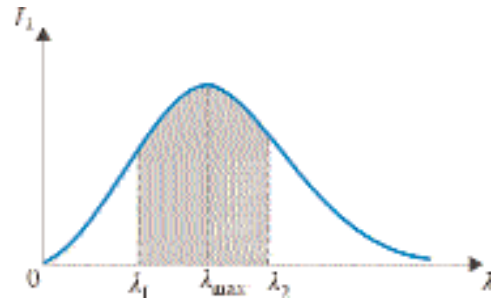
8

Είναι σωστή η αντιστοιχία των χρωμάτων του κρούου και του ζευστού σε μια μπαταρία βρύσης;

9

Με την ανάλυση του φωτός μιας κοιλότητας και με ένα φασματόμετρο προσδιορίζουμε την I_λ - λ της κοιλότητας και είναι αυτή του σχήματος. Ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές

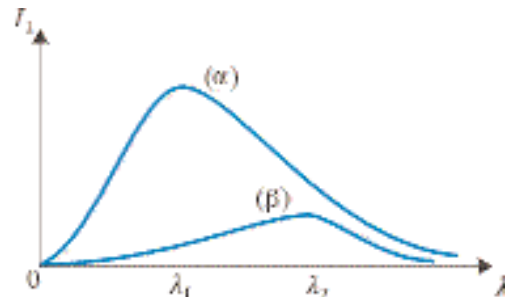
- (α) Αν αυξήσουμε τη θερμοκρασία η τιμή λ_{max} θα αυξηθεί.
- (β) Αυξάνοντας τη θερμοκρασία το εμβαδόν της καμπύλης αυξάνεται.
- (γ) Το εμβαδόν που περικλείεται κάτω από την καμπύλη είναι η ισχύς της ακτινοβολίας που εκπέμπεται από την οπή.



- (δ) Το φως από τα τοιχώματα της κοιλότητας εκπέμπεται κατά συνεχή τρόπο, διότι η θερμοκρασία της κοιλότητας είναι χαμηλή.
- (ε) Η ισχύς, ανά μονάδα επιφανείας, του φωτός που εκπέμπεται από την οπή και έχει μήκη κύματος από λ_1 έως λ_2 είναι το γραμμωσιασμένο εμβαδόν στο σχήμα.
- (στ) Αν μικρύνουμε την οπή η καμπύλη θα είναι ακριβώς η ίδια.

10

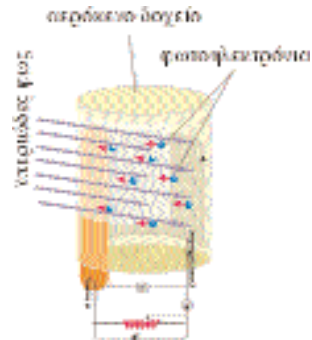
Για δύο κοιλότητες διαφορετικής θερμοκρασίας οι αντίστοιχες I_λ - λ είναι αυτές του σχήματος.



Αν $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{1}{2}$ ποιάς είναι ο λόγος των εμβαδών, αυτού που περικλείεται από την καμπύλη (α) προς αυτό που περικλείεται από την καμπύλη (β);
 (α) 1/2, (β) 4, (γ) 8, (δ) 16

11

Στο σχήμα είναι η διάταξη που μελετούμε το



φωτοηλεκτρικό φαινόμενο. Αν μετακινήσουμε τον δρομέα δ προς τα δεξιά τι

θα συμβεί στην ένδειξη του G ;

- (i) Θα αυξάνεται διαρκώς
- (ii) Θα αυξάνεται για λίγο και μετά σχεδόν θα σταθεροποιηθεί;
- (iii) Θα παραμείνει αμετάβλητη;

12

Αν αυξάνουμε την ένταση του φωτός κρατώντας τον δ σε σταθερή θέση, στη διάταξη του σχήματος της ερώτησης 11, τί από τα παρακάτω θα συμβεί με την ένδειξη του γαλβανόμετρου G ;

- (i) Θα αυξάνεται διαρκώς;
- (ii) Θα αυξηθεί και θα σταθεροποιηθεί μια μέγιστη τιμή;
- (iii) Θα παραμείνει σταθερή;

13

Αντιστρέφουμε την πολικότητα της πηγής της διάταξης της ερώτησης 11 και ρυθμίζουμε το δρομέα έτσι ώστε το γαλβανόμετρο να έχει ένδειξη μηδέν. Με ποιό τρόπο μπορούμε να μεταβάλλουμε την ένδειξη του γαλβανόμετρου;

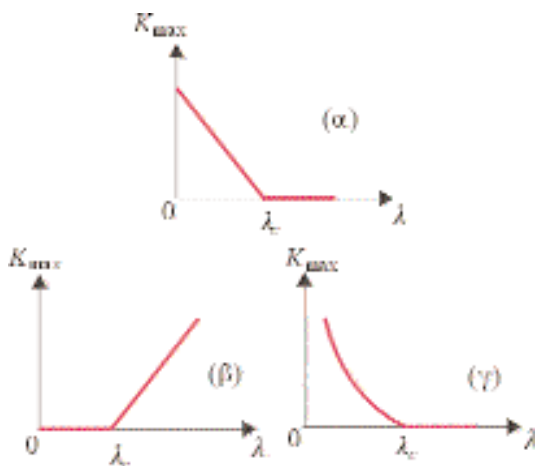
- (α) Αυξάνοντας την ένταση του φωτός.
- (β) Αυξάνοντας την συχνότητα του φωτός που πέφτει στην “κάθοδο”.
- (γ) Με κανέναν τρόπο.

14

Πώς δικαιολογείται ότι το ρεύμα των φωτοηλεκτρονίων εξαρτάται από την ένταση του φωτός που προσπίπτει στην κάθοδο;

15

Ποιά από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις είναι η σωστή, αν K_{\max} είναι η μέγιστη κινητική ενέργεια με την οποία εξέρχονται τα φωτοηλεκτρόνια και λ το μήκος



κύματος της ακτινοβολίας που προσπίπτει στο μέταλλο, σε ένα πείραμα επίδειξης του φωτοηλεκτρικού φαινομένου;

16

Ένα κίτρινο ή ένα ιώδες φωτόνιο περιέχει περισσότερη ενέργεια;

17

Κόκκινη και κίτρινη ακτινοβολία έχουν ίδια ένταση. Θεωρούμε νοητές επιφάνειες ίδιου εμβαδού κάθετες στις ακτίνες των ακτινοβολιών. Σε ποιά περίπτωση ο ρυθμός διέλευσης φωτονίων είναι μεγαλύτερος;

18

Εξηγήστε γιατί το φως καθώς ανακλάται σε έναν καθρέπτη ασκεί πίεση σ' αυτόν;

19

Ποιό φωτόνιο έχει μεγαλύτερη ορμή το μπλέ ή το πράσινο;

20

Στο σχήμα 4.138 του κειμένου, καθώς αυξάνεται η γωνία θ , η συχνότητα του σκεδαζόμενου φωτονίου, (α) παραμένει ίδια (β) μικραίνει ή (γ) μεγαλώνει

21

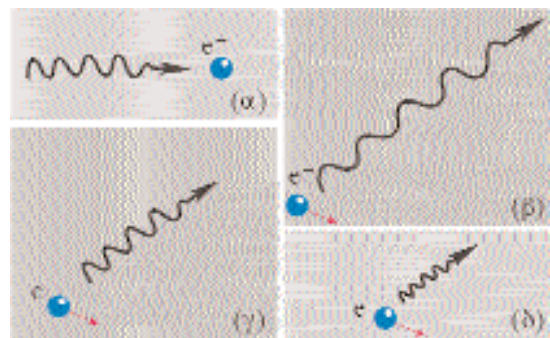
Από την κυματική γνωρίζουμε ότι η συχνότητα της ανακλώμενης ακτινοβολίας είναι ίδια με αυτή της προσπίπτουσας, πώς συμβιβάζεται αυτή η πρόταση με το φαινόμενο Compton;

22

Ποιά η διαφορά μεταξύ φωτοηλεκτρικού φαινομένου και φαινομένου Compton;

23

Στο σχήμα (α) είναι ένα φωτόνιο και ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο πριν την σύγκρουση. Ποιά από τα επόμενα σχήματα μπορεί να παριστάνει το αποτέλεσμα της σύγκρουσης;



24

Σκεδάζεται ένα κόκκινο και ένα πράσινο φωτόνιο από ακίνητο ελεύθερο ηλεκτρόνιο. Ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές για ίδια γωνία σκέδασης;

- (α) Η μεταβολή του μήκους κύματος είναι ίδια και για τα δύο φωτόνια.
- (β) Η ποσοστιαία μεταβολή του μήκους κύματος είναι μεγαλύτερη στο κόκκινο.
- (γ) Το μήκος κύματος του σκεδαζόμενου φωτονίου είναι ίδιο και για τα δύο φωτόνια.

25

Σκεδάζεται ένα φωτόνιο από ακίνητο ελεύθερο ηλεκτρόνιο. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι αληθείς.

- (α) Η συχνότητα του σκεδαζόμενου φωτός είναι η ίδια με αυτή του προσπίπτοντος, όπως προβλέπεται από την κλασική φυσική.
- (β) Η συχνότητα του σκεδαζόμενου φωτός διαφέρει κατά πολύ από αυτήν του προσπίπτοντος όταν το προσπίπτον φως είναι μεγάλης συχνότητας οπότε είναι εντονότερη η σωματιδιακή φύση του.
- (δ) Εάν το ηλεκτρόνιο ήταν συνδεδεμένο με έναν πυρήνα το αποτέλεσμα της σκέδασης θα ήταν διαφορετικό.
- (ε) Η ενέργεια που χάνει το φωτόνιο μεταφέρεται εν γένει, εν μέρει στο ηλεκτρόνιο και εν μέρει εκπέμπεται ως ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία.
- (στ) Καθώς προσπίπτει το φως στο ηλεκτρόνιο, αυτό αρχίζει να ταλαντεύεται οπότε γίνεται πηγή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας με συχνότητα μικρότερη από αυτή του προσπίπτοντος φωτός, διότι το ηλεκτρόνιο έχει κάποια μάζα (άρα αδράνεια). Επομένως το σκεδαζόμενο φως που είναι αυτό που παράγει το ηλεκτρόνιο έχει μικρότερη συχνότητα.

26

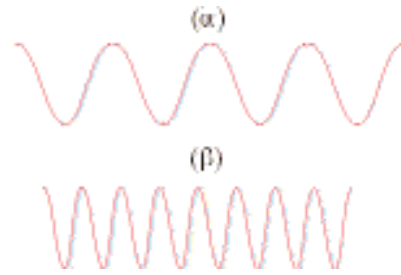
Μία μοτοσυκλέτα και ένα αυτοκίνητο έχουν ίσες κινητικές ενέργειες, ποιο όχημα (συνήθως) έχει μεγαλύτερο μήκος κύματος;

27

Γιατί ο κυματικός χαρακτήρας της ύλης δεν είναι προφανής στις καθημερινές μας παρατηρήσεις συνηθισμένων σωμάτων;

28

Οι κυματοσυναρτήσεις δύο ελεύθερων ηλεκτρονίων είναι αντίστοιχα οι (α) και (β) του



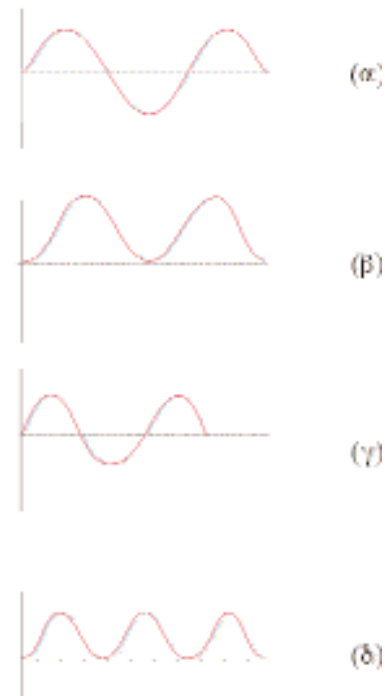
σχήματος. Ποιο από το δύο ηλεκτρόνια έχει μεγαλύτερη ταχύτητα;

29

Υπάρχει αντίφαση στο ότι ένα ηλεκτρόνιο είναι σωματίδιο άρα συγκεντρωμένο σε ένα σημείο ενώ ταυτόχρονα είναι και κύμα άρα “απλωμένο στο χώρο”;

30

Η κυματοσυνάρτηση $\Psi(x)$ ενός σωματιδίου είναι αυτή του σχήματος (α). Ποιά από τα σχήματα

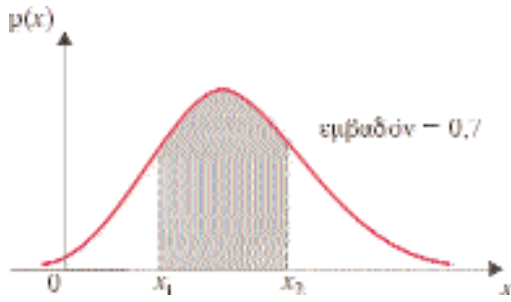


(β), (γ), (δ) περιγράφει την πυκνότητα πιθανότητας;

31

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για ένα σωματιδίου είναι αυτή του σχήματος. Το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου είναι 0,7. Κάνοντας ένα πείραμα για τον προσδιορισμό της θέσεως του σωματιδίου ποια είναι η πιθανότητα να βρεθεί;

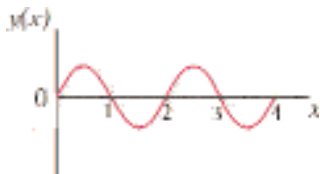
- (α) Από το $-\infty$ έως το x_1
- (β) Από το x_1 έως το ∞



- (γ) Από το x_2 έως το ∞
- (δ) Από το $-\infty$ έως το $+\infty$

32

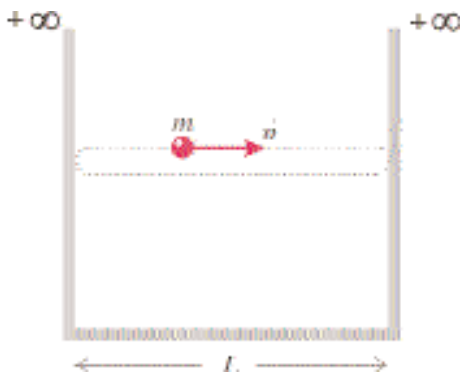
Η κυματοσυνάρτηση ενός σωματιδίου είναι αυτή του σχήματος.



- (α) Ποιά η πιθανότητα να βρεθεί το σωματίδιο στη θέση $x = 2$
- (β) Ποιά η πιθανότητα να βρεθεί το σωματίδιο στη θέση $x = 1,5$
- (γ) Ποιά η πιθανότητα να βρεθεί το σωματίδιο μεταξύ της θέσεως 1 και 3

33

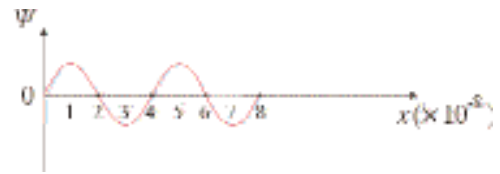
Ένα σωματίδιο βρίσκεται σε ένα τετραγωνικό πηγάδι απείρως βαθύ. Καθώς κινείται το σωματίδιο ισοδυναμεί με δύο επίπεδα κύματα διαδιδόμενα



αντίθετα λόγω των πολλαπλών ανακλάσεων, επομένως δημιουργούνται στάσιμα κύματα. Προσδιορίστε τα μήκη αυτών των στασίμων κυμάτων, καθώς και τις αντίστοιχες τιμές της ενέργειας του σωματιδίου. Δίνεται το μήκος L του πηγαδιού η μάζα m του σωματιδίου καθώς και η σταθερά του Planck h .

34

Στο σχήμα παριστάνεται η κυματοσυνάρτηση ενός σωματιδίου το οποίο βρίσκεται μέσα σε ένα πηγάδι δυναμικού.

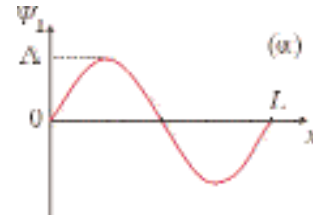


- (α) Να προσδιορίσετε το βάθος του πηγαδιού.
- (β) Να βαθμολογηθεί ο άξονας του Ψ .

35

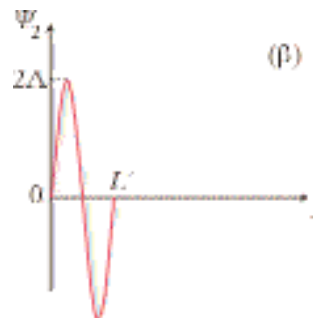
Οι κυματοσυναρτήσεις δύο σωματιδίων ίδιας μάζας που βρίσκονται σε δύο πηγάδια δυναμικού είναι αυτές των σχημάτων (α) και (β) αντίστοιχα.

- (α) Αν το εύρος του πρώτου πηγαδιού είναι L το εύρος του δεύτερου είναι



- (i) $\frac{L}{2}$ (ii) $2L$ (iii) $\frac{L}{4}$ (iv) $\frac{L}{\sqrt{2}}$;

- (β) Αν η ενέργεια του πρώτου σωματιδίου είναι E , του δεύτερου είναι



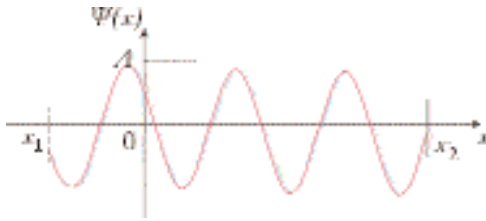
- (i) $2E$ (ii) $E/4$ (iii) $E/16$ (iv) $16E$;

36

Γιατί ένα σωματίδιο που βρίσκεται σε ένα πηγάδι πεπερασμένου βάθους, υπάρχει πιθανότητα να βρεθεί και εκτός του πηγαδιού;

37

Η κυματοσυνάρτηση ενός σωματιδίου είναι της μορφής του σχήματος. Χαρακτηρίστε σωστές ή λάθος τις παρακάτω προτάσεις.



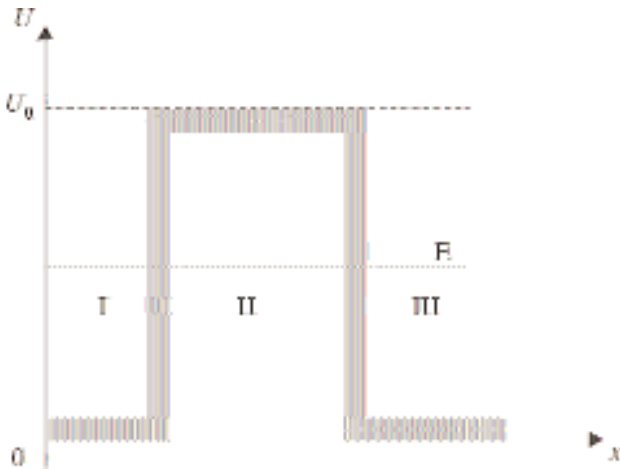
- (α) Το σωματίδιο βρίσκεται σε ένα τετραγωνικό πηγάδι που τα όρια του είναι περίπου από x_1 έως x_2 .
- (β) Πέραν του x_2 το σωματίδιο κινείται ελεύθερα.
- (γ) Η ενέργεια του σωματιδίου είναι μεγαλύτερη από το ύψος U_0 των χειλέων του πηγαδιού.
- (δ) Στάσιμα κύματα δημιουργούνται από το x_1 , έως το x_2 .

38

Αν αυξηθεί η ενέργεια των σωματιδίων που προσπίπτουν σ' ένα φράγμα δυναμικού, πώς θα μεταβληθεί ο συντελεστής διέλευσης;

39

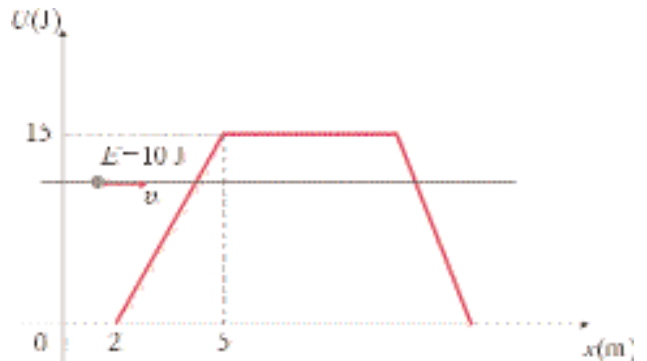
Σωματίδια με ενέργεια E εκτοξεύονται προς τα δεξιά και συναντούν το φράγμα δυναμικού του σχήματος. Ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;



- (α) Τα σωματίδια θα φτάσουν μέχρι το μέσο του φράγματος και θα επιστρέψουν.
- (β) Τα σωματίδια όταν λέμε ότι διαπερνούν το φράγμα, εννοούμε ότι εμβολίζουν το φράγμα, το τρυπούν και περνούν απέναντι, αυτό το καταφέρνουν ορισμένα μόνο σωματίδια.
- (γ) Στην περιοχή III η κυματοσυνάρτηση είναι αυτή του επιπέδου κύματος.
- (δ) Ποτέ δεν βρίσκεται το σωματίδιο στην περιοχή II διότι έχει ενέργεια E , μικρότερη του U_0 .
- (ε) Στην περιοχή I υπάρχουν δύο επίπεδα κύματα τα οποία διαδίδονται με αντίθετες κατευθύνσεις.

40

Προσδιορίστε το σημείο στο οποίο θα ανακλασθεί κλασικά το σωματίδιο του σχήματος αν η ενέργεια του είναι 10 J και κινείται προς τα δεξιά.



41

Ένα σωματίδιο με ενέργεια $E < U_0$ προσπίπτει στο φράγμα δυναμικού πλάτους L καθώς κινείται στην περιοχή I. Ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι αληθείς.



- (α) Αν αυξήσουμε το πλάτος L ο συντελεστής διέλευσης θα μειωθεί διότι στην περιοχή II η κυματοσυνάρτηση μειώνεται εκθετικά.
- (β) Η ενέργεια του σώματος στην περιοχή III είναι $E' > V_0$ επειδή το σωματίδιο έχει περάσει το φράγμα δυναμικού.
- (γ) Αν αυξήσουμε το πλάτος L ο συντελεστής διέλευσης θα παραμείνει ίδιος, αρκεί το σωματίδιο να ανέβει στο δυναμικό V_0 , μετά θα φτάσει στην περιοχή III.

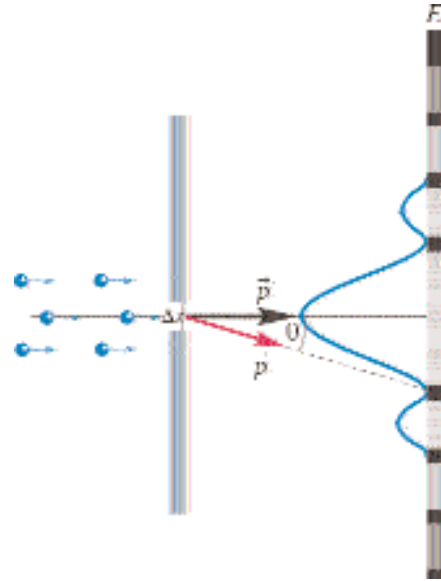
42

Εξηγήστε με την αρχή της αβεβαιότητας ότι το ηλεκτρόνιο δεν μπορεί να πέσει στον πυρήνα.

43

Στο σχήμα, τα ηλεκτρόνια κινούνται οριζόντια, διέρχονται από την σχισμή εύρους Δx και καταγράφονται στην οθόνη E. Ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι αληθείς.

- (α) Αν τα ηλεκτρόνια έχουν μεγαλύτερη οριζόντια ταχύτητα η κατανομή θα έχει μικρότερο εύρος.
- (β) Αν μικρύνουμε το πλάτος της σχισμής θα μικρύνει και το εύρος της κατανομής.
- (γ) Αν μεγαλώσουμε αρκετά τη σχισμή θα υπάρξει ομοιόμορφη κατανομή ίση με το εύρος της σχισμής.



ΑΣΚΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1

- (α) Υπολογίστε τον κβαντικό αριθμό n για έναν ταλαντωτή, σύστημα ελατήριου - μάζα, αν ο ορθός τύπος που παρέχει την ενέργεια είναι

$$E = n h f + \frac{1}{2} h f$$

- (β) Υπολογίστε την ποσοστιαία μεταβολή της ενέργειας του ταλαντωτή για μεταβολή του κβαντικού αριθμού n κατά 1. Δίνεται η σταθερά του ταλαντωτή $k = 100 \text{ N/m}$ και η μάζα $m = 1 \text{ kg}$, η σταθερά του Planck είναι $h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ και το πλάτος ταλάντωσης $0,20 \text{ m}$.

2

Πόσα φωτόνια συχνότητας $f = 5,0 \times 10^{15} \text{ Hz}$ χρειάζονται για να ανέλθει ένα σώμα βάρους 10 N κατά ύψος $h = 1 \text{ m}$; Δίνεται η σταθερά του Planck $h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$.

3

Μια ακτινοβολούσα κοιλότητα έχει θερμοκρασία $T = 6000 \text{ K}$

- (α) Υπολογίστε το μήκος κύματος στο οποίο η κοιλότητα ακτινοβολεί περισσότερο.
- (β) Υπολογίστε την ισχύ που εκπέμπεται ανά μονάδα επιφανείας από την κοιλότητα. Δίνεται $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^2$.

4

Μια κοιλότητα έχει οπή σχήματος κύκλου ακτίνας $0,50 \text{ mm}$. Υπολογίστε την ολική ισχύ που εκπέμπεται από την οπή όταν η θερμοκρασία της κοιλότητας είναι $T = 5000 \text{ K}$. Δίνεται η σταθερά $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^2$.

5

Μια λυχνία ατμών νατρίου έχει ισχύ 100 W και εκπέμπει φως μονοχρωματικό με μήκος κύματος $\lambda = 5,9 \times 10^{-10} \text{ m}$. Να υπολογίσετε: α) Τα φωτόνια που εκπέμπει η λυχνία κάθε δευτερόλεπτο. β) Τα φωτόνια που διέρχονται ανά δευτερόλεπτο από επιφάνεια $1,0 \text{ m}^2$ κάθετη στις ακτίνες διάδοσης του φωτός και σε απόσταση 1000 m . Δίνεται η σταθερά του Planck $h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ και η ταχύτητα του φωτός $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$.

6

Θεωρώντας το ανθρώπινο σώμα ως μέλαν σώμα θερμοκρασίας $37 \text{ }^\circ\text{C}$, υπολογίστε την ισχύ που ακτινοβολεί ο άνθρωπος. Μια καλή προσέγγιση του εμβαδού της επιφάνειας, του ανθρώπινου σώματος είναι $1,65 \text{ m}^2$. Δίνεται $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^2$.

7

Ενός αστεριού κόκκινου γίγαντα η μέγιστη ισχύς ακτινοβολίας συμβαίνει σε μήκος κύματος $\lambda_{\text{max}} = 640 \text{ nm}$. Ποιά περίπου είναι η θερμοκρασία του αστερά;

8

Το έργο εξαγωγής του Al είναι 4,2 eV. Αν φως μήκους κύματος $2,0 \times 10^{-7}$ m προσπέσει σε επιφάνεια Al, να υπολογίσετε τη μέγιστη κινητική ενέργεια των εκπεμπόμενων φωτοηλεκτρονίων. Υπολογίστε επίσης το οριακό μήκος κύματος του Al. Δίνεται η ταχύτητα του φωτός $c = 3,0 \times 10^8$ m/s και η σταθερά του Planck $h = 6,626 \times 10^{-34}$ J·s.

9

Το έργο εξαγωγής για το Li είναι 2,3 eV. Υπολογίστε την τάση αποκοπής όταν η κάθοδος είναι από Li και η προσπίπτουσα ακτινοβολία είναι συχνότητας $f = 1,5 \times 10^{15}$ Hz. Δίνεται $h = 6,626 \times 10^{-34}$ J·s.

10

Για να μηδενιστεί το φωτοηλεκτρικό ρεύμα ενός φωτοκυττάρου πρέπει να εφαρμόσουμε ανάστροφη τάση 0,6 V όταν το μήκος κύματος του προσπίπτοντος φωτός είναι 800 nm. Υπολογίστε το έργο εξαγωγής των ηλεκτρονίων από το υλικό της φωτοκαθόδου. Δίνονται $c = 3,0 \times 10^8$ m/s και $h = 6,626 \times 10^{-34}$ J·s.

11

Για μήκος κύματος της προσπίπτουσας ακτινοβολίας 500 nm σε επιφάνεια καισίου η μέγιστη ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων είναι 0,57 eV. Να υπολογίσετε: α) Το έργο εξαγωγής καισίου, β) την τάση αποκοπής όταν το μήκος κύματος της προσπίπτουσας ακτινοβολίας είναι 600 nm. Δίνεται $c = 3,0 \times 10^8$ m/s και $h = 6,626 \times 10^{-34}$ J·s.

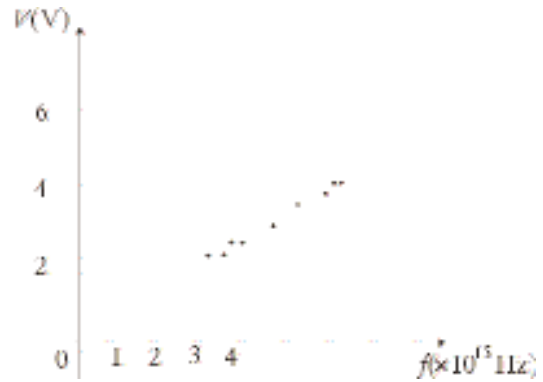
12

Όταν στην επιφάνεια ενός μετάλλου προσπίπτει φως μήκους κύματος 400 nm, η τάση αποκοπής του φωτοηλεκτρικού φαινομένου είναι 0,5 eV. Να βρείτε:

- (α) Τη μέγιστη κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων.
 (β) Το έργο εξαγωγής του μετάλλου.
 (γ) Το οριακό μήκος κύματος. Δίνονται $c = 3,0 \times 10^8$ m/s και $h = 6,626 \times 10^{-34}$ J·s.

13

Για κάποιο μέταλλο το πείραμα του φωτοηλεκτρικού φαινομένου έδωσε τη γραφική παράσταση του σχήματος όπου ο οριζόντιος άξονας είναι η συχνότητα του προσπίπτοντος φωτός και ο κατακόρυφος η τάση αποκοπής. Να υπολογισθούν με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης το έργο



εξαγωγής του μετάλλου και η σταθερά του Planck. Δίνεται μέτρο του φορτίου του ηλεκτρονίου, $e = 1,60 \times 10^{-19}$ C.

14

Ένα φωτόνιο μήκους κύματος $\lambda = 0,20$ nm συγκρούεται με αρχικά ακίνητο και ελεύθερο ηλεκτρόνιο και εκτρέπεται κατά γωνία $\varphi = 60^\circ$. Να υπολογισθεί η μεταβολή του μήκους κύματος καθώς και το μέτρο της ορμής του ηλεκτρονίου μετά την κρούση. Δίνεται η ταχύτητα του φωτός $c = 3,0 \times 10^8$ m/s, και η σταθερά του Planck $h = 6,626 \times 10^{-34}$ J·s και η μάζα του ηλεκτρονίου $m = 9,1 \times 10^{-31}$ kg.

15

Μια δέσμη μονοχρωματικού φωτός συχνότητας $f = 2,0 \times 10^{15}$ Hz προσπίπτει κάθετα και ανακλάται εξ' ολοκλήρου από έναν καθρέπτη. Αν η πυκνότητα της δέσμης είναι $1,0 \times 10^{11}$ φωτόνια/m³. Να υπολογίσετε: α) Πόσα φωτόνια πέφτουν σε επιφάνεια 1,0 m² ανά δευτερόλεπτο. β) Ποιά είναι η συνολική μεταβολή της ορμής των φωτονίων του ερωτήματος (α). γ) Ποιά είναι η πίεση που ασκεί η δέσμη στον καθρέπτη. Δίνεται $c = 3,0 \times 10^8$ m/s και $h = 6,626 \times 10^{-34}$ J·s.

16

Φωτόνιο με μήκος κύματος 0,30 nm αποκλίνει κατά γωνία 120° μετά από σκέδαση σε ακίνητο και ελεύθερο ηλεκτρόνιο: α) Προσδιορίστε το μήκος κύματος του σκεδαζόμενου φωτονίου. β) Υπολογίστε την κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου μετά την κρούση. Δίνεται $h = 6,626 \times 10^{-34}$ J·s, $c = 3,0 \times 10^8$ m/s και η μάζα του ηλεκτρονίου $m = 9,1 \times 10^{-31}$ kg.

17

Δέση φωτονίων μήκους κύματος 0,020 nm υφίστανται σκέδαση Compton. Υπολογίστε την ενέργεια και την ορμή των φωτονίων, που ανιχνεύονται σε γωνία σκέδασης 45°. Δίνονται $c = 3,0 \times 10^8$ m/s και η μάζα του ηλεκτρονίου $m = 9,1 \times 10^{-31}$ kg.

18

Φωτόνιο υφίσταται σκέδαση Compton κατά 90°. Αν το αρχικό μήκος κύματος του φωτονίου είναι ίσο με το μήκος κύματος Compton του ηλεκτρονίου, να υπολογισθεί το μήκος κύματος του σκεδαζόμενου φωτονίου. Επίσης υπολογίστε την ορμή ανάκρουσης του ηλεκτρονίου. Δίνεται $h = 6,626 \times 10^{-34}$ J·s, $c = 3,0 \times 10^8$ m/s και η μάζα του ηλεκτρονίου $m = 9,1 \times 10^{-31}$ kg.

19

Ποιά είναι η μεταβολή του μήκους κύματος ενός φωτονίου κατά τη σκέδαση Compton και σε γωνία σκέδασης 180°;

20

Αποδείξτε ότι η μεταβολή της συχνότητας του φωτονίου κατά τη σκέδαση Compton δίνεται από τη σχέση.

$$\Delta f = f \frac{b}{1 + bf}, \quad b = \frac{\lambda_c (1 - \cos \varphi)}{c}$$

όπου λ_c το μήκος κύματος Compton του ηλεκτρονίου, φ η γωνία σκέδασης και c η ταχύτητα του φωτός. Κατόπιν αποδείξτε ότι η ενέργεια του ηλεκτρονίου μετά την σκέδαση αυξάνει καθώς αυξάνεται η γωνία σκέδασης των φωτονίων.

21

Υπολογίστε το μήκος κύματος De Broglie ενός ηλεκτρονίου ταχύτητας $1,0 \times 10^6$ m/s. Δίνεται η μάζα του ηλεκτρονίου $m = 9,11 \times 10^{-31}$ kg και η σταθερά του Planck $h = 6,626 \times 10^{-34}$ J·s.

22

Ηλεκτρόνιο επιταχύνεται από διαφορά δυναμικού $V = 100$ V. Υπολογίστε το μήκος κύματος De Broglie του ηλεκτρονίου μετά την επιτάχυνση του. Δίνεται η μάζα του ηλεκτρονίου $m = 9,1 \times 10^{-31}$ kg και η σταθερά του Planck $h = 6,626 \times 10^{-34}$ J·s.

23

Ένα βλήμα μάζας $m = 0,03$ kg κινείται με ταχύτητα 1000 m/s. Ποιό είναι το αντίστοιχο μήκος κύματος De Broglie για το βλήμα; Δίνεται $h = 6,626 \times 10^{-34}$ J·s.

24

Ηλεκτρόνιο και ένα φωτόνιο έχουν ίδιο μήκος κύματος $2,0 \times 10^{-12}$ m. Να υπολογίσετε την ορμή και την ενέργεια κάθε σωματιδίου (Το ηλεκτρόνιο να αντιμετωπισθεί σχετικιστικά). Δίνεται η μάζα ηρεμίας του ηλεκτρονίου $m = 9,1 \times 10^{-31}$ kg η ταχύτητα του φωτός $c = 3,0 \times 10^8$ m/s και η σταθερά του Planck $h = 6,626 \times 10^{-34}$ J·s.

25

Υπολογίστε το μήκος κύματος ενός ατόμου ηλίου σε θερμοκρασία 27° C. Δίνεται He = 4, σχετική ατομική μάζα, σταθερά του Avogadro $N = 6 \times 10^{23}$ mol⁻¹ η παγκόσμια σταθερά των αερίων $R = 8,31$ J·K⁻¹·mol⁻¹ και η σταθερά του Planck $h = 6,626 \times 10^{-34}$ J·s.

26

Ηλεκτρόνιο έχει μήκος κύματος De Broglie $1,0 \times 10^{-10}$ m. Να υπολογιστεί η ενέργεια του ηλεκτρονίου. Δίνεται η σταθερά Planck $h = 6,626 \times 10^{-34}$ J·s η μάζα του ηλεκτρονίου $m = 9,1 \times 10^{-31}$ kg και η ταχύτητα του φωτός $c = 3,0 \times 10^8$ m/s.

27

Σωματίδιο μάζας $m = 1,0 \times 10^{-30}$ kg είναι περιορισμένο σε ένα τετραγωνικό πηγάδι δυναμικού απείρου βάθους και πλάτους $L = 1,0 \times 10^{-10}$ m. Να υπολογιστεί η ενέργεια της 3ης στάθμης και να γραφεί η αντίστοιχη κυματοσυνάρτηση $\Psi(x)$. Δίνεται η σταθερά του Planck $h = 6,626 \times 10^{-34}$ J·s.

28

Η κυματοσυνάρτηση σωματιδίου που βρίσκεται σε τετραγωνικό πηγάδι δυναμικού απείρου βάθους, με τα όρια του πηγαδιού στις θέσεις $x = 0$, και $x = L$ είναι: $\Psi(x) = 10^4 \sin(3\pi \times 10^8 x)$.

Να υπολογιστεί η ενέργεια του σωματιδίου. Δίνεται $h = 6,626 \times 10^{-34}$ J·s και η μάζα του σωματιδίου $m = 9,11 \times 10^{-31}$ kg.

29

Να γραφεί η κυματοσυνάρτηση ενός σώματος μάζας $m = 1,0 \times 10^{-8}$ kg που βρίσκεται σε τετραγωνικό πηγάδι δυναμικού απείρου βάθους με όρια $x = 0$ και $x = 2 \times 10^{-6}$ m και του οποίου η ενέργεια είναι $E = 1,37 \times 10^{-46}$ J. Δίνεται $h = 6,626 \times 10^{-34}$ J·s.

30

Ακτίνα λέιζερ ρουβιδίου εκπέμπει φως μήκους κύματος 694,3 nm. Υποθέτοντας ότι η εκπομπή του φωτός αυτού οφείλεται στη μετάβαση ενός ηλεκτρονίου

κλεισμένου σε τετραγωνικό πηγάδι δυναμικού απείρου βάθους, από την $n = 2$ στη $n = 1$ ενεργειακή κατάσταση, υπολογίστε το πλάτος του πηγαδιού. Δίνονται $h = 6,626 \times 10^{-34}$ J·s, $c = 3,0 \times 10^8$ m/s και η μάζα του ηλεκτρονίου $m = 9,1 \times 10^{-31}$ kg.

31

Σε ένα κιβώτιο κλειστό, το οποίο είναι ισοδύναμο με τετραγωνικό πηγάδι δυναμικού απείρου βάθους, αφήνουμε μια μπάλα περίπου στη μέση. Αν η μπάλα βρίσκεται στην κατάσταση $n = 1$ υπολογίστε πόσο χρόνο θα κάνει να φτάσει στην άκρη του κουτιού. Θεωρήστε το πλάτος του κουτιού $L = 40$ cm και τη μάζα της μπάλας $m = 0,20$ kg. Επίσης θεωρήστε ότι για να φτάσει η μπάλα στην άκρη πρέπει να προχωρήσει 10 cm. Δίνεται $h = 6,626 \times 10^{-34}$ J·s.

32

Θεωρώντας το πυρηνικό δυναμικό ως τετραγωνικό πηγάδι σχεδόν απείρου βάθους, εκτιμήστε τις 3 πρώτες ενεργειακές στάθμες ενός νετρονίου του πυρήνα. Δίνεται η διάμετρος του πυρήνα περίπου $2,0 \times 10^{-14}$ m και η μάζα του νετρονίου $1,67 \times 10^{-27}$ kg.

33

Ηλεκτρόνιο ενέργειας 4 eV προσπίπτει σε φράγμα δυναμικού πλάτους 0,40 nm και ύψους 8,0 eV. Να βρεθεί η πιθανότητα ώστε το ηλεκτρόνιο να διαπεράσει το φράγμα. Δίνεται η μάζα του ηλεκτρονίου $m = 9,11 \times 10^{-31}$ kg και η σταθερά του Planck $h = 6,626 \times 10^{-34}$ J·s.

34

Υπολογίστε την πιθανότητα διέλευσης ενός σωματιδίου άλφα από ύψος φράγματος τέτοιο ώστε η διαφορά ύψους και ενέργειας να είναι $U_0 - E = 10^6$ eV. Δίνεται η μάζα του σωματιδίου άλφα $m = 6,7 \times 10^{-27}$ kg. Η διάμετρος του πυρήνα είναι περίπου 2×10^{-14} m.

35

Μπάλα του μπόουλινγκ έχει μάζα $m = 8,0$ kg και ενέργεια $E = 99$ J. Ποιά η πιθανότητα διέλευσης της μπάλας από το φράγμα δυναμικού ύψους $U_0 = 100$ J και πλάτους $L = 5,0$ cm; Δίνεται $h = 6,626 \times 10^{-34}$ J·s.

36

Ρεύμα ηλεκτρονίων $i = 10$ mA συναντά φράγμα δυναμικού. Αν η διαφορά ύψους φράγματος και ενέργειας ηλεκτρονίου είναι $U_0 - E = 0,01$ eV και το πλάτος του φράγματος $L = 0,20$ nm να υπολογιστεί το ρεύμα ηλεκτρονίων που διαπερνά το φράγμα. Δίνεται $h = 6,626 \times 10^{-34}$ J·s και η μάζα του ηλεκτρονίου $m = 9,11 \times 10^{-31}$ kg.

37

Η ταχύτητα ενός ηλεκτρονίου μετρήθηκε και βρέθηκε $5,0 \times 10^4$ m/s με αβεβαιότητα μέτρησης 0,0020%. Να υπολογισθεί η απροσδιοριστία της θέσης του ηλεκτρονίου. Δίνεται $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J·s και η μάζα του ηλεκτρονίου $m = 9,11 \times 10^{-31}$ kg.

38

Η απροσδιοριστία στον προσδιορισμό της θέσεως ενός ηλεκτρονίου είναι 4,0 cm. Υπολογίστε την απροσδιοριστία της ταχύτητας του ηλεκτρονίου. Δίνεται η μάζα του ηλεκτρονίου $m = 9,11 \times 10^{-31}$ kg και η σταθερά του Planck $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J·s.

39

Η ορμή ενός πρωτονίου μετρήθηκε με σφάλμα 10%. Ποιά είναι η ελάχιστη απροσδιοριστία στη θέση του, αν η ενέργειά του είναι 1,0 MeV; Δίνεται $h = 6,626 \times 10^{-34}$ J·s, $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C και η μάζα του πρωτονίου είναι $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ kg.

40

Από την ταράτσα ενός κτιρίου ύψους H , πετώντας πετραδάκι μάζας m προσπαθούμε να πετύχουμε ένα στόχο στο έδαφος. Να αποδείξετε ότι η ελάχιστη απροσδιοριστία στο στόχο δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta x = \left(\frac{h}{m}\right)^{1/2} \left(\frac{H}{2g}\right)^{1/4}$$

Όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας.

41

Βλήμα μάζας $m = 50$ g κινείται με ταχύτητα 500 m/s. Εάν η αβεβαιότητα στη μέτρηση της ταχύτητας είναι 0,020%, να προσδιοριστεί η ελάχιστη αβεβαιότητα στη μέτρηση της θέσης του σώματος. Δίνεται η σταθερά του Planck $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J·s.

42

Η διάμετρος του πυρήνα είναι της τάξης του $1,0 \times 10^{-14}$ m. Εφαρμόζοντας την αρχή απροσδιοριστίας υπολογίστε την τάξη μεγέθους της ορμής ενός νουκλεονίου. Κατόπιν υπολογίστε την κινητική ενέργεια του νουκλεονίου και από την τιμή της εκτιμήστε την πυρηνική δυναμική ενέργεια!! Δίνεται η μάζα του νουκλεονίου $1,67 \times 10^{-27}$ kg και η σταθερά του Planck $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J·s.

ΛΕΞΙΛΟΓΙΟ ΟΡΩΝ

Ανάκλαση κύματος είναι το φαινόμενο, το οποίο προκύπτει όταν ένα κύμα που διαδίδεται σε ένα μέσο (1) συναντήσει τη διαχωριστική επιφάνεια με ένα άλλο μέσο (2), οπότε ένα μέρος του κύματος επιστρέφει στο πρώτο μέσο, υπακούοντας στο νόμο της ανάκλασης.

Αρμονική ταλάντωση είναι η περιοδική κίνηση ενός σώματος κατά την οποία η απομάκρυνσή του απ' τη θέση ισορροπίας είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου.

Διάθλαση κύματος είναι το φαινόμενο, το οποίο προκύπτει όταν ένα κύμα που διαδίδεται σε ένα μέσο (1) συναντήσει τη διαχωριστική επιφάνεια με ένα άλλο μέσο (2), οπότε ένα μέρος του κύματος εισέρχεται στο δεύτερο μέσο υπακούοντας στο νόμο της διάθλασης.

Διακρότημα είναι το αποτέλεσμα της σύνθεσης δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας διεύθυνσης και πλάτους, που οι συχνότητές τους διαφέρουν πολύ λίγο. Το διακρότημα είναι μια περιοδική, αλλά όχι αρμονική κίνηση.

Εξαναγκασμένες ταλαντώσεις είναι αυτές, κατά τις οποίες το ταλαντούμενο σύστημα παίρνει εξωτερικά τόση ενέργεια, ώστε να αναπληρώνονται οι ενεργειακές απώλειες του συστήματος.

Ηλεκτρομαγνητικό κύμα είναι μια ηλεκτρομαγνητική διαταραχή, η οποία μπορεί να διαδίδεται στο χώρο από μια περιοχή σε μια άλλη, ακόμη και αν δεν υπάρχει ενδιάμεσο υλικό.

Ιξώδες είναι η ιδιότητα, που χαρακτηρίζει την τριβή για ρευστά.

Ισοφασικές επιφάνειες είναι κάθε συνεχής επιφάνεια πάνω στην οποία η φάση του κύματος είναι ίδια.

Κέντρο βάρους ενός σώματος είναι το σημείο από το οποίο διέρχεται ο φορέας του βάρους όπως και αν στραφεί το σώμα. Στα ομογενή βαρυτικά πεδία το κέντρο βάρους συμπίπτει με το κέντρο μάζας.

Κέντρο μάζας ενός σώματος είναι ένα χαρακτηριστικό σημείο, που εξαρτάται από τον τρόπο κατανομής της μάζας στο χώρο.

Κρούση ανελαστική είναι η κρούση κατά την οποία έχουμε απώλεια ενέργειας, αλλά τα σώματα παραμένουν ανεξάρτητα το ένα από το άλλο.

Κρούση δυο σωμάτων είναι η επαφή (προσέγγιση) δυο σωμάτων, που διαρκεί ελάχιστο χρόνο και εμφανίζονται κρουστικές δυνάμεις, οι οποίες είναι πολύ μεγάλες.

Κρούση ελαστική είναι αυτή κατά την οποία δεν έχουμε απώλεια ενέργειας, δηλαδή διατηρείται η κινητική ενέργεια του συστήματος.

Κρούση τελείως ανελαστική ή πλαστική κρούση είναι αυτή κατά την οποία έχουμε απώλεια ενέργειας και τα δύο σώματα ενώνονται σε ένα.

Κύμα είναι μια διαταραχή που μεταφέρει ενέργεια με ορισμένη ταχύτητα.

Κύμα αρμονικό είναι το κύμα που προκύπτει από διαταραχή, που είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου.

Μέλαν σώμα είναι ένα ιδεατό σώμα που έχει την ικανότητα να απορροφά κάθε προσπίπτουσα ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία ανεξάρτητα από τη συχνότητά της.

Νόμος της ανάκλασης είναι ο νόμος ο οποίος περιγράφει την ανάκλαση κυμάτων.

Νόμος της διάθλασης είναι ο νόμος που περιγράφει τη διάθλαση των κυμάτων.

Νόμος του Bernoulli είναι ο νόμος που συνδέει ταχύτητα, πιέσεις και υψομετρικές διαφορές σε (ιδανικό) ρευστό.

Περίθλαση είναι το φαινόμενο που προκύπτει όταν φως διέρχεται από ένα μικρό άνοιγμα ή γύρω από μια ακμή ή ακίδα.

Ρευματική ή ροϊκή γραμμή είναι κάθε γραμμή που δείχνει την τροχιά που διαγράφει κάθε σωματίο ενός ρευστού, το οποίο ρέει.

Ρευστό είναι κάθε υλικό που έχει την ιδιότητα να ρέει.

Ροπή δύναμης είναι ένα φυσικό μέγεθος, το οποίο σχετίζεται με την ικανότητα της δύναμης να περιστρέψει ένα σώμα.

Στάσιμο κύμα είναι το αποτέλεσμα της συμβολής δύο κυμάτων, που έχουν την ίδια ταχύτητα, την ίδια συχνότητα, το ίδιο πλάτος και διαδίδονται πάνω στην ίδια διεύθυνση με αντίθετες φορές.

Στερεό σώμα είναι το σώμα εκείνο στο οποίο οι αποστάσεις μεταξύ δυο οποιωνδήποτε σημείων παραμένουν σταθερές, ανεξάρτητα από τη θέση του σώματος.

Συμβολή κυμάτων προκύπτει δύο ή περισσότερα κύματα αλληλοεπικαλύπτονται στο χώρο.

Σχετικότητα ειδική θεωρία. Στηρίζεται σε

μεγάλο βαθμό στο γεγονός ότι η ταχύτητα του φωτός είναι σταθερή και ανεξάρτητη από το αν η πηγή του φωτός κινείται ή όχι.

Σύνθεση απλών αρμονικών ταλαντώσεων είναι η συνισταμένη κίνηση που προκύπτει όταν ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα περισσότερες από μια ταλαντώσεις.

Συντονισμός είναι η κατάσταση κατά την οποία η συχνότητα του διεγέρτη είναι τέτοια, ώστε να προκαλεί ταλάντωση μέγιστου πλάτους.

Σύστημα αδρανειακό είναι ένα σύστημα αναφοράς, ως προς το οποίο σώμα που δεν αλληλοεπιδρά με άλλο σώμα κινείται ευθύγραμμα και ομαλά.

Φαινόμενο Compton είναι η σκέδαση της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας από φορτισμένα σωματίδια.

Φαινόμενο Doppler είναι η αλλαγή της συχνότητας που αντιλαμβάνεται ένας παρατηρητής (δέκτης), που οφείλεται στη σχετική κίνηση ηχητικής πηγής (πομπού)-παρατηρητή (δέκτη).

Φθίνουσες ταλαντώσεις είναι αυτές των οποίων το πλάτος μειώνεται με το χρόνο.

Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο είναι η απόσπαση ηλεκτρονίων από την επιφάνεια ενός μετάλλου, όταν προσπέσει πάνω σ' αυτό ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία κατάλληλης συχνότητας.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΦΥΣΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ ΚΑΙ ΜΟΝΑΔΩΝ ΜΕΤΡΗΣΗΣ

ΓΕΝΙΚΑ

Τα φυσικά μεγέθη (ποσότητες) έχουν γενικά αριθμητική τιμή και μονάδα μέτρησης. Το φυσικό μέγεθος εκφράζεται ως γινόμενο μιας αριθμητικής τιμής (καθαρός αριθμός) θετικής ή αρνητικής, επί τη μονάδα μέτρησής του. Αυτή η σχέση παριστάνεται στη μορφή

$$A = \{A\} [A]$$

Για τους διάφορους συνδυασμούς φυσικών ποσοτήτων ισχύουν οι γνωστοί κανόνες αριθμητικής για τις αριθμητικές τιμές και τις μονάδες.

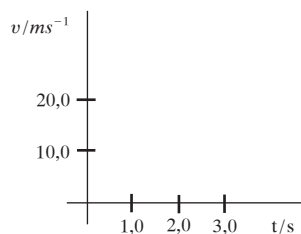
$$AB = \{A\}\{B\} [A][B] = \{AB\}[AB]$$

$\{AB\}$ είναι η αριθμητική τιμή του μεγέθους AB και $[AB]$ οι μονάδες (μονάδα) μέτρησής του

$$\frac{A}{B} = \frac{\{A\}[A]}{\{B\}[B]} = \left\{ \frac{A}{B} \right\} \left[\frac{A}{B} \right]$$

όπου $\left\{ \frac{A}{B} \right\}$ είναι η αριθμητική τιμή του μεγέθους $\frac{A}{B}$ και $\left[\frac{A}{B} \right]$ η μονάδα μέτρησής του. Σύμφωνα με

ανωτέρω υπάρχει διαφορά στους συμβολισμούς μιας φυσικής ποσότητας και της αριθμητικής της τιμής εκφρασμένης ως προς συγκεκριμένες μονάδες. Για την αριθμητική τιμή μπορεί να χρησιμοποιηθεί το σύμβολο του φυσικού μεγέθους μέσα σε $\{ \}$ (μύστακες) με δείκτη έξω από την παρένθεση - μύστακα την



| I_F/mA | V_F/V |
|-----------------|----------------|
| 0,0 | 0,0 |
| 0,5 | 0,2 |
| 1,0 | 0,4 |
| 10 | 0,6 |

μονάδα μέτρησης. Προτιμάται να εκφράζεται η αριθμητική τιμή ως πηλίκο της φυσικής ποσότητας δια της μονάδας.

Παράδειγμα : $\frac{v}{\text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$ (ταχύτητα/μέτρο επί δευτερόλεπτο)

Αυτός ο συμβολισμός είναι χρήσιμος και προτείνεται να χρησιμοποιείται σε γραφικές παραστάσεις στους άξονες, καθώς και σε πίνακες.

Ο ανωτέρω συμβολισμός είναι καλύτερος από τον άλλο που έχει ευρεία χρήση και σύμφωνα με τον οποίο γράφουμε, $v(\text{m s}^{-1})$, $t(\text{s})$, $I_F(\text{mA})$, $V_F(\text{V})$.

ΣΧΕΣΕΙΣ (ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ) ΜΕΤΑΞΥ ΠΟΣΟΤΗΤΩΝ ΚΑΙ ΜΕΤΑΞΥ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ

Εξίσωση φυσικών μεγεθών

$$v = \frac{l}{t} \quad (\text{ταχύτητα} = \text{μήκος}/\text{χρόνος})$$

Εξίσωση αριθμητικών τιμών

Αν το v μετρείται σε km/h ,το t σε s, και το l σε m έχουμε την εξίσωση των αριθμητικών τιμών:

$$\{v\}_{\text{km/h}} = 3,6 \{l\}_m / \{t\}_s$$

Το 3,6 είναι ένας εμπειρικός πολλαπλασιαστής.

Τέτοιες εξισώσεις εξαρτώνται απο τις ειδικές μονάδες. Συνήθως παραλείπονται οι δείκτες-μονάδες και γράφονται στο κείμενο.

Λέμε ότι έχουμε αυτοσυνεπές η σύμφωνο (coherent) σύστημα μονάδων, αν η επιλογή των μονάδων είναι τέτοια που οι εξισώσεις μεταξύ των αριθμητικών τιμών και οι αντίστοιχες εξισώσεις μεταξύ φυσικών μεγεθών είναι ίδιες. Έτσι είναι τα διάφορα συστήματα που ξέρομε (π.χ. το S.I)

ΔΙΑΣΤΑΣΗ (ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ) ΦΥΣΙΚΟΥ ΜΕΓΕΘΟΥΣ

Σε κάθε σύστημα φυσικών μεγεθών και αντίστοιχων μονάδων, ένα πλήθος μεγεθών, έστω τα A, B, C, \dots λαμβάνονται ως θεμελιώδη φυσικά μεγέθη ή φυσικά μεγέθη αναφοράς. Κάθε άλλο φυσικό μέγεθος Q του συστήματος λέγεται παράγωγο φυσικό μέγεθος και μπορεί να γραφεί ως συνδυασμός των θεμελιωδών φυσικών μεγεθών ως γινόμενα σύμφωνα με τη σχέση

$$Q = \xi A^\alpha B^\beta C^\gamma \dots + \dots$$

το ξ είναι αριθμητικός συντελεστής (παράγοντας). Προφανώς μπορεί να έχουμε αθροίσματα γινομένων της παραπάνω μορφής.

Διάσταση (dimension) ή διαστάσεις του Q είναι : $\dim Q = A_\delta^\alpha B_\delta^\beta C_\delta^\gamma \dots$ (χωρίς τον αριθμητικό παράγοντα ξ) όπου $A_\delta, B_\delta, C_\delta, \dots$ είναι οι διαστάσεις των θεμελιωδών μεγεθών A, B, C, \dots . Τα $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ είναι οι διαστατικοί εκθέτες .

Στο S.I. (Διεθνές Σύστημα Μονάδων, *Système International d' unités*) παίρνουμε για διάφορους λόγους (που είναι ιστορικοί αλλά και σχετίζονται με την ευκολία στις διαδικασίες μέτρησης) ως θεμελιώδεις, 7 φυσικές ποσότητες που είναι: το μήκος, η μάζα, ο χρόνος, το ρεύμα, η θερμοδυναμική (δηλαδή η απόλυτη) θερμοκρασία, η ποσότητα ύλης και η φωτεινή ένταση. Αυτά τα θεμελιώδη μεγέθη είναι διαστατικά ανεξάρτητα μεταξύ τους (δηλαδή δεν καθορίζεται πλήρως το ένα από τα άλλα). Οι μονάδες των θεμελιωδών μεγεθών είναι αντίστοιχα τα, m (μέτρο), kg (χιλιόγραμμα), s (δευτερόλεπτο), A (αμπέρ), K(κέλβιν), mol (μολ, γραμμομόριο) και cd (καντήλα).

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΔΙΑΣΤΑΣΕΩΝ

| ποσότητα | διάσταση |
|--------------------------------|-------------------------------|
| ταχύτητα | LT^{-1} |
| γωνιακή ταχύτητα | T^{-1} |
| δύναμη | LMT^{-2} |
| Γραμμομοριακή (molar) εντροπία | $L^2MT^{-2}\Theta^{-1}N^{-1}$ |
| σχετική πυκνότητα | 1 |

Οι διαστάσεις τους είναι αντίστοιχα: L, M, T, I, Θ, N, J.

Αδιάστατη είναι μια ποσότητα που έχει διαστατικούς εκθέτες $\alpha = \beta = \gamma = \dots = 0$. Αυτή έχει διάσταση $= A^0 B^0 \dots = 1$.

Στο S.I. έχουμε επομένως

$$\dim Q = L^\alpha M^\beta T^\gamma I^\delta \Theta^\epsilon N^\zeta J^\eta$$

Στην πράξη επιτυγχάνεται αυτοσυνεπές (ή σύμφωνο) σύστημα με τον καθορισμό της μονάδας μέτρησης παράγωγου μεγέθους από την εξίσωση για τις διαστάσεις της (δηλαδή χωρίς τους αριθμητικούς παράγοντες) π.χ.

$$E = \frac{1}{2}mv^2, \quad \dim E = M L^2 T^{-2}$$

άρα η μονάδα κινητικής ενέργειας είναι, $\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2 = 1 \text{ J} = 1 \text{ joule}$ (τζούλ).

Υπάρχουν ομοειδή μεγέθη που προφανώς έχουν την ίδια μονάδα, π.χ η διάμετρος και το ύψος μετρούνται σε μέτρα (m). Η κινητική ενέργεια ,η θερμοδυναμική ενέργεια,η δυναμική ενέργεια μετρούνται σε τζούλ (J).

Οι (σωστές) σχέσεις φυσικών μεγεθών κάποιου αυτοσυνεπούς συστήματος όπως είναι το Διεθνές Σύστημα (S.I.) είναι ανεξάρτητες από την επιλογή των θεμελιωδών μονάδων. Αυτό σχετίζεται με την λεγόμενη ομογένεια των τύπων του συστήματος μεγεθών. Μιά απλή έκφραση της ομογένειας είναι ότι το αριστερό και το δεξιό μέλος των τύπων (εξισώσεων) έχουν ίδιες διαστάσεις. Προφανώς αθροίζονται και αφαιρούνται μεγέθη με ίδιες διαστάσεις. Οι εκθέτες πρέπει να είναι αδιάστατα μεγέθη.

Την ιδέα αυτή τη χρησιμοποιούμε ως ερευνητικό εργαλείο για εξαγωγή τύπων όταν δεν έχουμε μια θεωρία που να μας δίνει τους τύπους ή για έλεγχο σφαλμάτων σχέσεων μεταξύ φυσικών μεγεθών. Αυτό αποτελεί ειδικό κλάδο της επιστήμης που ονομάζεται Διαστατική Ανάλυση. Η Διαστατική Ανάλυση χρησιμοποιείται σε δύσκολα προβλήματα όπως είναι η ρευστομηχανική και σε προχωρημένα θέματα φυσικής (όπως αστροφυσική, φυσική σωματιδίων, κ.λπ.) όταν δεν γνωρίζουμε καλά τους φυσικούς νόμους που τα διέπουν ή είναι δύσκολη η εφαρμογή τους.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2

ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΘΕΜΕΛΙΩΔΩΝ ΜΟΝΑΔΩΝ ΤΟΥ S.I.

Το όνομα Διεθνές Σύστημα Μονάδων (Système International d'unités) με την διεθνή συντομογραφία S.I., υιοθετήθηκε από την 11η Γενική Συνδιάσκεψη Μέτρων και Σταθμών το 1960 (Conférence Générale des Poids et Mesures, C.G.P.M.). Το S.I. έχει επτά θεμελιώδη μεγέθη και αντίστοιχες θεμελιώδεις μονάδες που ορίζονται στα Ελληνικά, Αγγλικά και Γαλλικά αντίστοιχα, ως εξής:

1. μέτρο, metre, mètre

α) Το μέτρο (m) είναι το μήκος που διανύει το φως στο κενό σε χρονικό διάστημα $1/299\,792\,458$ του δευτερολέπτου

β) The metre is the length of the path travelled by light in vacuum during a time interval of $1/299\,792\,458$ of a second

γ) Le mètre est la longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière pendant une durée de $1/299\,792\,458$ de seconde. (17th CGPM 1983 Resolution 1)

2. χιλιόγραμμα, kilogram, kilogramme

α) Το χιλιόγραμμα (kg) είναι η μονάδα μάζας και ισούται με τη μάζα του διεθνούς προτύπου του χιλιογράμμου.

β) The kilogram is the unit of mass; it is equal to the mass of the international prototype of the kilogram.

γ) Le kilogramme est l'unité de masse; il est égal à la masse du prototype international du kilogramme. (1st CGPM 1889 and 3rd CGPM 1901)

3. δευτερόλεπτο, second, seconde

α) Το δευτερόλεπτο (s) είναι η διάρκεια $9\,192\,631\,770$ περιόδων της ακτινοβολίας που εκπέμπεται κατά την μετάβαση μεταξύ των δύο υπέρλεπτων σταθμών της κατώτατης (θεμελιώδους) στάθμης του ατόμου του κασίου-133.

β) The second is the duration of $9\,192\,631\,770$ periods of the radiation corresponding to the transition between the two hyperfine levels of the ground state of the cesium - 133 atom.

γ) La seconde est la durée de $9\,192\,631\,770$ périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de cesium - 133. (13th CGPM, 1967, Resolution 1).

4. αμπέρ, ampere, ampère

α) Το αμπέρ (A) είναι εκείνο το σταθερό ρεύμα το οποίο, όταν διέρχεται από δύο ευθύγραμμους παράλληλους αγωγούς απείρου μήκους αμελητέας κυκλικής διατομής οι οποίοι βρίσκονται σε απόσταση μεταξύ τους 1 μέτρο στο κενό, εξασκείται δύναμη μεταξύ τους ίση με 2×10^{-7} νιούτον ανα μέτρο μήκους τους.

β) The ampere is that constant current which, if maintained in two straight parallel conductors of infinite length, of negligible circular cross section, and placed 1 meter apart in a vacuum, would produce between these conductors a force equal to 2×10^{-7} newton per metre of length.

γ) L'ampère est l'intensité d'un courant constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable, et placés à une distance de 1 mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces conducteurs une force égale à 2×10^{-7} newton par mètre

de longueur. (9th CGPM, 1948, Resolutions 2 and 7).

5. κέλβιν, kelvin, kelvin

α) Το κέλβιν (K), η μονάδα της θερμοδυναμικής θερμοκρασίας, είναι το κλάσμα $1/273,16$ της θερμοδυναμικής θερμοκρασίας του τριπλού σημείου του νερού

Η 13η C G P M (1967, Απόφαση 3) αποφάσισε επίσης ότι τη μονάδα κέλβιν και το σύμβολό της K πρέπει να χρησιμοποιούνται για να εκφράσουν και τη θερμοδυναμική θερμοκρασία και το διάστημα ή διαφορά θερμοκρασίας.

Εκτός απο τη θερμοδυναμική θερμοκρασία (σύμβολο T) υπάρχει επίσης η θερμοκρασία Κελσίου (Celsius), σύμβολο t ή θ , που ορίζεται απο την εξίσωση

$$t = T - T_0$$

όπου $T_0 = 273,15$ K. Η θερμοκρασία Κελσίου εκφράζεται σε βαθμούς Κελσίου (σύμβολο $^{\circ}\text{C}$). Η μονάδα βαθμός “Κελσίου” ισούται με τη μονάδα “κέλβιν” και κάθε διάστημα θερμοκρασίας ή διαφορά θερμοκρασίας είναι δυνατόν να εκφράζεται και σε βαθμούς Κελσίου.

β) The kelvin, unit of thermodynamic temperature, is the fraction $1/273,16$ of the thermodynamic temperature of the triple point of water.

γ) Le kelvin, unité de temperature thermodynamique, est la fraction $1/273,16$ de la température thermodynamique du point triple de l' eau. (13th CGPM 1967, Resolution 4).

6. μολ (γραμμομόριο), mole, mole

α) Το μολ η γραμμομόριο (mol) είναι η ποσότητα ύλης συστήματος το οποίο περιέχει τόσες στοιχειώδεις οντότητες όσα άτομα υπάρχουν σε $0,012$ χιλιόγραμμα άνθρακα - 12.

Όταν χρησιμοποιείται το μολ, πρέπει να καθορίζονται οι στοιχειώδεις οντότητες που μπορεί να είναι άτομα, μόρια, ιόντα, ηλεκτρόνια η άλλα σωματίδια η καθορισμένες ομάδες τέτοιων σωματιδίων.

Σημείωση: Στον ορισμό εξυπακούεται ότι τα άτομα του άνθρακα - 12 είναι ελεύθερα ,σε ηρεμία και στη κατώτατη (θεμελιώδη) ενεργειακή κατάσταση τους.

β) The mole is the amount of substance of a system which contains as many elementary entities as there are atoms in $0,012$ kilogram carbon 12.

When the mole is used, the elementary entities must be specified and may be atoms, molecules, ions, electrons, other particles or specified groups of such particles.

γ) La mole est la quantité de matière d' une système contenant autant d' entités élémentaires qu' il y a d' atomes dans $0,012$ kilogramme de carbone 12.

Lorsqu' on emploie la mole, les entités élémentaires doivent être spécifiées et peuvent être des atomes, des molécules, des ions, des électrons, d' autres particules ou des groupements spécifiés de telles particules. (14th CGPM 1971, Resolution 3).

7. καντήλα, candela, candela

α) Η καντήλα (cd) είναι η φωτεινή ένταση σε δεδομένη κατεύθυνση, πηγής που εκπέμπει μονοχρωματική ακτινοβολία συχνότητας 540×10^{12} χερτζ (Hz) και έχει ένταση ακτινοβολίας σε αυτή τη κατεύθυνση ίση με το $1/683$ βατ ανά στερεακίνιο (W/sr).

β) The candela is the luminous intensity, in a given direction, of a source that emits monochromatic radiation of frequency 540×10^{12} hertz and that has a radiant intensity in that direction of $(1/683)$ watt per steradian.

γ) La candela est l' intensité lumineuse, dans une direction donnée, d' une source qui emet une radiation monochromatique de fréquence 540×10^{12} hertz et dont l' intensité energetique dans cette direction est $1/683$ watt par stéradian. (16th CGPM 1979, Resolution 3).

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 3

ΟΔΗΓΟΣ ΧΡΗΣΗΣ ΤΟΥ ΔΙΕΘΝΟΥΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΜΟΝΑΔΩΝ (SI)

Το εκσυγχρονισμένο μετρικό σύστημα είναι γνωστό ως Διεθνές Σύστημα Μονάδων (Système International d' Unités), με τη διεθνή συντομογραφία SI. Στηρίζεται σε επτά θεμελιώδεις μονάδες που δίνονται στον Πίνακα 1, οι οποίες συμβατικά θεωρούνται ως διαστατικά ανεξάρτητες.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1 Θεμελιώδεις μονάδες του S.I.

| Μέγεθος (Ποσότητα) | Μονάδα | | Σύμβολο |
|---------------------------|----------|-------------------|---------|
| | Όνομα | | |
| Μήκος | meter | μέτρο | m |
| Μάζα | kilogram | χιλιόγραμμα | kg |
| Χρόνος | second | δευτερόλεπτο | s |
| ηλεκτρικό ρεύμα | ampere | αμπέρ | A |
| Θερμοδυναμική θερμοκρασία | kelvin | κέλβιν | K |
| Ποσότητα ύλης | mole | μολ (γραμμομόριο) | mol |
| Φωτεινή ένταση | candela | καντήλα | cd |

Όλες οι άλλες μονάδες είναι παράγωγες μονάδες και σχηματίζονται κατά συνεπή τρόπο (coherently) με πολλαπλασιασμό και διαίρεση, μονάδων του συστήματος, χωρίς αριθμητικούς παράγοντες. Αυτό οδηγεί στο να έχουν ακριβώς την ίδια μορφή οι εξισώσεις αριθμητικών τιμών με τις εξισώσεις μεγεθών. Παραδείγματα παράγωγων μονάδων, όπου περιλαμβάνονται και μερικές με ειδικά ονόματα, δίνονται στον Πίνακα 2.

Τα πολλαπλάσια και υποπολλαπλάσια των μονάδων του SI παράγονται με τη χρήση των προθεμάτων που αναγράφονται στον Πίνακα 3.

Το SI έχει πάρει τη διεθνή αναγνώριση του από τη Meter Convention (Συνθήκη του μέτρου), που υπογράφηκε στο Παρίσι από τους αντιπροσώπους 17 χωρών στις 20 Μαΐου 1875 και τροποποιήθηκε το 1921. Σήμερα μέλη της είναι 47 χώρες. Αυτή η συνθήκη δημιούργησε την Γενική Συνδιάσκεψη Μέτρων και Σταθμών (Conférence Générale des Poids et Mesures, CGPM), ως το επίσημο διπλωματικό όργανο υπεύθυνο για την επικύρωση νέων προτάσεων που σχετίζονται με τις μετρικές μονάδες. Οι επιστημονικές αποφάσεις λαμβάνονται από την Διεθνή Επιτροπή Μέτρων και Σταθμών (Comité International des Poids et Mesures, CIPM). Αυτή υποβοηθείται με τις υποδείξεις οκτώ Συμβουλευτικών Επιτροπών (Consultative Committees, CC), που είναι εξειδικευμένες σε ειδικούς τομείς της μετρολογίας. Οι δραστηριότητες των εθνικών εργαστηρίων προτύπων των διαφόρων χωρών κατευθύνονται από το Διεθνές Γραφείο Μέτρων και Σταθμών (Bureau International des Poids et Mesures, BIPM), του οποίου τα κεντρικά γραφεία είναι στις Sèvres στη Γαλλία και το οποίο βρίσκεται υπό την επίβλεψη της CIPM. Το SI καθιερώθηκε με την 11η CGPM το 1960, τότε που οι ορισμοί των μετρικών μονάδων, τα σύμβολα και η ορολογία τροποποιήθηκαν σημαντικά και απλοποιήθηκαν. Το BIPM με την καθοδήγηση της Συμβουλευτικής Επιτροπής η οποία είναι ειδική για τις μονάδες (Consultative Committee for Units, CCU), και με την έγκριση της Διεθνούς Επιτροπής Μέτρων και Σταθμών (CIPM), δημοσιεύει κατά διαστήματα ένα κείμενο όπου αναφέρονται περιληπτικά οι ιστορικές αποφάσεις της CGPM (Γενικής Συνδιάσκεψης Μέτρων και Σταθμών) και της CIPM και δίνει μερικές τυποποιήσεις για τη χρήση του SI. Κάποιες άλλες συστάσεις δίνονται από την Επιτροπή Συμβόλων Μονάδων Ονοματολογίας, Ατομικών Μαζών και Θεμελιωδών Σταθερών της Διεθνούς Ένωσης για Καθαρή και Εφαρμοσμένη Φυσική (Commission for Symbols, Units, Nomenclature, Atomic Masses and Fundamental Constants of the International Union of Pure and Applied Physics,

IUPAP). Στην Ελλάδα υπεύθυνη υπηρεσία για θέματα τυποποίησης είναι ο ΕΛΟΤ (Ελληνικός Οργανισμός Τυποποίησης) που υπάγεται στο Υπουργείο Βιομηχανίας Ενέργειας και Τεχνολογίας. Αυτή η μικρή περίληψη συνοψίζει τις πιο σημαντικές συμβάσεις αλλά για πλήρη εξοικείωση με το SI πρέπει να ανατρέξει κάποιος στις αρχικές πηγές.

Από το 1995 η 20η CGPM έπαψε να θεωρεί τις λεγόμενες “συμπληρωματικές μονάδες” ως ειδική κατηγορία παράγωγων μονάδων με διάσταση 1 (με τον τίτλο αδιάστατες παράγωγες μονάδες), έτσι, αυτές οι μονάδες, που είναι το ακτίνιο (rad) και το στερακτίνιο (sr) συμπεριλαμβάνονται στις παράγωγες μονάδες στον Πίνακα 2.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2 Παραδείγματα παράγωγων μονάδων του S.I.

| Μέγεθος | | Μονάδα | | |
|---------------------------|--------------|-------------|---------|--|
| | Ειδικό όνομα | | Σύμβολο | Ισοδύναμη (διαστατικά) |
| Επίπεδη γωνία | radian | ακτίνιο | rad | m/m=1 |
| Στερεά γωνία | steradian | στερακτίνιο | sr | m ² /m ² =1 |
| ταχύτητα | | | | m/s |
| επιτάχυνση | | | | m/s ² |
| γωνιακή ταχύτητα | | | | rad/s |
| γωνιακή επιτάχυνση | | | | rad/s ² |
| συχνότητα | hertz | χερτζ | Hz | s ⁻¹ |
| κυκλική συχνότητα | | | | rad/s |
| δύναμη | newton | νιούτον | N | kg·m/s ² |
| πίεση, τάση(δυναμης) | pascal | πασκάλ | Pa | N/m ² |
| έργο, ενέργεια, θερμότητα | joule | τζουλ | J | N·m, kg·m ² /s ² |
| ώθηση, ορμή | | | | N·s, kg·m/s |
| ισχύς | watt | βατ | W | J/s |
| ηλεκτρικό φορτίο | coulomb | κουλόμπ | C | A·s |
| ηλεκτρική τάση, ΗΕΔ | volt | βολτ | V | J/C, W/A |
| αντίσταση | ohm | ωμ | Ω | V/A |
| αγωγιμότητα | siemens | ζήμενς | S | A/V, Ω ⁻¹ |
| μαγνητική ροή | weber | βεμπερ | Wb | V·s |
| (αμοιβαία ή αυτ) επαγωγή | henry | χένρυ | H | Wb/A |
| χωρητικότητα | farad | φαράντ | F | C/V |
| ένταση ηλεκτρικού πεδίου | | | | V/M, N/C |
| πυκνότητα μαγνητικ. ροής | tesla | τέσλα | T | Wb/m ² , N/(A·m) |
| ηλεκτρική μετατόπιση | | | | C/m ² |
| ένταση μαγνητικού πεδίου | | | | A/m |
| θερμοκρασία Κελσίου | degree | βαθμός | °C | K |
| | Celsius | Κελσίου | | |
| φωτεινή ροή(ισχύς) | lumen | λούμεν | lm | cd·sr |
| φωτισμός(φωτεινότητα) | lux | λουξ | lx | lm/m ² |
| ραδιενέργεια | becquerel | μπεκερέλ | Bq | s ⁻¹ |

ΠΙΝΑΚΑΣ 3 Προθέματα του S.I.

| Παράγοντας πολλαπλασιασμού | Πρόθεμα | Σύμβολο |
|-------------------------------|------------------------|---------|
| 10^{24} | yotta γυότα | Y |
| 10^{21} | zetta ζέτα | Z |
| 10^{18} | exa έξα | E |
| 10^{15} | peta πέτα | P |
| 10^{12} | tera τέρα | T |
| 10^9 | giga γίγα | Z |
| 10^6 | mega μέγα | M |
| 10^3 | kilo κίλο (χιλιο) | k |
| 10^2 | hecto έκτο | h |
| 10^1 | deca δέκα | da |
| 10^{-1} | deci ντέσι (δέκατο) | d |
| 10^{-2} | centi σέντι (εκατοστό) | c |
| 10^{-3} | milli μίλι (χιλιοστό) | m |
| 10^{-6} | micro μίκρο | μ |
| 10^{-9} | nano νάνο | n |
| 10^{-12} | pico πίκο | p |
| 10^{-15} | femto φέμπτο | f |
| 10^{-18} | atto άτο | a |
| 10^{-21} | zepto ζέπτο | z |
| 10^{-24} | yocto γυόκτο | y |

ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΣ

Σύμβολα (με γράμματα) παριστάνουν μεγέθη (ποσότητες), δηλαδή αριθμητική τιμή και μονάδα μέτρησης. Ως σύμβολα για τα μεγέθη χρησιμοποιούνται πλάγια γράμματα (*italics*), ενώ τα γράμματα για τις μονάδες είναι όρθια (*roman*), π.χ. $F = 15 \text{ N}$.

Σύμβολα για ονόματα μονάδων που παράγονται από κύρια ονόματα έχουν το πρώτο γράμμα κεφαλαίο. Αν δεν παράγονται από κύρια ονόματα είναι εξ ολοκλήρου με πεζά γράμματα. Τα ίδια τα ονόματα των μονάδων είναι με πεζά γράμματα, π.χ. tesla, (T), meter (m). Τα σύμβολα των μονάδων είναι μαθηματικά μεγέθη (όχι απλές συντομογραφίες) και συνήθως παριστάνονται με το πρώτο γράμμα του ονόματος της μονάδας, π.χ. το σύμβολο για το γραμμάριο, gram, είναι g, όχι gm, το σύμβολο για το δευτερόλεπτο, second, είναι s, όχι sec, υπάρχουν μερικές εξαιρέσεις, π.χ. mol, cd και Hz. Το σύμβολο της μονάδας δεν ακολουθείται από κουνίδα και ο πληθυντικός συμβόλου μονάδων δεν παίρνει το “s” του πληθυντικού, π.χ. 3 kg, όχι 3 kgs. Στα Ελληνικά δεν γράφουν τις μονάδες στον πληθυντικό όταν χρησιμοποιούν το ξενόγλωσσο όνομα παρόλο που στα Αγγλικά κείμενα τις γράφουν στον πληθυντικό, π.χ. μερικοί προτιμούν το 3 meter αντί του 3 meters, ενώ χρησιμοποιούν το 3 μέτρα.

Η λέξη “βαθμός” (“degree”) και το σχετικό σύμβολο, °, δεν χρησιμοποιούνται με τη μονάδα της θερμοδυναμικής θερμοκρασίας T (δηλαδή χρησιμοποιείται το kelvin ή K, όχι βαθμός kelvin, όχι °K). Αυτά όμως διατηρούνται στη μονάδα θερμοκρασίας Κελσίου t, που ορίζεται ως $t = T - T_0$ όπου $T = 273,15 \text{ K}$ ακριβώς, (δηλαδή λέμε βαθμός Κελσίου (Celsius), °C).

Τα σύμβολα για προθέματα στο SI που παριστάνουν 10^6 και περισσότερο είναι με κεφαλαία. Όλα τα άλλα είναι με πεζά. Δεν υπάρχει κενό μεταξύ προθέματος και της μονάδας. Να αποφεύγονται συνδυασμοί προθεμάτων (π.χ. pF, όχι μμF). Ο εκθέτης δρα σε όλη τη μονάδα συμπεριλαμβανομένου του προθέματος

(π.χ. $1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$ άρα $(1 \text{ cm})^3 = 1 \text{ cm}^3 = (10^{-2} \text{ m})^3 = 10^{-6} \text{ m}^3$). Όταν κάποιο πολλαπλάσιο ή υποπολλαπλάσιο μονάδας γράφεται με το πλήρες όνομά της, το πρόθεμα πρέπει να γράφεται πλήρες με το πρώτο γράμμα, όπως και τα άλλα, πεζό (π.χ. megahertz, όχι Megahertz, όχι Mhertz).

Το kilogram (χιλιόγραμμα) είναι η μόνη θεμελιώδης μονάδα της οποίας το όνομα, για ιστορικούς λόγους, περιέχει πρόθεμα. Ονόματα πολλαπλασίων και υποπολλαπλασίων του kilogram ή τα σύμβολά τους σχηματίζονται βάζοντας προθέματα στη λέξη “gram” ή στο αντίστοιχο σύμβολο “g”.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4 Μονάδες εκτός S.I. που χρησιμοποιούνται με το S.I.

| Μέγεθος | | Μονάδα | | |
|---|------------|----------------|-----------|---|
| Όνομα | | Σύμβολο | Ισοδύναμη | |
| χρόνος | minute | λεπτό | min | 1 min = 60 s |
| | hour | ώρα | h | 1 h = 60 min = 3600 s |
| | day | ημέρα | d | 1 d = 24 h = 86 400 s |
| επίπεδη γωνία | degree | μοίρα | ° | 1° = (π/180) rad |
| | minute | λεπτό | ' | 1' = (1/60)° = (π/10 800) rad |
| | second | δευτερόλεπτο | '' | 1'' = (1/60)' = (π/648 800) rad |
| όγκος | liter | λίτρο | L | 1 L = 1 dm ³ = 10 ⁻³ m ³ |
| μάζα | metric ton | μετρικός τόνος | t | 1 t = 1000 kg |
| εξασθένιση (attenuation), στάθμη (level) | neper | | Np | 1 Np = 1 |
| | bel | | B | 1 B = 0,5 (ln 10) Np |

Ο πολλαπλασιασμός μονάδων συμβολίζεται με τη χρήση (ανυψωμένης) τελείας ή αφήνοντας ένα διάκενο μεταξύ των μονάδων (π.χ. N · m ή N m). Η διαίρεση μπορεί να σημειώνεται με τη χρήση πλάγιας ευθείας, με την οριζόντια ευθεία του κλάσματος ή με αρνητικό εκθέτη (π.χ. m/s, ή m · s⁻¹), δεν επιτρέπεται η χρήση της πλάγιας σε σύμπλεγμα συμβόλων περισσότερο από μία φορά (π.χ. m/s, όχι m/s/s). Για την αποφυγή σύγχυσης όταν υπάρχουν περισσότερες από μία μονάδες στον παρονομαστή, η πρακτική που προτιμάται είναι η χρήση παρένθεσης ή αρνητικών εκθετών (π.χ. W/(m² · K⁴) ή W · m⁻² · K⁻⁴). Η παράσταση των μονάδων μπορεί να περιλαμβάνει μονάδες με πρόθεμα (π.χ. kJ/mol, W/cm²).

Ονόματα μονάδων να μην αναμιγνύονται με σύμβολα μαθηματικών πράξεων (π.χ. μπορεί κάποιος να γράψει “meter ανά second” αλλά όχι “meter/second”, όχι “meter·second”, ανάλογα μπορεί να πει κάποιος για τα ελληνικά). Όταν κάποιος γράφει με τα ονόματα δύο μονάδων το γινόμενο τους, συνιστάται να μπαίνει ένα κενό μεταξύ τους (επιτρέπεται και ενωτική παύλα), δεν πρέπει να χρησιμοποιείται (ανυψωμένη) τελεία (π.χ. γράφουμε “newton meter” ή “newton - meter”, όχι όμως “newton·meter”).

Ομάδες τριών ψηφίων σε αριθμούς με περισσότερα από τέσσερα ψηφία διαχωρίζονται με μικρά κενά αντί τελείες (π.χ. 299 792 458, όχι 299.792.458) για να αποφεύγεται σύγχυση με την τελεία που χρησιμοποιείται σε κείμενα στα Αγγλικά ως δεκαδικό σύμβολο (ανάλογο ισχύει για το κόμμα για τα κείμενα στα Αγγλικά). Σημειώνουμε ότι ο ISO (Διεθνής Οργανισμός Τυποποίησης) συνιστά τη χρήση κόμματος ως δεκαδικού συμβόλου ακόμη και όταν γράφονται κείμενα στα Αγγλικά. Όλες οι χώρες της Ευρώπης εκτός της Αγγλίας χρησιμοποιούν το κόμμα σε κείμενα στη γλώσσα τους.

Η αριθμητική τιμή και το σύμβολο της μονάδας πρέπει να διαχωρίζονται με κενό, ακόμη και αν χρησιμοποιούνται ως επίθετο (π.χ. για το “τρίμετρο” γράφουμε 3 m, όχι 3m ούτε 3-m). Να μπαίνει πάντα το μηδέν μπροστά από το δεκαδικό σύμβολο σε δεκαδικούς. Αριθμός δεν πρέπει να αρχίζει ή να τελειώνει με το δεκαδικό σύμβολο (,) π.χ. πρέπει να γράφεται 0,3 J και όχι ,3 J επίσης, να γράφεται 3,0 J και όχι 3, J. Το πρόθεμα κάποιας μονάδας να επιλέγεται έτσι ώστε η αριθμητική τιμή του μεγέθους να είναι μέσα σε λογικά πρακτικά όρια, συνήθως μεταξύ 0,1 και 1000 (π.χ. 200 kN, 0,5 mA).

ΜΟΝΑΔΕΣ ΕΚΤΟΣ SI ΠΟΥ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΝΤΑΙ ΜΑΖΙ ΜΕ ΤΟ SI

Ένας σημαντικός ρόλος του SI είναι να αποθαρρύνει την εξάπλωση μη αναγκαίων μονάδων. Εν τούτοις, υπάρχουν τρεις κατηγορίες μονάδων εκτός SI που μπορεί να χρησιμοποιούνται. Στον πίνακα 4 φαίνονται τέτοιες μονάδες που χρησιμοποιούνται μαζί με το SI. Εξαιρέσεις των κανόνων, είναι η μη ύπαρξη κενού πριν από τα σύμβολα °, ´ και ˆ για τις μονάδες της επίπεδης γωνίας και επίσης το γεγονός ότι χρησιμοποιείται το κεφαλαίο L για να αποφεύγεται σύγχυση μεταξύ του γραμμάτος l (ελ) και του αριθμού 1 (ένα). Κάποιες ειδικές μονάδες που οι τιμές τους σε μονάδες του SI ορίζονται πειραματικά, είναι επίσης αποδεκτές για χρήση σε ειδικούς κλάδους και φαίνονται στον Πίνακα 5.

ΠΙΝΑΚΑΣ 5 Μονάδες που γίνεται αποδεκτό να χρησιμοποιούνται με το S.I. των οποίων οι τιμές στο S.I. προσδιορίζονται πειραματικά

| Μέγεθος | Μονάδα | | |
|----------|--------|--|-----------|
| | Όνομα | Σύμβολο | Ισοδύναμη |
| ενέργεια | eV | $1,60217733(49) \times 10^{-19} \text{ J}$ | |
| μάζα | u | $1,6605402(10) \times 10^{-27} \text{ kg}$ | |
| απόσταση | ua | $1,49597870691(30) \times 10^{11} \text{ m}$ | |

Η τρίτη κατηγορία μονάδων που γίνεται αποδεκτή στο S.I. περιλαμβάνει,

1 ναυτικό μίλι = 1852 μέτρα,

1 knot (κόμβος) = 1 ναυτικό μίλι ανά ώρα = 0,514 m/s,

1 are = 100 m^2 ,

1 hectare (εκτάριο) = 10^4 m^2 ,

1 bar = $10^5 \text{ N/m}^2 = 100 \text{ kN/m}^2$,

1 angstrom = 100 pm και το

1 barn = 10^{-28} m^2

Σημειώνουμε ότι στους πίνακες με τις τιμές των σταθερών γράφουμε ότι το ηλεκτρονιοβόλτ ισούται με $1,602\ 177\ 33\ (49) \times 10^{-19} \text{ J}$ το (49) δηλώνει την αβεβαιότητα των δύο τελευταίων ψηφίων 33 και εδώ νοείται ως $\pm 0,000\ 000\ 49 \times 10^{-19} \text{ J}$.

ΑΛΛΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ ΕΚΤΟΣ S.I.

| Μέγεθος | Όνομα και Σύμβολο | Συντελεστής μετατροπής |
|--------------------|---|---|
| δύναμη | χιλιόγραμμα - δύναμης (κιλοπόντ) kg f (kp) | 1 kg f = 9,806 65 N (ακριβώς) |
| πίεση | κανονική ατμόσφαιρα atm τορ torr συμβατικό χιλιοστό υδροαργύρου mm Hg τεχνική ατμόσφαιρα at συμβατικό χιλιοστό νερού mm H ₂ O | 1 atm = 101 325 Pa (ακριβώς) 1 Torr = 1/760 atm (ακριβώς) = 133,322 4 Pa 1 mm Hg = 13,595 1 mm H ₂ O = 133,322 4 Pa 1 at = 1 kgf/cm ² = 98 066,5 Pa (ακριβώς) = = 0,967 841 atm 1 mm H ₂ O = 10 ⁻⁴ at = 9,806 65 Pa (ακριβώς) |
| ισχύς | μετρικός ίππος ίππος (ιπποδύναμη) | 1 μετρικός ίππος (1 CV = 1 PS) = 75 kg f m/s (ακριβώς) = 735,498 75 W (ακριβώς) 1 hp = 745,699 9 W (ακριβώς) = 550 ff lbf/s |
| θερμοκρασία | Fahrenheit (Φαρενάιτ) °F | $\frac{t_F}{°F} = \frac{9}{5} \frac{t}{°C} + 32$ |
| Θερμότητα | καλορί των 15 °C cal ₁₅ (ή εδώ απλώς cal) | 1 cal ₁₅ = 4,185 5 J (είναι η ποσότητα θερμότητας για να θερμανθεί 1 g νερού, που δεν περιέχει διαλυμένο αέρα, από 14,5 °C σε 15,5 °C υπό σταθερή πίεση 101,325 kPa σύμφωνα με μετρήσεις της εποχής του 1950) |
| ηλεκτρομαγνητισμός | πυκνότητα μαγνητικής ροής, gauss Gs (στη Φυσική χρησιμοποιείται το G) | 1 G = 10 ⁻⁴ T |

ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΣ ΜΟΝΑΔΩΝ

- 1 in (ίντσα) = 2,54 cm (ακριβώς)
 1 ft (πόδι) = 12 in (ακριβώς) = 0,304 8 m (ακριβώς)
 1 yd (γυάρδα) (πήχυς) = 3 ft (ακριβώς) = 0,914 4 m (ακριβώς)
 1 mile (μίλι) = 5280 ft (ακριβώς) = 1,609 344 m (ακριβώς)
 1 L (λίτρο) = 10⁻³ m³ (ακριβώς)
 1 λεπτό (1 min) = 60 s
 1 ώρα (1 h) = 60 min = 3600 s
 1 μέρα (1 d) = 24 h = 86 400 s

- 1 year (έτος) a , a_{trop} (τροπικό) = 365,242 20 d = 31 556 926 s
 1 angstrom (1 \AA) = 10^{-10} m (ακριβώς)
 1 ° (βαθμός) = $\pi/180$ rad = 0,017 453 3 rad
 g_n κανονική τιμή της επιτάχυνσης βαρύτητας = 9,806 65 m/s² (ακριβώς)
 1 pound, lb (πάουντ, λίμπρα) = 0,453 592 37 kg (ακριβώς)
 1 acre = 4840 yd² (ακριβώς) = 4 064,856 m²
 1 βαρέλι (US) για πετρέλαιο κ.λπ. = 9702 in³ = 158,987 3 L
 1 pound-force (lbf) (μια λίμπρα-δύναμης) = 4,448 222 N
 1 Btu (Βρετανική μονάδα θερμοότητας) = 788,169 ft · lbf = 1 055,056 J

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΣΥΜΒΟΛΑ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

Μερικά σύμβολα παριστάνουν περισσότερα από ένα φυσικά μεγέθη και ένα φυσικό μέγεθος παριστάνεται με περισσότερα σύμβολα. Είναι στην κρίση μας να επιλέγουμε τα κατάλληλα σύμβολα για την περίπτωση ώστε να μην υπάρχει σύγχυση. Έτσι ενώ τα σύμβολα των μονάδων είναι καλά καθορισμένα, τα σύμβολα των μεγεθών δεν είναι μονοσήμαντα καθορισμένα.

Μερικά παραδείγματα:

| | | | |
|------------------------------|----------------------|-------------------------------|-----------------|
| Στροφορμή | L, J | Θερμοδυναμική, θερμοκρασία | $T (\Theta)$ |
| Ποσότητα ύλης | $n, (\nu)$ | Θερμοκρασία Κελσίου | t, θ |
| Ορμή | P | Θερμοκρασία Φαρενάιτ | t_F |
| Σταθερά Avogadro | L, N_A | Φορτίο | Q, q |
| Ροπή αδράνειας | I, J | Ηλεκτρικό ρεύμα | I, i |
| Γραμμομοριακή μάζα | M | Πυκνότητα ηλεκτρικού ρεύματος | j, J |
| Βάρος | $F_g, (G), (W), (P)$ | Ηλεκτρικό δυναμικό | V, Φ |
| Ροπή (δύναμης) | M | Διαφορά δυναμικού | U, V |
| Ροπή ζεύγους | M, T | Ηλεκτρική ροή | $\Phi_E (\Psi)$ |
| Πίεση | p, P | Σχετική επιτρεπτικότητα | ϵ_r, K |
| Αριθμό σωματιδίων | N | (διηλεκτρική σταθερά) | |
| Πυκνότητα αριθμού σωματιδίων | n | Σχετική διαπερατότητα | μ_r |
| Σχετική ατομική μάζα | A_r | Μαγνητική σταθερά | μ_0 |
| Σχετική μοριακή μάζα | M_r | (διαπερατότητα του κενού) | |
| Έργο | W | Ηλεκτρική σταθερά | ϵ_0 |
| Ισχύς | P, N | (επιτρεπτικότητα του κενού) | |

ΤΙΜΕΣ ΜΕΡΙΚΩΝ ΒΑΣΙΚΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ (2006)

Με βάση τα νέα πειραματικά δεδομένα, που συγκεντρώνονται επί πολλά χρόνια, η επιτροπή με το όνομα Committee on Data for Science and Technology of the International Council of Scientific Unions (CODATA), δημοσιεύει τιμές για θεμελιώδεις φυσικές σταθερές και συντελεστές μετατροπής. Η τελευταία δημοσίευση μέχρι σήμερα (3/2008), έγινε το 2006.

Στους πίνακες που δίνονται το σύμβολο για τα δεκαδικά είναι κουκίδα (.) διότι οι πίνακες είναι από το NIST (National Institute of Standards and Technology - Εθνικό Ινστιτούτο Ποσοτήτων και Τεχνολογίας) των Η.Π.Α. Στις Η.Π.Α. (αγγλόφωνη χώρα) χρησιμοποιείται η κουκίδα αντί για κόμμα για τα δεκαδικά ψηφία.

Fundamental Physical Constants — Frequently used constants

| Quantity | Symbol | Value | Unit | Relative std. uncert. u_r |
|--|---------------|---|---|--------------------------------|
| speed of light in vacuum | c, c_0 | 299 792 458 | m s^{-1} | (exact) |
| magnetic constant | μ_0 | $4\pi \times 10^{-7}$ $= 12.566\,370\,614\dots \times 10^{-7}$ | N A^{-2} N A^{-2} | (exact) |
| electric constant $1/\mu_0 c^2$ | ϵ_0 | $8.854\,187\,817\dots \times 10^{-12}$ | F m^{-1} | (exact) |
| Newtonian constant of gravitation | G | $6.674\,28(67) \times 10^{-11}$ | $\text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$ | 1.0×10^{-4} |
| Planck constant | h | $6.626\,068\,96(33) \times 10^{-34}$ | J s | 5.0×10^{-8} |
| $h/2\pi$ | \hbar | $1.054\,571\,628(53) \times 10^{-34}$ | J s | 5.0×10^{-8} |
| elementary charge | e | $1.602\,176\,487(40) \times 10^{-19}$ | C | 2.5×10^{-8} |
| magnetic flux quantum $h/2e$ | Φ_0 | $2.067\,833\,667(52) \times 10^{-15}$ | Wb | 2.5×10^{-8} |
| conductance quantum $2e^2/h$ | G_0 | $7.748\,091\,7004(53) \times 10^{-5}$ | S | 6.8×10^{-10} |
| electron mass | m_e | $9.109\,382\,15(45) \times 10^{-31}$ | kg | 5.0×10^{-8} |
| proton mass | m_p | $1.672\,621\,637(83) \times 10^{-27}$ | kg | 5.0×10^{-8} |
| proton-electron mass ratio | m_p/m_e | 1836.152 672 47(80) | | 4.3×10^{-10} |
| fine-structure constant $e^2/4\pi\epsilon_0\hbar c$ | α | $7.297\,352\,5376(50) \times 10^{-3}$ | | 6.8×10^{-10} |
| inverse fine-structure constant | α^{-1} | 137.035 999 679(94) | | 6.8×10^{-10} |
| Rydberg constant $\alpha^2 m_e c/2h$ | R_∞ | 10 973 731.568 527(73) | m^{-1} | 6.6×10^{-12} |
| Avogadro constant | N_A, L | $6.022\,141\,79(30) \times 10^{23}$ | mol^{-1} | 5.0×10^{-8} |
| Faraday constant $N_A e$ | F | 96 485.3399(24) | C mol^{-1} | 2.5×10^{-8} |
| molar gas constant | R | 8.314 472(15) | $\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$ | 1.7×10^{-6} |
| Boltzmann constant R/N_A | k | $1.380\,6504(24) \times 10^{-23}$ | J K^{-1} | 1.7×10^{-6} |
| Stefan-Boltzmann constant $(\pi^2/60)k^4/\hbar^3 c^2$ | σ | $5.670\,400(40) \times 10^{-8}$ | $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-4}$ | 7.0×10^{-6} |
| Non-SI units accepted for use with the SI | | | | |
| electron volt: $(e/C) \text{ J}$ | eV | $1.602\,176\,487(40) \times 10^{-19}$ | J | 2.5×10^{-8} |
| (unified) atomic mass unit $1 \text{ u} = m_u = \frac{1}{12} m(^{12}\text{C})$ $= 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}/N_A$ | u | $1.660\,538\,782(83) \times 10^{-27}$ | kg | 5.0×10^{-8} |

Fundamental Physical Constants — Physico-chemical constants

| Quantity | Symbol | Value | Unit | Relative std. uncert. u_r |
|--|------------------------|---|--|--|
| Avogadro constant | N_A, L | $6.022\,141\,79(30) \times 10^{23}$ | mol^{-1} | 5.0×10^{-8} |
| atomic mass constant $m_u = \frac{1}{12}m(^{12}\text{C}) = 1\text{ u}$ $= 10^{-3}\text{ kg mol}^{-1}/N_A$ | m_u | $1.660\,538\,782(83) \times 10^{-27}$ | kg | 5.0×10^{-8} |
| energy equivalent in MeV | $m_u c^2$ | $1.492\,417\,830(74) \times 10^{-10}$ 931.494 028(23) | J MeV | 5.0×10^{-8} 2.5×10^{-8} |
| Faraday constant ¹ $N_A e$ | F | 96 485.3399(24) | C mol^{-1} | 2.5×10^{-8} |
| molar Planck constant | $N_A h$ $N_A h c$ | $3.990\,312\,6821(57) \times 10^{-10}$ 0.119 626 564 72(17) | J s mol^{-1} J m mol^{-1} | 1.4×10^{-9} 1.4×10^{-9} |
| molar gas constant | R | 8.314 472(15) | $\text{J mol}^{-1}\text{ K}^{-1}$ | 1.7×10^{-6} |
| Boltzmann constant R/N_A in eV K^{-1} | k k/h k/hc | $1.380\,6504(24) \times 10^{-23}$ $8.617\,343(15) \times 10^{-5}$ $2.083\,6644(36) \times 10^{10}$ 69.503 56(12) | J K^{-1} eV K^{-1} Hz K^{-1} $\text{m}^{-1}\text{ K}^{-1}$ | 1.7×10^{-6} 1.7×10^{-6} 1.7×10^{-6} 1.7×10^{-6} |
| molar volume of ideal gas RT/p $T = 273.15\text{ K}, p = 101.325\text{ kPa}$ | V_m | $22.413\,996(39) \times 10^{-3}$ | $\text{m}^3\text{ mol}^{-1}$ | 1.7×10^{-6} |
| Loschmidt constant N_A/V_m $T = 273.15\text{ K}, p = 100\text{ kPa}$ | n_0 V_m | $2.686\,7774(47) \times 10^{25}$ $22.710\,981(40) \times 10^{-3}$ | m^{-3} $\text{m}^3\text{ mol}^{-1}$ | 1.7×10^{-6} 1.7×10^{-6} |
| Sackur-Tetrode constant (absolute entropy constant) ² $\frac{5}{2} + \ln[(2\pi m_u k T_1/h^2)^{3/2} k T_1/p_0]$ $T_1 = 1\text{ K}, p_0 = 100\text{ kPa}$ $T_1 = 1\text{ K}, p_0 = 101.325\text{ kPa}$ | S_0/R | -1.151 7047(44) -1.164 8677(44) | | 3.8×10^{-6} 3.8×10^{-6} |
| Stefan-Boltzmann constant $(\pi^2/60)k^4/h^3 c^2$ | σ | $5.670\,400(40) \times 10^{-8}$ | $\text{W m}^{-2}\text{ K}^{-4}$ | 7.0×10^{-6} |
| first radiation constant $2\pi h c^2$ | c_1 | $3.741\,771\,18(19) \times 10^{-16}$ | W m^2 | 5.0×10^{-8} |
| first radiation constant for spectral radiance $2hc^2$ | c_{1L} | $1.191\,042\,759(59) \times 10^{-16}$ | $\text{W m}^2\text{ sr}^{-1}$ | 5.0×10^{-8} |
| second radiation constant hc/k | c_2 | $1.438\,7752(25) \times 10^{-2}$ | m K | 1.7×10^{-6} |
| Wien displacement law constants $b = \lambda_{\text{max}} T = c_2/4.965\,114\,231\dots$ $b' = \nu_{\text{max}}/T = 2.821\,439\,372\dots c/c_2$ | b b' | $2.897\,7685(51) \times 10^{-3}$ $5.878\,933(10) \times 10^{10}$ | m K Hz K^{-1} | 1.7×10^{-6} 1.7×10^{-6} |

¹ The numerical value of F to be used in coulometric chemical measurements is 96 485.3401(48) [5.0×10^{-8}] when the relevant current is measured in terms of representations of the volt and ohm based on the Josephson and quantum Hall effects and the internationally adopted conventional values of the Josephson and von Klitzing constants K_{J-90} and R_{K-90} given in the ‘‘Adopted values’’ table.

² The entropy of an ideal monoatomic gas of relative atomic mass A_r is given by $S = S_0 + \frac{3}{2}R \ln A_r - R \ln(p/p_0) + \frac{5}{2}R \ln(T/\text{K})$.

Fundamental Physical Constants — Adopted values

| Quantity | Symbol | Value | Unit | Relative std. uncert. u_r |
|--|----------------------|---------------------|----------------------|--------------------------------|
| relative atomic mass ¹ of ^{12}C | $A_r(^{12}\text{C})$ | 12 | | (exact) |
| molar mass constant | M_u | 1×10^{-3} | kg mol ⁻¹ | (exact) |
| molar mass of ^{12}C | $M(^{12}\text{C})$ | 12×10^{-3} | kg mol ⁻¹ | (exact) |
| conventional value of Josephson constant ² | $K_{\text{J-90}}$ | 483 597.9 | GHz V ⁻¹ | (exact) |
| conventional value of von Klitzing constant ³ | $R_{\text{K-90}}$ | 25 812.807 | Ω | (exact) |
| standard atmosphere | | 101 325 | Pa | (exact) |

¹ The relative atomic mass $A_r(X)$ of particle X with mass $m(X)$ is defined by $A_r(X) = m(X)/m_u$, where $m_u = m(^{12}\text{C})/12 = M_u/N_A = 1 \text{ u}$ is the atomic mass constant, N_A is the Avogadro constant, and u is the atomic mass unit. Thus the mass of particle X in u is $m(X) = A_r(X) \text{ u}$ and the molar mass of X is $M(X) = A_r(X)M_u$.

² This is the value adopted internationally for realizing representations of the volt using the Josephson effect.

³ This is the value adopted internationally for realizing representations of the ohm using the quantum Hall effect.

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΣ ΠΟΥ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙΤΑΙ ΣΤΙΣ ΦΥΣΙΚΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ

Τα σύμβολα για τις φυσικές ποσότητες είναι με πλάγια γράμματα, ενώ τα σύμβολα των μαθηματικών συναρτήσεων είναι ορθά. Δίνουμε μερικά από τα μαθηματικά σύμβολα που χρησιμοποιούνται στις Φυσικές Επιστήμες και Τεχνολογία. Αυτά είναι τα συνιστώμενα σύμβολα στα πλαίσια του SI παρόλο που η χρήση τους δεν είναι εντελώς καθιερωμένη.

| Σύμβολο | Εφαρμογή | Σημασία |
|---|---|--|
| $\stackrel{\text{def}}{=} , \stackrel{\text{d}}{=}$ | $a \stackrel{\text{def}}{=} b, p \stackrel{\text{d}}{=} mv$ | Το a είναι εξ ορισμού ίσο με το b |
| \equiv | $a \equiv b$ | Το $a = b$ αποτελεί ταυτότητα |
| \approx | $a \approx b$ | a περίπου ίσο με b |
| \sim, \propto | $a \sim b, a \propto b$ | Το a είναι ανάλογο του b |
| $\bar{a}, \langle a \rangle$ | | Μέση τιμή του a |
| $\underset{\sim}{\sim}$ | $\frac{1}{\sin(x-a)} \underset{\sim}{\sim} \frac{1}{x-a}$ | Το $\frac{1}{\sin(x-a)}$ (είναι ασυμπτωτικά ίσο με $\frac{1}{x-a}$ καθώς το x τείνει στο a ($x \rightarrow a$) |
| $e^x, \exp x$ | | Εκθετική συνάρτηση (βάσης e) του x |

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

Δίνουμε τον σωστό διεθνή συμβολισμό στα πλαίσια του Διεθνούς Συστήματος και τον συμβολισμό που (κακώς) μερικοί χρησιμοποιούν στην Ελλάδα.

| SI | Ελληνική ονομασία | Ελληνικός συμβολισμός |
|--|-------------------|-----------------------|
| $\cos x$ | συνημίτονο x | $\text{συν}x$ |
| $\sin x$ | ημίτονο x | $\text{ημ}x$ |
| $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ | εφαπτομένη x | $\text{εφ}x$ |
| ή $\text{tg}x = \frac{\sin x}{\cos x}$ | | |
| $\cot x = \frac{1}{\tan x}$ | συνεφαπτομένη x | $\text{σφ}x$ |
| ή $\text{cotan}x = \frac{1}{\tan x}$ | | |
| $\sec x = \frac{1}{\cos x}$ | τέμνουσα x | $\text{τεμ}x$ |

$$\csc x = \frac{1}{\sin x}$$

$$\text{ή } \operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x}$$

συντέμνουσα x στεμ x

Αντίστροφες τριγωνομετρικές συναρτήσεις

| | | |
|----------------------------------|-------------------------|-------------|
| $\arcsin x$ | τόξο ημιτόνου x | τοξημ x |
| $\arccos x$ | τόξο συνημιτόνου x | τοξσυν x |
| $\arctan x$ | τόξο εφαπτομένης x | τοξεφ x |
| (ή $\operatorname{arctg} x$) | | |
| $\operatorname{arccot} x$ | τόξο συνεφαπτομένης x | τοξσφ x |
| $\operatorname{arcsec} x$ | τόξο τέμνουσας x | τοξτεμ x |
| $\operatorname{arccsc} x$ | τόξο συντέμνουσας x | τοξστεμ x |
| (ή $\operatorname{arccosec} x$) | | |

Για τις αντίστροφες τριγωνομετρικές συναρτήσεις υπάρχει και ο συμβολισμός $\sin^{-1}x$, $\cos^{-1}x$ κ.λπ. ($\eta\mu^{-1}x$, $\sigma\upsilon\nu^{-1}x$, κ.λπ.), ο οποίος όμως καλό είναι να αποφεύγεται, ώστε να μην δημιουργείται σύγχυση με τον συμβολισμό, $\sin^n x$, $\cos^n x$ κ.λπ., που σημαίνει $(\sin x)^n$, $(\cos x)^n$ κ.λπ.

Καλό είναι να τονιστεί ότι πρέπει να χρησιμοποιείται ο διεθνής συμβολισμός (ο προτεινόμενος στα πλαίσια του SI). Το όνομα των συναρτήσεων εξαρτάται από τη συγκεκριμένη γλώσσα κάθε χώρας, αλλά όχι το σύμβολό τους.

ΛΟΓΑΡΙΘΜΟΙ

| | |
|-----------------------|---|
| $\log_a x$ | Λογάριθμος με βάση a του x Αν δεν χρειάζεται να κάνουμε αναφορά στη βάση αλλά απλά να σημειώσουμε τον λογάριθμο, ενός αριθμού x , χρησιμοποιούμε τον συμβολισμό $\log x$, χωρίς βέβαια αυτό να σημαίνει ότι μπορεί κάποιος να βρει το αποτέλεσμα $\log x$ παρόλο που ο x είναι συγκεκριμένος. |
| $\ln x$ | $\ln x = \log_e x$ Φυσικός λογάριθμος του x (λογάριθμος με βάση το $e = 2,718\ 281\ 8\dots$) |
| $\lg x$ | $\lg x = \log_{10} x$ κοινός δεκαδικός λογάριθμος (με βάση το 10) |
| $\operatorname{lb} x$ | $\operatorname{lb} x = \log_2 x$ δυναδικός λογάριθμος του x (με βάση το 2) |

Σημειώνουμε ότι δεν συνιστάται η χρήση του $\log x$ για να δηλώσει $\ln x$, $\lg x$, $\operatorname{lb} x$, $\log_e x$, κ.λπ.

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

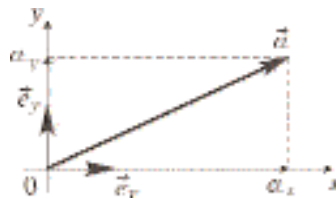
Τα διανύσματα παριστάνονται, συνήθως, με μαύρα (bold) γράμματα στα έντυπα γραπτά, ή με διάνυσμα στο πάνω μέρος, συμβολισμός που προτιμάται και στα χειρόγραφα.

| | |
|-----------------------------------|---|
| \mathbf{a}, \vec{a} | διάνυσμα |
| $a, \mathbf{a} , \vec{a} $ | μέτρο του διανύσματος \vec{a} (χρησιμοποιείται και τα $\ \mathbf{a}\ , \ \vec{a}\ $) |
| \vec{e}_a | μοναδιαίο διάνυσμα στην κατεύθυνση \vec{a} , $\vec{a} = a\vec{e}_a$ |
| $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ | μοναδιαία διανύσματα στην κατεύθυνση των αντίστοιχων |
| $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ | καρτεσιανών αξόνων συντεταγμένων |
| $\vec{e}_i (i = 1, 2, 3)$ | |
| a_x, a_y, a_z | καρτεσιανές συνιστώσες του διανύσματος \vec{a} |
| $a_i (i = 1, 2, 3)$ | |

Ένα διάνυσμα \vec{a} σε τρισσορθόγωνιο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων γράφεται ως

$$\vec{a} = a_x\vec{e}_x + a_y\vec{e}_y + a_z\vec{e}_z$$

Τα $a_x\vec{e}_x$ κ.λπ. λέγονται διανυσματικές συνιστώσες σε αντίθεση με τα a_x κ.λπ. που είναι απλώς οι καρτεσιανές συνιστώσες. Πολλές φορές ο κανόνας δεν τηρείται και λέμε συνιστώσα την διανυσματική συνιστώσα. Οι συνιστώσες στους καρτεσιανούς άξονες είναι οι προβολές του διανύσματος στους αντίστοιχους άξονες. Για τις προβολές σε κάποιον άξονα ισχύουν τα ίδια όπως και για τις συνιστώσες. Έχουμε και εδώ προβολή σε άξονα που είναι μονόμετρο (βαθμωτό) μέγεθος και διανυσματικές προβολές σε άξονα. Και εδώ πολλές φορές δεν τηρούμε τον κανόνα της ορολογίας. Η προβολή σε επίπεδο είναι διάνυσμα με δύο συνιστώσες. Πολλές φορές αναφερόμαστε στην προβολή (ή συνιστώσα) σε άξονα και ενώ την παριστάνουμε σωστά με μονόμετρο σύμβολο βάζουμε στο διάγραμμα διάνυσμα για να φαίνεται αν η προβολή (συνιστώσα) είναι θετική ή αρνητική. Προφανές είναι ότι το διάνυσμα αυτό παριστάνει και τη διανυσματική προβολή (ή διανυσματική συνιστώσα).



Σε μερικά συγγράμματα μπορεί να σχεδιάζουν τη μύτη του διανύσματος στη μέση του ευθύγραμμου τμήματος αντί στο τέλος του.



ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 4

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΠΕΡΙ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΣΗΜΑΝΤΙΚΩΝ ΨΗΦΙΩΝ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η πειραματική φυσική ασχολείται κυρίως με τον ποσοτικό προσδιορισμό φυσικών μεγεθών. Μερικά πειράματα σχεδιάζονται για να επιβεβαιώσουν γνωστούς νόμους και άλλα για να καθορίσουν εμπειρικές σχέσεις μεταξύ δύο ή περισσότερων μεγεθών. Σε κάθε περίπτωση χρειάζεται να μετρηθούν διάφορες φυσικές ποσότητες και με πολύ απλό ή περίπλοκο τρόπο, με χρήση διαφόρων σχέσεων, να προσδιοριστούν άλλες φυσικές ποσότητες. Κάθε μέτρηση και προσδιορισμός διαφόρων μεγεθών έχει πάντα κάποια απροσδιοριστία ή αλλοιώς κάποιο σφάλμα, όπως συνηθίζεται να λέγεται. Τα σφάλματα είναι τόσο μικρότερα όσο καλύτερες είναι οι μετρήσεις και ο προσδιορισμός των μεγεθών. Αυτό εξαρτάται από τα όργανα που χρησιμοποιούνται, από τη διαδικασία και τους ανθρώπους που εκτελούν τη διαδικασία αυτή. Για παράδειγμα η διάμετρος μιας ράβδου μετρήθηκε και βρέθηκε 56,72 mm, όμως πιο σωστός τρόπος γραφής είναι αυτός που δείχνει και το σφάλμα της μέτρησης, $(56,72 \pm 0,02)$ mm, αυτό θα πει ότι η διάμετρος είναι (περίπου) κάτι μεταξύ 56,70 mm και 56,74 mm. Το 0,02 mm δηλώνει το σφάλμα, δηλαδή την ακρίβεια του προσδιορισμού της διαμέτρου. Υπάρχουν διάφοροι τύποι σφαλμάτων που οφείλονται σε διάφορες αιτίες όπως, στα όργανα των πειραμάτων ή μετρήσεων ή στον πειραματιστή (παρατηρητή). Χωρίζονται ακόμη σε συστηματικά και τυχαία σφάλματα. Η θεωρία των σφαλμάτων είναι εκτεταμένη και πολύπλοκη, αλλά στο παρόν κείμενο θα περιοριστούμε σε μερικούς απλούς κανόνες που σχετίζονται με υπολογισμούς που έχουν να κάνουν με μετρήσεις ή με τη λύση προβλημάτων και ασκήσεων όπου υπάρχουν και αριθμητικά αποτελέσματα.

ΣΗΜΑΝΤΙΚΑ ΨΗΦΙΑ, ΣΤΡΟΓΓΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ

Σημαντικά ψηφία της αριθμητικής τιμής φυσικού μεγέθους είναι τα ψηφία εκείνα που γνωρίζουμε ότι λίγο πολύ είναι σωστά και συμβατά με την ακρίβεια με την οποία ξέρουμε την τιμή του φυσικού μεγέθους. Το τελευταίο σημαντικό ψηφίο έχει λιγότερη πιθανότητα να είναι σωστό. Σήμερα ειδικά με τη χρήση των ηλεκτρονικών υπολογιστών οι οποίοι μπορούν να δίνουν τα αποτελέσματά τους με πολλά ψηφία, χρειάζεται να καταλάβει κάποιος τη σημασία των αποτελεσμάτων των πράξεων με φυσικά μεγέθη τα οποία έχουν περιορισμένη ακρίβεια στον προσδιορισμό τους. Η διάδοση των σφαλμάτων μέσω διαφόρων σχέσεων και διαδικασιών είναι ολόκληρη επιστήμη και φυσικά δεν θα μας απασχολήσει καθόλου. Θα αρκεστούμε σε απλούς, ικανοποιητικούς κανόνες.

Τα μηδενικά στα αριστερά του μεγαλύτερης τάξης μη μηδενικού ψηφίου δεν υπολογίζονται στην αρίθμηση του πλήθους των σημαντικών ψηφίων.

Τα κατωτέρω παραδείγματα είναι επεξηγηματικά:

| | |
|----------------------|-------------------|
| 1,35 | 3 σημαντικά ψηφία |
| 0,107 | 3 σημαντικά ψηφία |
| 0,050 20 | 4 σημαντικά ψηφία |
| 500 | 3 σημαντικά ψηφία |
| 500,0 | 4 σημαντικά ψηφία |
| 50×10^1 | 2 σημαντικά ψηφία |
| 5×10^2 | 1 σημαντικό ψηφίο |
| $1,520 \times 10^5$ | 4 σημαντικά ψηφία |
| $1,7 \times 10^{-4}$ | 2 σημαντικά ψηφία |

Πολλές φορές χρειάζεται να στρογγυλοποιηθεί κάποιος αριθμός, δηλαδή να αντικατασταθεί με τον πλησιέστερό του με πιο ακριβή (λιγότερα) σημαντικά ψηφία. Ας υποθέσουμε ότι ένας αριθμός

δικαιολογείται να έχει τρία σημαντικά ψηφία, ενώ από κάποιον υπολογιστή η τιμή του δίνεται ως 0,516 784 252. Ο πλησιέστερος αριθμός με τρία σημαντικά ψηφία είναι ο 0,517, αυτός είναι ο στρογγυλοποιημένος αριθμός. Η στρογγυλοποίηση αυτή είναι στρογγυλοποίηση προς τα άνω, αφού ο τελικός αριθμός είναι μεγαλύτερος του αρχικού.

Αν έχουμε τον 1,723 και πρέπει να στρογγυλοποιηθεί σε δυο σημαντικά ψηφία, τότε καταλήγουμε στον 1,7. Εδώ έχουμε στρογγυλοποίηση προς τα κάτω, αφού ο τελευταίος είναι μικρότερος του αρχικού. Αν έχουμε τον 1,75 και πρέπει να τον στρογγυλέψουμε σε δύο σημαντικά ψηφία, τότε μπορούμε να τον στρογγυλέψουμε προς τα πάνω και να πάρουμε τον 1,8 (πολλοί προτιμούν αυτή τη λύση), αυτή η μέθοδος εφαρμόζεται στους υπολογιστές. Μια άλλη μέθοδος είναι να κάνουμε τη στρογγυλοποίηση στον κοντινότερο αριθμό με το τελευταίο ψηφίο ζυγό. Αυτό βοηθά σε περιπτώσεις όπως, όταν έχουμε να επεξεργαστούμε σειρά από πολλά δεδομένα, οπότε η διαδικασία αυτή κάνει μικρότερα τα σφάλματα, στρογγυλοποίησης, διότι (σχεδόν) τα μισά θα είναι προς τα πάνω και τα μισά προς τα κάτω.

Έχουμε τότε το 1,75 να γίνεται, με δύο σημαντικά, 1,8 (μεγαλύτερο), ενώ το 2,65 με δύο σημαντικά γίνεται 2,6 (μικρότερο). Η χρήση του επιστημονικού συμβολισμού, σε πολλαπλασιασμό επί δυνάμεις του 10, πολλές φορές επιβάλλεται για αποφυγή ασαφειών. Αν θέλουμε να δηλώσουμε ότι ο αριθμός πεντακόσια έχει δύο σημαντικά ψηφία, τότε δεν μπορούμε να γράψουμε 500, διότι αυτό θα δήλωνε 3 σημαντικά. Ο αριθμός μπορεί να γραφεί 5×10^1 ή $5,0 \times 10^2$ ή $0,50 \times 10^3$ κ.λπ. Χρειάζεται προσοχή όταν γράφουμε μηδενικά στο τέλος του αριθμού, αν δεν είμαστε προσεκτικοί αυτά μπορεί να μην είναι σημαντικά ψηφία.

Πολλές φορές έχουμε αριθμούς που είναι γνωστοί με απόλυτη ακρίβεια και όμως δεν τους γράφουμε με άπειρα σημαντικά ψηφία. Σε τέτοιες περιπτώσεις δηλώνουμε ότι, ο αριθμός είναι, για παράδειγμα, 2 ακριβώς ή αυτό γίνεται αντιληπτό από τα συμφραζόμενα. Είναι ευνόητο αν λέμε ότι έχουμε το διπλάσιο του μήκους, L , και γράφουμε $2 \times L$, τότε το 2 είναι γνωστό με απόλυτη ακρίβεια. Επίσης αν γράφουμε $\pi \times L$ το π θεωρείται γνωστό με άπειρα σημαντικά.

ΣΗΜΑΝΤΙΚΑ ΨΗΦΙΑ ΚΑΤΑ ΤΟΝ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟ (ΔΙΑΪΡΕΣΗ) ΚΑΙ ΠΡΟΣΘΕΣΗ (ΑΦΑΪΡΕΣΗ)

Όταν χρησιμοποιούμε γενικά πολύπλοκες εκφράσεις μεταξύ μεγεθών η επίδραση της ασάφειας στη γνώση των αριθμητικών τιμών διαφόρων μεγεθών έχει προφανώς επίδραση στις υπολογιζόμενες ποσότητες. Η ανάλυση της διάδοσης των σφαλμάτων είναι γενικά πολύπλοκη, αλλά εδώ θα περιοριστούμε σε απλούς κανόνες για πολλαπλασιασμό (και διαίρεση) και για πρόσθεση (και αφαίρεση).

Πολλαπλασιασμός (διαίρεση)

Προσδιορίζουμε τα σημαντικά ψηφία του κάθε αριθμού παράγοντα ή διαιρέτη. Κάποιος ή κάποιοι έχουν τον ελάχιστο αριθμό σημαντικών. Το αποτέλεσμα των πράξεων θα έχει αριθμό σημαντικών που δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερος από αυτόν τον ελάχιστο αριθμό. Στην πράξη ο αριθμός των σημαντικών λαμβάνεται ίσος με αυτό τον ελάχιστο αριθμό.

Παραδείγματα

$$3,25 \times 0,21/0,8 = 0,9$$

$$0,851 \times 0,80 = 0,68$$

$$0,075 \ 2/0,012 = 6,3$$

$$1,35 \times 10^4 \times 0,73/2 \times 10^2 = 0,5 \times 10^2$$

Πρόσθεση (αφαίρεση)

Σε αυτή την περίπτωση αυτό που παίζει ρόλο είναι η τάξη του τελευταίου σημαντικού ψηφίου κάθε αριθμού (ελάχιστη τάξη ψηφίων του αριθμού). Βρίσκουμε την ελάχιστη τάξη για κάθε αριθμό και την μέγιστη από αυτές. Το αποτέλεσμα της πράξης δεν μπορεί να έχει ψηφία με μικρότερη τάξη από την

μέγιστη αυτή τάξη. Στην πράξη παίρνουμε ψηφία μέχρι τη μέγιστη.

Παραδείγματα

10,00 1 ελάχιστη τάξη 10^{-3} (χιλιοστά)

0,000 3 ελάχιστη τάξη 10^{-4} (δέκατα του χιλιοστού)

0,85 ελάχιστη τάξη 10^{-2} (εκατοστά)

Μέγιστη μεταξύ αυτών είναι η 10^{-2} (εκατοστά)

άρα $10,00 1 + 0,000 3 - 0,85 = 9,15$

124 ελάχιστη τάξη 10^0 (μονάδες)

$5,0 \times 10^2$ ελάχιστη τάξη 10^1 (δεκάδες)

7,8 ελάχιστη τάξη 10^{-1} (δέκατα)

Μέγιστη μεταξύ αυτών είναι η 10^1 (δεκάδες)

άρα $124 - 5,0 \times 10^2 + 7,8 = -3,7 \times 10^2$

Μερικές φορές είναι βολικό να γράφονται οι αριθμοί με τον επιστημονικό συμβολισμό με ίδιες δυνάμεις (αρνητικές ή θετικές) του 10. Στην τελευταία προηγούμενη περίπτωση θα έχουμε,

$1,24 \times 10^2$

$5,0 \times 10^2$

$0,078 \times 10^2$

άρα

$$1,24 \times 10^2 - 5,0 \times 10^2 + 0,078 \times 10^2 = (1,24 - 5,0 + 0,078) \times 10^2 = -3,7 \times 10^2$$

αφού στους αριθμούς της παρένθεσης η μέγιστη τάξη τελευταίου σημαντικού ψηφίου είναι τα δέκατα.

Στην πρόσθεση και αφαίρεση δεν ισχύει κανόνας για το πλήθος των σημαντικών ψηφίων, αλλά ο κανόνας αφορά στο τελευταίο σημαντικό ψηφίο του αποτελέσματος των πράξεων.

Για παράδειγμα στο πρώτο παράδειγμά μας, ενώ υπάρχει ο αριθμός 0,000 3 με ένα σημαντικό ψηφίο το αποτέλεσμα 9,15 έχει τρία σημαντικά.

Παρατήρηση: πρέπει η στρογγυλοποίηση να γίνεται μιά φορά στο τέλος και όχι στα ενδιάμεσα διαδοχικά στάδια διότι το αποτέλεσμα μπορεί να διαφέρει πολύ.

π.χ $1,25 \times 0,85 \times 1,1 = 1,2$ και όχι $1,25 \times 0,85 \times 1,1 = 1,1 \times 0,85 = 0,94$

Όταν κάνουμε ενδιάμεσες πράξεις να χρησιμοποιούμε τουλάχιστο δύο σημαντικά ψηφία περισσότερα από αυτά του αποτελέσματος.

Προσοχή !!

Είναι παραπλανητικό να δίνει κάποιος ένα αποτέλεσμα με περισσότερα σημαντικά ψηφία ή λιγότερα από όσα είναι ικανοποιητικά σωστά. Αυτό σε περιπτώσεις αποτελεσμάτων έρευνας θα μπορούσε να οδηγήσει σε σημαντικές παρανοήσεις για την κατανόηση των νόμων της φύσης και θα αποτελούσε οπισθοδρόμηση της ανθρώπινης γνώσης για το Σύμπαν.

Όταν οι σχέσεις είναι πολύπλοκες οι ανωτέρω κανόνες δεν είναι πάντα σωστοί. Σε αυτό το βιβλίο, θα θεωρούμε ότι τα σημαντικά ψηφία των δεδομένων φυσικών μεγεθών είναι επαρκή, ώστε το αποτέλεσμα να μπορεί να υπολογιστεί με τουλάχιστο 3 σημαντικά ψηφία, εκτός αν εκφράζεται ρητά κάτι άλλο. Φυσικά, δεν μπορούσαμε να αποφύγουμε τον πειρασμό να έχουμε προβλήματα όπου για λόγους ευκολίας δίνονται αριθμητικές τιμές της μορφής $5\sqrt{2}/7$, ώστε να βγαίνουν εύκολα, στρογγυλά αποτελέσματα!

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΡΩΤΗΣΕΩΝ

- 3) (α)
 5) (α) Λ, (β) Λ, (γ) Σ, (δ) Σ
 6) (α) Λ, (β) Λ, (γ) Σ, (δ) Σ
 7) (i) → (γ), (ii) → (β), (iii) → ε, (iv) → (δ),
 (v) → (στ)
 9) (α) Λ, (β) Σ, (γ) Λ, (δ) Λ
 10) $i = I_m \sin \omega t$, $Q = -Q_m \cos \omega t$
 11) (i) → (δ), (ii) → (γ)
 15) (α) σε σειρά, (β) παράλληλα
 19) (β)
 22) (α) $K_2 > K_1$, (β) ίδιο
 24) (γ)
 25) (α) Λ, (β) Λ, (γ) Σ, (δ) Σ
 27) Το 3
 29) όχι
 30) μικρότερη
 31) (γ), όχι
 33) (β)
 35) (α) Λ, (β) Σ, (γ) Σ
 43) (α) → 2, (β) → 1, (γ) → 4, (δ) → 3
 44) (γ)
 46) (α) Σ, (β) Λ, (γ) Λ, (δ) Σ, (ε) Σ
 47) (δ)
 48) (β)
 49) όχι

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

- 1) (α) 10^7 rad/s, (β) $1/3$ pF
 2) $0,4 \cdot 10^4$ Hz, $0,29 \cdot 10^4$ Hz, $0,24 \cdot 10^4$ Hz,
 $0,5 \cdot 10^4$ Hz
 3) $1,0$ μF, $4,0$ H
 4) 4 μF
 5) $2,5\sqrt{3}$ Watt
 6) (α) $-2,6$ A, (β) $6,8 \cdot 10^{-2}$ J, (γ) $75 \cdot 10^2$ A/s
 8) 16 J/s, $5 \cdot 10^{-6}$ s
 9) $1,5 \cdot 10^{-1}$ H, 24 nF
 10) $2 \cdot 10^{-4}$ F, $0,5 \cdot 10^{-4}$ F, $0,25$ mH
 11) $\frac{2m}{b} \ln 2$
 12) $60,65\%$
 13) $3,0\%$
 14) 21 s
 16) (α) $1,5 \cos 5t$, (β) $0,017$ m, $0,017$ m/s
 17) (α) $0,25 \sin \left(8t - \frac{\pi}{4} \right)$, (β) $1,57$ J,
 (γ) $2\sqrt{2}$ m/s, 4 Watt
 18) 10 Watt
 19) 6 Hz
 20) 10 Ω
 21) $2,6 e^{-30t} \cos 5t$ (10^{-3} C)
 22) $3 \cdot 10^4$ rad/s
 23) (α) 10^5 A/s, (β) 400 J/s, (γ) 420 J/s
 24) $f = \sqrt{24} \cdot 10^5$ Hz
 25) $5 \cos \left(10t - \frac{\pi}{5} \right)$
 26) (α) $x^2 + y^2 = 9$, (β) κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού.

ΚΥΜΑΤΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΡΩΤΗΣΕΩΝ

- 2) (α), (γ)
 3) (α) δεξιά, (β) αριστερά, (γ) δεξιά, (δ) αριστερά
 4) (i) → (γ), (ii) → (β), (iii) → (δ), (iv) → (α)
 6) (α) Λ, (β) Λ, (γ) Σ, (δ) Σ
 8) (β), (ε)
 10) (γ)
 12) (β)
 19) (β)
 25) (α) Λ, (β) Λ, (γ) Λ
 27) η πρώτη
 29) (γ)
 32) (α) Λ, (β) Σ, (γ) Σ, (δ) Λ
 34) (α) Σ, (β) Λ, (γ) Λ, (δ) Σ
 41) 1 → (β), 2 → (γ), 3 → (α)
 45) (i)
 46) (α) → 3, (β) → 2, (γ) → 1
 51) (α) Λ, (β) Σ, (γ) Λ
 52) (γ)
 54) (γ)

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

- 1) (α) 30 cm/s, (β) 30π cm/s, (γ) δεξιά
 2) $0,017 \text{ m} < \lambda < 21,25 \text{ m}$ και $0,0725 \text{ m} < \lambda < 90,625 \text{ m}$
 3) 10 cm, 2 cm^{-1} , 50 Hz, 100 cm/s
 4) 5 m
 5) 5π cm/s, $2,5\sqrt{2}\pi$ cm/s
 6) 12 m/s, $y = 0,08 \sin \pi(6t - 0,5x)$
 7) 1200 m/s
 8) 3,76 m/s
 9) 0,15 s
 10) 393 nm, $35,3^\circ$
 11) $29,4^\circ$
 12) $32,7^\circ$
 13) 366 nm
 14) $2,04^\circ$
 15) $41,8^\circ$
 16) $41,8^\circ$
 17) 1,49
 19) $-0,707 \text{ cm}$, $-6,120 \text{ cm}$
 20) 136,03 m/s
 21) 0
 22) Ναι, 6π cm/s
 23) $6 \sin(150t + 0,6x)$, $-6 \sin(150t - 0,6x)$, 250 cm/s
 24) 180 Hz
 26) $\frac{1}{2\sqrt{2}} f$
 27) $n=1, \dots, 310$
 28) (α) 212 Hz, 423 Hz, (β) 2 m, 1 m
 (γ) $4 \sin \pi x \cos 424 \pi t$, $3 \sin 2\pi x \cos 846 \pi t$
 29) 2 Hz
 30) 19,1 cm, 57,41 cm
 31) 0,243 m, 700 Hz, 1400 Hz, 2100 Hz
 32) 5η , 335 m/s
 33) 335 m/s
 34) 162 Hz, ..., $n81$, ... 1944, 212,5 Hz, 425 Hz, ... 1912,5 Hz
 35) $n0,34$ Hz
 36) 5760 Hz
 37) 0,664
 38) 1,5 m
 39) εννέα
 40) 512 nm

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΡΕΥΣΤΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΡΩΤΗΣΕΩΝ

- 1) (i) Σ, (ii) Λ
- 4) (α) Σ, (β) Λ, (γ) Σ
- 6) (γ)
- 8) (α) Λ, (β) Λ, (γ) Λ, (δ) Σ, (ε) Σ
- 12) (α) Σ, (β) Σ, (γ) Λ, (δ) Σ, (ε) Σ
- 15) (β)
- 17) 1,07 m/s
- 18) (α) $\rightarrow 3$, (β) $\rightarrow 4$, (γ) $\rightarrow 1$
- 20) (γ)
- 22) (γ)
- 23) (β)
- 24) (γ)
- 26) (iv), (ii)
- 27) $1 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 3$, $3 \rightarrow 4$, $4 \rightarrow 1$

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

- 1) 1,528 h
- 2) 1,8 m
- 3) 0,35 m/s
- 4) $3,9 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$
- 5) απαιτεί $v \geq 7,75 \text{ m/s}$, είναι $v \geq 16,9 \text{ m/s}$ άρα ικανοπ.
- 6) $H/2$
- 7) 20 cm
- 8) $0,081 \text{ m}^3/\text{s}$
- 9) 3,16 m/s, 19,0 m/s
- 10) 204 km/h
- 11) $2 \cdot 10^8 \text{ W}$
- 12) 5 J
- 13) 11700 kg
- 14) 272 m/s
- 15) (α) $v\sqrt{2}$, (β) 72,8%
- 16) 43,8 m/s
- 17) (α) 120 m/s, (β) 53,67 m/s
- 18) 2
- 20) $\frac{mg}{6\pi Rv}$

ΣΤΕΡΕΟ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΡΩΤΗΣΕΩΝ

- 2) (γ)
- 3) (γ)
- 4) (δ)
- 6) (β)
- 7) (α)
- 8) (α)
- 9) (δ)
- 11) (α) Σ, (β) Λ, (γ) Σ
- 12) (α) Λ, (β) Λ, (γ) Σ
- 13) (α) Λ, (β) Σ, (γ) Σ, (δ) Λ, (ε) Λ
- 17) (α) Σ, (β) Λ, (γ) Σ, (δ) Σ
- 19) $\tau \rightarrow F$, $I \rightarrow m$, $\omega \rightarrow v$, $\Delta\theta \rightarrow \Delta x$, $\alpha \rightarrow a$
- 20) (β)

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

- 1) $x = 2 \text{ cm}$, $y = 2,25 \text{ cm}$
- 2) 62,14 cm από το άκρο της ράβδου που αποτελείται από αργίλιο
- 3) Στη μεσοκάθετο του ΒΓ σε απόσταση 3 cm από το ΒΓ
- 4) $7,3 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$, 460 m/s
- 5) $\pi/30 \text{ rad/s}$, $\pi/20 \text{ cm/s}$
- 6) 18 m/s^2
- 7) (α) 45 kg m^2 , (β) 18 kg m^2 , (γ) 11 kg m^2
- 8) $8,0 \times 10^{-2} \text{ J}$
- 9) 7,7 m/s
- 10) 6,0 m/s
- 11) $5,0 \text{ sec}^{-2}$

- 21) (β)
 26) (α)
 31) (α) Λ, (β) Σ, (γ) Σ
 32) (α) Λ, (β) Σ, (γ) Λ, (δ) Σ
 33) (γ)
 34) (β)
 35) (β)
- 12) 1,0 m/s
 13) 100 s^{-2} , 200 s^{-1}
 14) (α) $\frac{20}{3} \text{ m/s}^2$, (β) 2 m/s
 15) 5 m/s^2
 16) 5 m/s^2
 18) $mg\sqrt{37}/4$
 19) $\tan\varphi/3$
 21) 100 N
 22) 1/3
 23) $F = 80 \text{ N}$ με φορά προς τα πάνω και σημείο εφαρμογής στα 27,5 cm
 24) 3,1 m
 25) 4 m
 26) Από το σχοινί 69,3 N. Από την άρθρωση 156,2 N με γωνία $26,3^\circ$ ως προς τον τοίχο
 27) 600N, 750N
 28) (AK) = 45 cm
 29) Σημείο Κ της (ΟΛ): (OK) = 4 cm
 30) (OK) = 2 cm
 31) (α) 135,6 Nm, (β) 85,2 hp
 32) (α) 16Π Nm, (β) $144 \times 10^3 \text{ J}$, 480 W, (γ) 960 W, 576 W
 33) (α) 460,8 J, (β) 230,4 W
 34) 1 Hz
 35) 10,5 J
- 37) $v_0 = 4\sqrt{\frac{g_0 R_\Gamma}{15}}$
 38) (α) 5 rad/s, (β) 530 m/s
 39) 9,8 rad/s, 45 J
 40) $h = R_0 \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$
 41) $v_A = \frac{9\sqrt{3}}{2} \text{ m/s} = 7,8 \text{ m/s}$

ΚΡΟΥΣΕΙΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΡΩΤΗΣΕΩΝ

- 1) (γ)
 2) $A \rightarrow \gamma$, $B \rightarrow \alpha$, $\Gamma \rightarrow \beta$
 3) (α)
 4) (γ)
 5) (δ)
 6) (β)
 7) (β)

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

- 1) (α) 9,375 J, (β) 7,5 m/s, 17,5 m/s
 2) (α) 2,0 m/s, 4,0 m/s, 16 m/s (β) 240 N, 160 N
 3) 0,28 m/s, 0,32 m/s
 4) 0,20 m
 5) 1,0 m/s
 6) (α) $e^2 h$, (β) $e^{2\nu} h$, (γ) $(1 - e^2) E_{i(\alpha\theta\chi)}$

- 8) (β)
 9) (β)
 10) (δ)
 11) (α)
 12) (β)
 13) $A \rightarrow \delta, B \rightarrow \beta, \Gamma \rightarrow \alpha$
 14) $A \rightarrow \alpha, B \rightarrow \delta, \Gamma \rightarrow \beta, \Delta \rightarrow \gamma$
 15) (γ)
 16) $B \rightarrow \gamma, \Gamma \rightarrow \alpha, \Delta \rightarrow \beta$
 17) (β)
 18) (α)
 19) (α)
 20) 1) γ, 2) β
 21) (β)
 22) (γ)
 23) (α)
 24) (γ)
 25) (β)
 26) (α)
 27) (γ)
 28) (α)
 29) (α)
 32) (β)
 34) (α) ο προσθετέος $1/2 MV_c^2$
 (β) Την απώλεια κινητικής ενέργειας
 39) (β) $1/2(m_1 + m_2) V_c^2$ (τελείως ανελαστικά)
 40) (γ)
 41) $B \rightarrow \beta, A \rightarrow \beta$
 43) (α)
 44) (δ)
 45) (α)
 46) Σωστές οι (β) και (δ)
- 7) 0,80
 8) 0,750
 9) 0,268
 10) $v_k = \frac{2^{k-1} m_1 m_2 m_3 \dots m_{k-1}}{(m_1 + m_2)(m_2 + m_3) \dots (m_{k-1} + m_k)} v_1, v_1$
 11) (α) $h_1 = h_2 = 5 \times 10^{-2} \text{ m}$,
 (β) $h'_1 = 3,125 \times 10^{-3} \text{ m}$, $h'_2 = 2,81 \times 10^{-2} \text{ m}$,
 (γ) $h_1 = h_2 = 1,25 \times 10^{-2} \text{ m}$
 12) (α) 0,7 m/s, (β) $3,2 \times 10^{-2} \text{ J}$
 13) $v_{\min} = \frac{M + m}{m} \sqrt{\frac{E}{2M}}$
 14) 1 m/s
 15) 1 m/s προς τ' αριστερά, στην αρχική
 διεύθυνση $2\sqrt{3} \text{ m/s}$ υπό γωνία υπό γωνία
 30° ως προς την αρχική διεύθυνση κίνησης,
 $2\sqrt{3} \text{ m/s}$ υπό γωνία 30° ως προς την αρχική
 διεύθυνση κίνησης από την άλλη μεριά.
 16) 1 m/s, 90° και 1 m/s, 30°
 17) Ναι, διότι $v_2 = 21,0 \text{ m/s} = 75,6 \text{ km/h}$
 18) $v_1 = v \frac{b}{2R}$, $v_2 = v \frac{\sqrt{4R^2 - b^2}}{2R}$, με γωνία φ τέ-
 τοια ώστε: $\cos \varphi = \frac{b}{2R}$

$$\Delta K = \frac{1}{8} m v^2 \frac{b^2 - 4R^2}{R^2} < 0$$

 19) α) $\approx 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg} \approx m_e$,
 β) $0,8350 \times 10^{-27} \text{ kg} = m_p/2 = m_n/2$
 20) $v'_1 = \frac{m_2(v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}$, $v'_2 = -\frac{m_1(v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}$,
 $p'_1 = \mu(v_1 - v_2)$, $p'_2 = -\mu(v_1 - v_2)$, όπου μ η
 ανηγμένη μάζα.
 24) $9,2 \times 10^6 \text{ J}$, 0 και $9,2 \times 10^6 \text{ J}$, $1,7 \times 10^6 \text{ J}$
 25) α) $3,4 \times 10^5 \text{ J}$, $3,6 \times 10^5 \text{ J}$ και $3,4 \times 10^5 \text{ J}$
 β) $3,6 \times 10^5 \text{ J}$
 27) α) 60° , 24,0 m/s, β) 20,0 s, 240 m
 28) $20\sqrt{\frac{3}{2}} \approx 24,5 \text{ s}$
 29) 49°
 30) Ο κολυμβητής που θα κολυμπήσει βόρεια,
 10 s
 32) $1,2 \text{ m/s}^2$
 33) 2,5 s

- 34) α) 5,10 m/s, β) 578 N
 35) α) $\theta = 60^\circ$, β) $1/\pi$ Hz
 37) $g\sqrt{3}$
 38) γ) 480 N
 39) α) Ομαλά επιταχυνόμενη, β) 16,0 s
 40) $f_{\min} = 741$ Hz, $f_{\max} = 996,5$ Hz
 41) 450 Hz
 42) $\frac{f_{\Delta_1}}{f} = 0,850$, $\frac{f_{\Delta_2}}{f} = 1,21$
 43) > 323 m/s
 44) α) 250 Hz, β) 0
 45) α) 460 Hz, β) 372 Hz
 46) α) 340 m, β) 300 m
 47) $\Delta t = 0$
 48) 11 m/s

ΣΧΕΤΙΚΟΤΗΤΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΡΩΤΗΣΕΩΝ

- 1) (δ)
 2) $1 \rightarrow \alpha$, $2 \rightarrow \beta$, $3 \rightarrow \beta$, $4 \rightarrow \alpha$, $5 \rightarrow \beta$,
 $6 \rightarrow \alpha$, $7 \rightarrow \alpha$
 3) (ε)
 5) (α)
 7) (α)
 8) (γ)
 9) (β)
 10) (γ)
 11) (ε)
 13) (α)
 14) (δ)
 15) Ναι
 16) (β)
 18) (α)
 19) Κάθετα προς το μήκος του γ
 20) (β)
 21) (γ)
 22) (α)
 23) α) 1ο το 3ο, 2ο το 1ο και 2ο, 3ο το 4ο
 24) (β)
 25) $1 \rightarrow \gamma$, $2 \rightarrow \beta$, $3 \rightarrow \alpha$
 26) (γ)
 27) α) 1ο το 3, 2ο το 2 και 1
 β) 1ο το 2, 2ο το 1 και 3
 γ) 1ο το 2, 2ο το 1 και 3ο το 3
 δ) 1ο το 3, 2ο το 2 και 3ο το 1

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

- 1) Σε αδρανειακό σύστημα που κινείται με
 $u = \frac{\Delta t_0}{d} c^2$
 2) α) 87,4 m, β) 394×10^{-6}
 3) α) 0,480 c, β) Η έντονη λάμψη,
 γ) $4,39 \times 10^{-6}$ s
 4) 229 km, -613×10^{-6} s
 5) 0, $-2,5 \times 10^{-6}$ s
 6) α) $1,6 \times 10^{-8}$ s, β) του αεροπλάνου
 7) $(1 + 3,4 \times 10^{-10})$, β) $3,0 \times 10^{-5}$ s
 8) Ναι (αφού $v/c < 1$)
 9) α) 1,6 s, β) $2,3 \times 10^8$ m, γ) 0,96 s
 10) α) 0,43 c, β) 0,34 c, γ) ≈ 111 m
 11) 39,2 m
 12) α) 1,42 μ s, β) 423 m
 13) α) 0,99999662 c, β) $5,37 \times 10^4$ MeV
 14) 0,99 c
 15) 55 m
 16) 0,357 c
 17) 0,95 c
 18) 0,688 c, απομακρύνεται
 19) α) 0,978 c, β) $-0,648$ c
 20) 0,588 c
 21) α) 0,943c, β) $\frac{\sqrt{3}}{2}c$

- 29) (β)
 31) (β)
 32) (α)
 33) (γ)
 34) (β)
 35) (α)
 36) (γ)
 37) (β)
 38) (γ)
- 22) α) 0,866 c, β) 0,986 c
 23) α) 0,9999999996 c, β) 7,66 cm
 24) α) 534, β) 0,99999825, γ) 2,23 T
 25) α) 939,4 MeV, β) $3,008 \times 10^3$ MeV, γ) $2,069 \times 10^3$ MeV
 26) α) 0,134 c, β) 4,65 KeV, γ) 1,1%
 27) α) 117,3 MeV, 140,7 MeV, β) 459,8 MeV, 5723,5 MeV
 28) α) $4,16 \times 10^{-10}$ J, β) $1,17 \times 10^{-10}$ J, γ) 0,393
 29) 36×10^{30} kg/έτος
 30) α) 0,948 c, β) 226 MeV, γ) 314 MeV/c
 31) $207 m_e$, το μόνιο
 32) 1) Το φωτόνιο, 2) Το πρωτόνιο, 3) Το πρωτόνιο, 4) Το φωτόνιο
 33) 1) 0,9988, 20,6, 2) 0,145, 1,01, 3) 0,073, 1,0027
 34) α) 5,71 GeV, 6,65 GeV, 6,58 GeV/c
 β) 3,11 MeV, 3,62 MeV, 3,59 MeV/c
 35) α) $p = \frac{hf}{c}$
 36) α) $0,776 \times 10^{-3}$ m, $16,25 \times 10^{-12}$ s
 β) $16,0 \times 10^{-3}$ m, 335×10^{-12} s, όχι
 38) α) $3,3 \times 10^{-14}$, β) $8,7 \times 10^{-13}$
 39) $4,25 \times 10^{-6}$ rad
 40) ≈ 3 km
 41) $\approx 3 \times 10^{-13}$, $\approx 13 \times 10^{-13}$

ΚΒΑΝΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΕΡΩΤΗΣΕΩΝ

- 2) (β)
 3) (α) Λ, (β) Λ, (γ) Σ
 5) (α) Λ, (β) Λ, (γ) Σ
 7) Ο Βέγγας
 9) (α) Λ, (β) Σ, (γ) Λ, (δ) Λ, (ε) Σ, (στ) Σ
 10) (δ)
 11) ii ή iii
 12) (i)
 13) (β)
 15) (γ)
 20) (β)
 23) (γ)
 24) (α) Σ, (β) Λ, (γ) Λ
 25) (α) Λ, (β) Σ, (δ) Σ, (ε) Σ, (στ) Λ
 28) (β)
 30) (δ)

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

- 1) α) $1,895 \times 10^{33}$, β) $5,27 \times 10^{-32}\%$
 2) 3×10^{18}
 3) α) 483 nm, β) $7,35 \times 10^7$ w/m²
 4) 27,8 Watt
 5) α) $8,9 \times 10^{17}$, β) $70,9 \times 10^9$
 6) 0,175 Watt
 7) 4528 K
 8) 2,013 eV, 295,8 nm
 9) 3,91 Volt
 10) 0,953 eV
 11) α) 1,916 eV, β) 0,155 Volt
 12) α) 0,5 eV, β) 2,61 eV, γ) 476 nm
 14) $33,13 \times 10^{25}$ kg m/s, $0,121 \times 10^{-11}$ m
 15) α) 3×10^9 , β) $26,504 \times 10^{-8}$, γ) $26,504 \times 10^{-8}$
 16) $30,36 \times 10^{-11}$ m, $7,86 \times 10^{-18}$ J

- 31) α) 15%, β) 85%, γ) 15%, δ) 100%
32) α) 0%, β) 0%, γ) 50%
35) α) iii, β) iv
37) (α) Σ, (β) Λ, (γ) Λ, (δ) Σ
39) (α) Λ, (β) Λ, (γ) Σ, (δ) Λ, (ε) Σ
40) 4 m
41) (α) Σ, (β) Λ, (γ) Λ
43) (α) Σ, (β) Λ, (γ) Σ
- 17) $9,6 \times 10^{-15} \text{ J}$, $3,2 \times 10^{-23} \text{ kg m/s}$
18) $1,456 \times 10^{-11} \text{ m}$, $3,05 \times 10^{-22} \text{ kg m/s}$
19) $0,485 \times 10^{-11} \text{ m}$
21) $0,727 \times 10^{-9} \text{ m}$
22) $8,14 \times 10^{-13} \text{ m}$
23) $2,21 \times 10^{-29} \text{ m}$
24) $3,313 \times 10^{-22} \text{ kg m/s}$, $9,94 \times 10^{-14} \text{ J}$,
 $12,82 \times 10^{-14} \text{ J}$
25) $7,27 \times 10^{-11} \text{ m}$
26) $8,2 \times 10^{-14} \text{ J}$
27) $5 \times 10^{-17} \text{ J}$, $1,41 \times 10^5 \sin 3 \times 10^{10} \pi x$
28) $5,42 \times 10^{-21} \text{ J}$
29) $10^3 \sin 5 \times 10^6 \pi x$
30) $4,59 \times 10^{-14} \text{ m}$
31) $1,7 \times 10^{24}$ χροόνια
32) $3,29 \times 10^{-13} \text{ J}$, $13,1 \times 10^{-13} \text{ J}$
 $29,6 \times 10^{-13} \text{ J}$
33) 0,0279%
34) $2,37 \times 10^{-6} \%$
35) 0
36) 8,148 mA
37) 0,728%
38) 0,0182 m/s
39) $0,287 \times 10^{-12} \text{ m}$
41) $1,33 \times 10^{-31} \text{ m}$
42) $6,63 \times 10^{-2} \text{ kg m/s}$, $8,23 \times 10^6 \text{ eV}$

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ

- Αδρανειακές δυνάμεις 264
 Αδρανειακό σύστημα 184, 226
 Ακτινοβολία 72
 Ανάκλαση 51
 Ανεμοδόχος πλοίου 106
 Ανηγμένη μάζα 196
 Άνοση δυναμική 111
 Απόλυτη ταχύτητα 190
 επιτάχυνση 190
 Απόσβεσης συντελεστής 10
 Αρμονικά κύματα 47
 Αρμονική ταλάντωση 3
 Αρμονικός ταλαντωτής 3
 Αρχή αβεβαιότητας 310, 311
 Αρχή διατήρησης της στροφορμής 149
- Βεντουρίμετρο 105
- Γενική θεωρία Σχετικότητας 266
 Γωνιακή επιτάχυνση 125
 Γωνιακή ταχύτητα 124
- Δείκτης διάθλασης 53
 Διάθλαση 51
 Διαμήκη κύματα 47
 Doppler φαινόμενο 201
 εφαρμογές 205
 Δυϊσμός του φωτός 292
- Εγκάρσια κύματα 47
 Ενέργεια φωτονίου 292
 Εξαεριστήρας λεωφορείου 106
 Εξαναγκασμένες ηλεκτρικές ταλαντώσεις 19
 Εξαναγκασμένες μηχανικές ταλαντώσεις 13
 Εξίσωση Schrödinger 302
 Εξίσωση της συνέχειας (ρευστά) 98
 Επαλληλία κυμάτων 58
- Heisenberg 311
 Huygens 50, 58
 Ηλεκτρικές ταλαντώσεις 3
 Ηλεκτρομαγνητικά κύματα 70, 74
 Ηλεκτρομαγνητικό φάσμα 75
 Ημιαγωγοί 315
 Ηχητικός σωλήνας 65
- Θεώρημα Steiner 129, 131
 Θεώρημα Torricelli 102
 Θεώρημα ροπών 138
- Ιδανικό κύκλωμα LC 3
 Ξώδες 107
 Ισοφασικές επιφάνειες 49
- Καμπύλη συντονισμού 14
 Κβάντο (quantum) 287
 Κέντρο βάρους 143
 Κέντρο μάζας 122, 193
 Κοιλίες 62
 Κροσσοί συμβολής 68
 Κρούσεις 171
 Κρούση ελαστική 173, 175
 ανελαστική 174, 180
 μετωπική 175
 πλαστική 174, 180
 Κυκλική επαναληψιμότητα 48
 Κυκλική ιδιουσυχνότητα 10, 21
 Κυκλική συχνότητα 10
 Κύλιση δίσκου 134
 Κύματα De Broglie 299
 Κυματοαριθμός 48
 Κυματοσυνάρτηση Ψ 301
- Lissajous 32
- Μέλαν σώμα 285
 Μετασηματισμοί Lorenz 236
 ταχυτήτων σχετικιστικοί 237
 Μετασηματισμοί Γαλιλαίου 228
 Μετασηματισμός ενέργειας 192
 Μετασηματισμός μήκους 245
 ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου 255
 σχετικιστικής ενέργειας 249
 σχετικιστικής ορμής 249
 χρονικού διαστήματος 247
 Μετασηματισμός ταχύτητας 189
 ορμής 189
 Μέτωπα κύματος 49
 Μη αδρανειακό σύστημα 185
 Michelson - Morley 229, 231
 Μικτά κύματα 47

- Νόμοι φωτοηλεκτρικού φαινομένου 290
 Νόμος Bernoulli 99
 Νόμος Ανάκλασης 52, 55
 Νόμος ασυμπτωτικός του Wien 286
 Νόμος Διάθλασης 52, 56
 Νόμος μετατόπισης του Wien 286
 Νόμος της συνέχειας (ρευστά) 97
 Νόμος των Stefan - Boltzmann 286
- Ολική ανάκλαση 57
 Οπισθέλκουσα 109
 Ορμή φωτονίου 292
- Περίθλαση 58
 Πηγάδι δυναμικού 302, 306
 Πλάτος 10
 Πυκνότητα πιθανότητας 301, 314
- Ραδιοκύματα 76
 Ρευστά 95
 Ροή 96
 Ροπή αδρανείας 127, 129, 130, 140
 Ροπή δύναμης 136
- Σταθερά Planck 287
 Στάσιμα κύματα 61
 Στατική ισορροπία 143
 Στερεό σώμα 122
 Στροφορμή 147, 148
 Συμβολή κυμάτων 58, 59, 66
 Σύνθεση απλών αρμονικών ταλαντώσεων 24
- Συνθήκη του Bohr 286
 Συντελεστής κρούσης 175
 Συντονισμός 13, 14, 15, 20
 Συντονισμού καμπύλη 14
 Συντονισμού κατάσταση 16
 Συχνότητα διαμόρφωσης 26
 Συχνότητα ταλάντωσης 26
 Σχετική ταχύτητα 190
 επιτάχυνση 190
 Σχετικιστική ορμή 242
 ενέργεια 242
 μετασχηματισμοί ταχύτητας 237
 Σωλήνας Pitot 105
- Young (πείραμα) 67
- Φαινόμενο Compton 295
 Φαινόμενο Doppler 201
 Φαινόμενο διδύμων 260
 Φαινόμενο σήραγγας 308, 309
 Φθίνουσες ηλεκτρικές ταλαντώσεις 16
 Φθίνουσες μηχανικές ταλαντώσεις 9
 Φλέβα ροής 97
 Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο 288
- Χόνδρος Δημήτρης 58
 Χρονομετρητές 226
 Χωρόχρονος 233, 234
- Ψεκαστήρας 104
 Ψευδοπερίοδος 11

ΤΑ ΝΟΜΙΕΛΑ ΦΥΣΙΚΗΣ 1901 - 2007

Physics 1901

RÖNTGEN, WILHELM CONRAD, Germany, Munich University, b. 1845, d. 1923: "in recognition of the extraordinary services he has rendered by the discovery of the remarkable rays subsequently named after him".

Physics 1902

The prize was awarded jointly to:

LORENTZ, HENDRIK ANTOON, the Netherlands, Leyden University, b. 1853, d. 1928; and

ZEEMAN, PIETER, the Netherlands, Amsterdam University, b. 1865, d. 1943:

"in recognition of the extraordinary service they rendered by their researches into the influence of magnetism upon radiation phenomena"

Physics 1903

The prize was divided, one half being awarded to:

BECQUEREL, ANTOINE HENRI, France, École Polytechnique, Paris, b. 1852, d. 1908:

"in recognition of the extraordinary services he has rendered by his discovery of spontaneous radioactivity";

the other half jointly to:

CURIE, PIERRE, France, École municipale de physique et de chimie industrielles, (Municipal School of Industrial Physics and Chemistry), Paris, b. 1859, d. 1906; and his wife

CURIE, MARIE, née SKLODOWSKA, France, b. 1867 (in Warsaw, Poland), d. 1934:

"in recognition of the extraordinary services they have rendered by their joint researches on the radiation phenomena discovered by Professor Henri Becquerel"

Physics 1904

RAYLEIGH, Lord (JOHN WILLIAM STRUTT), Great Britain, Royal Institution of Great Britain, London, b. 1842, d. 1919:

"for his investigations of the densities of the most important gases and for his discovery of argon in connection with these studies"

Physics 1905

LENARD, PHILIPP EDUARD ANTON, Germany, Kiel University, b. 1862 (in Pressburg, then Hungary), d. 1947:

"for his work on cathode rays"

Physics 1906

THOMSON, Sir JOSEPH JOHN, Great Britain, Cambridge University, b. 1856, d. 1940:

"in recognition of the great merits of his theoretical and experimental investigations on the conduction of electricity by gases"

Physics 1907

MICHELSON, ALBERT ABRAHAM, U.S.A., Chicago University, b. 1852 (in Strelno, then Germany), d. 1931:

"for his optical precision instruments and the spectroscopic and metrological investigations carried out with their aid"

Physics 1908

LIPPMANN, GABRIEL, France, Sorbonne University, Paris, b. 1845 (in Hollerich, Luxembourg), d. 1921:

"for his method of reproducing colours photographically based on the phenomenon of interference"

Physics 1909

The prize was awarded jointly to:

MARCONI, GUGLIELMO, Italy, Marconi Wireless Telegraph Co. Ltd., London, Great Britain, b. 1874, d. 1937; and

BRAUN, CARL FERDINAND, Germany, Strasbourg University, Alsace (then Germany), b. 1850, d. 1918:

"in recognition of their contributions to the development of wireless telegraphy"

Physics 1910

VAN DER WAALS, JOHANNES DIDERIK, the Netherlands, Amsterdam University, b. 1837, d. 1923:

"for his work on the equation of state for gases and liquids"

Physics 1911

WIEN, WILHELM, Germany, Würzburg University, b. 1864, d. 1928:

"for his discoveries regarding the laws governing the radiation of heat"

Physics 1912

DALÉN, NILS GUSTAF, Sweden, Swedish Gas-Accumulator Co., Lidingö-Stockholm, b. 1869, d. 1937:

"for his invention of automatic regulators for use in conjunction with gas accumulators for illuminating lighthouses and buoys"

Physics 1913

KAMERLINGH-ONNES, HEIKE, the Netherlands, Leyden University b. 1853, d. 1926:

"for his investigations on the properties of matter at low temperatures which led, inter alia to the production of liquid helium"

Physics 1914

VON LAUE, MAX, Germany, Frankfurt-on-the Main University, b. 1879, d. 1960:

"for his discovery of the diffraction of X-rays by crystals"

Physics 1915

The prize was awarded jointly to:

BRAGG, Sir WILLIAM HENRY, Great Britain, London University, b. 1862, d. 1942; and his son

BRAGG, Sir WILLIAM LAWRENCE, Great Britain, Victoria University, Manchester, b. 1890 (in Adelaide, Australia), d. 1971:

"for their services in the analysis of crystal structure by means of X-rays"

Physics 1916

The prize money allocated to the Special Fund of this prize section.

Physics 1917

BARKLA, CHARLES GLOVER, Great Britain, Edinburgh University, b. 1877, d. 1944:

"for his discovery of the characteristic Röntgen radiation of the elements"

Physics 1918

PLANCK, MAX KARL ERNST LUDWIG, Germany, Berlin University, b. 1858, d. 1947:

"in recognition of the services he rendered to the advancement of Physics by his discovery of energy quanta"

Physics 1919

STARK, JOHANNES, Germany, Greifswald University, b. 1874, d. 1957:

"for his discovery of the Doppler effect in canal rays and the splitting of spectral lines in electric fields"

Physics 1920

GUILLAUME, CHARLES EDOUARD, Switzerland, Bureau International des Poids et Mesures (International Bureau of Weights and Measures), Sèvres, b. 1861, d. 1938:

"in recognition of the service he has rendered to precision measurements in Physics by his discovery of anomalies in nickel steel alloys"

Physics 1921

EINSTEIN, ALBERT, Germany and Switzerland, Kaiser-Wilhelm Institut (now Max-Planck-Institut) für Physik, Berlin, b. 1879, d. 1955:

"for his services to Theoretical Physics, and especially for his discovery of the law of the photoelectric effect"

Physics 1922

BOHR, NIELS, Denmark, Copenhagen University, b. 1885, d. 1962:

"for his services in the investigation of the structure of atoms and of the radiation emanating from them"

Physics 1923

MILLIKAN, ROBERT ANDREWS, U.S.A., California Institute of Technology, Pasadena, CA, b. 1868, d. 1953:

"for his work on the elementary charge of electricity and on the photoelectric effect"

Physics 1924

SIEGBAHN, KARL MANNE GEORG, Sweden, Uppsala University, b. 1886, d. 1978:

"for his discoveries and research in the field of X-ray spectroscopy"

Physics 1925

FRANCK, JAMES, Germany, Goettingen University, b. 1882, d. 1964; and

HERTZ, GUSTAV, Germany, Halle University, b. 1887, d. 1975:

"for their discovery of the laws governing the impact of an electron upon an atom"

Physics 1926

PERRIN, JEAN BAPTISTE, France, Sorbonne University, Paris, b. 1870, d. 1942:

"for his work on the discontinuous structure of matter, and especially for his discovery of sedimentation equilibrium"

Physics 1927

The prize was divided equally between:

COMPTON, ARTHUR HOLLY, U.S.A., University of Chicago b. 1892, d. 1962:

"for his discovery of the effect named after him"; and

WILSON, CHARLES THOMSON REES, Great Britain, Cambridge University, b. 1869 (in Glencorse, Scotland), d. 1959:

"for his method of making the paths of electrically charged particles visible by condensation of vapour"

Physics 1928

RICHARDSON, Sir OWEN WILLANS, Great Britain, London University, b. 1879, d. 1959:

"for his work on the thermionic phenomenon and especially for the discovery of the law named after him"

Physics 1929

DE BROGLIE, Prince LOUIS-VICTOR, France, Sorbonne University, Institut Henri Poincaré, Paris, b. 1892, d. 1987:

"for his discovery of the wave nature of electrons"

More...

Physics 1930

RAMAN, Sir CHANDRASEKHARA VENKATA, India, Calcutta University, b. 1888, d. 1970:

"for his work on the scattering of light and for the discovery of the effect named after him"

Physics 1931

The prize money was allocated to the Special Fund of this prize section.

Physics 1932

HEISENBERG, WERNER, Germany, Leipzig University, b. 1901, d. 1976:

"for the creation of quantum mechanics, the application of which has, inter alia, led to the discovery of the allotropic forms of hydrogen"

Physics 1933

SCHRÖDINGER, ERWIN, Austria, Berlin University, Germany, b. 1887, d. 1961; and

DIRAC, PAUL ADRIEN MAURICE, Great Britain, Cambridge University, b. 1902, d. 1984:

"for the discovery of new productive forms of atomic theory"

Physics 1934

The prize money was with 1/3 allocated to the Main Fund and with 2/3 to the Special Fund of this prize section.

Physics 1935

CHADWICK, Sir JAMES, Great Britain, Liverpool University, b. 1891, d. 1974:

"for the discovery of the neutron"

Physics 1936

The prize was divided equally between:

HESS, VICTOR FRANZ, Austria, Innsbruck University, b. 1883, d. 1964:

"for his discovery of cosmic radiation"; and

ANDERSON, CARL DAVID, U.S.A., California Institute of Technology, Pasadena, CA, b. 1905, d. 1991:

"for his discovery of the positron"

Physics 1937

The prize was awarded jointly to:

DAVISSON, CLINTON JOSEPH, U.S.A., Bell Telephone Laboratories, New York, NY, b. 1881, d. 1958; and

THOMSON, Sir GEORGE PAGET, Great Britain, London University, b. 1892, d. 1975:

"for their experimental discovery of the diffraction of electrons by crystals"

Physics 1938

FERMI, ENRICO, Italy, Rome University, b. 1901, d. 1954:

"for his demonstrations of the existence of new radioactive elements produced by neutron irradiation, and for his related discovery of nuclear reactions brought about by slow neutrons"

Physics 1939

LAWRENCE, ERNEST ORLANDO, U.S.A., University of California, Berkeley, CA, b. 1901, d. 1958:

"for the invention and development of the cyclotron and for results obtained with it, especially with regard to artificial radioactive elements"

Physics 1940

The prize money was with 1/3 allocated to the Main Fund and with 2/3 to the Special Fund of this prize section.

Physics 1941

The prize money was with 1/3 allocated to the Main Fund and with 2/3 to the Special Fund of this prize section.

Physics 1942

The prize money was with 1/3 allocated to the Main Fund and with 2/3 to the Special Fund of this prize section.

Physics 1943

STERN, OTTO, U.S.A., Carnegie Institute of Technology, Pittsburg, PA, b. 1888 (in Sorau, then Germany), d. 1969:

"for his contribution to the development of the molecular ray method and his discovery of the magnetic moment of the proton"

Physics 1944

RABI, ISIDOR ISAAC, U.S.A., Columbia University, New York, NY, b. 1898, (in Rymanow, then Austria-Hungary) d. 1988:

"for his resonance method for recording the magnetic properties of atomic nuclei"

Physics 1945

PAULI, WOLFGANG, Austria, Princeton University, NJ, U.S.A., b. 1900, d. 1958:

"for the discovery of the Exclusion Principle, also called the Pauli Principle"

Physics 1946

BRIDGMAN, PERCY WILLIAMS, U.S.A., Harvard University, Cambridge, MA, b. 1882, d. 1961:

"for the invention of an apparatus to produce extremely high pressures, and for the discoveries he made therewith in the field of high pressure physics"

Physics 1947

APPLETON, Sir EDWARD VICTOR, Great Britain, Department of Scientific and Industrial Research, London, b. 1892, d. 1965:

"for his investigations of the physics of the upper atmosphere especially for the discovery of the so-called Appleton layer"

Physics 1948

BLACKETT, Lord PATRICK MAYNARD STUART, Great Britain, Victoria University, Manchester, b. 1897, d. 1974:

"for his development of the Wilson cloud chamber method, and his discoveries therewith in the fields of nuclear physics and cosmic radiation"

Physics 1949

YUKAWA, HIDEKI, Japan, Kyoto Imperial University and Columbia University, New York, NY, U.S.A., b. 1907, d. 1981:

"for his prediction of the existence of mesons on the basis of theoretical work on nuclear forces"

Physics 1950

POWELL, CECIL FRANK, Great Britain, Bristol University, b. 1903, d. 1969:

"for his development of the photographic method of studying nuclear processes and his discoveries regarding mesons made with this method"

Physics 1951

The prize was awarded jointly to:

COCKCROFT, Sir JOHN DOUGLAS, Great Britain, Atomic Energy Research Establishment, Harwell, Didcot, Berks., b. 1897, d. 1967; and

WALTON, ERNEST THOMAS SINTON, Ireland, Dublin University, b. 1903, d. 1995:

"for their pioneer work on the transmutation of atomic nuclei by artificially accelerated atomic particles"

Physics 1952

The prize was awarded jointly to:

BLOCH, FELIX, U.S.A., Stanford University, Stanford, CA, b. 1905 (in Zurich, Switzerland), d. 1983; and

PURCELL, EDWARD MILLS, U.S.A., Harvard University, Cambridge, MA, b. 1912, d. 1997:

"for their development of new methods for nuclear magnetic precision measurements and discoveries in connection therewith"

Physics 1953

ZERNIKE, FRITS (FREDERIK), the Netherlands, Groningen University, b. 1888, d. 1966:

"for his demonstration of the phase contrast method, especially for his invention of the phase contrast microscope"

Physics 1954

The prize was divided equally between:

BORN, MAX, Great Britain, Edinburgh University, b. 1882 (in Breslau, then Germany), d. 1970:

"for his fundamental research in quantum mechanics, especially for his statistical interpretation of the wavefunction"; and
BOTHE, WALTHER, Germany, Heidelberg University, Max-Planck Institut (former Kaiser-Wilhelm-Institut) für medizinische
Forschung, Heidelberg, b. 1891, d. 1957:

"for the coincidence method and his discoveries made therewith"

Physics 1955

The prize was divided equally between:

LAMB, WILLIS EUGENE, U.S.A., Stanford University, Stanford, CA, b. 1913:

"for his discoveries concerning the fine structure of the hydrogen spectrum"; and

KUSCH, POLYKARP, U.S.A., Columbia University, New York, NY, b. 1911 (in Blankenburg, then Germany), d. 1993:

"for his precision determination of the magnetic moment of the electron"

Physics 1956

The prize was awarded jointly, one third each, to:

SHOCKLEY, WILLIAM, U.S.A., Semiconductor Laboratory of Beckman Instruments, Inc., Mountain View, CA, b. 1910 (in
London, Great Britain), d. 1989;

BARDEEN, JOHN, U.S.A., University of Illinois, Urbana, IL, b. 1908, d. 1991; and

BRATTAIN, WALTER Houser, U.S.A., Bell Telephone Laboratories, Murray Hill, NJ, b. 1902, d. 1987:

"for their researches on semiconductors and their discovery of the transistor effect"

Physics 1957

The prize was awarded jointly to:

YANG, CHEN NING, China, Institute for Advanced Study, Princeton, NJ, U.S.A., b. 1922; and

LEE, TSUNG-DAO, China, Columbia University, New York, NY, U.S.A., b. 1926:

"for their penetrating investigation of the so-called parity laws which has led to important discoveries regarding the elementary
particles"

Physics 1958

The prize was awarded jointly to:

CHERENKOV, PAVEL ALEKSEYEVICH, USSR, Physics Institute of USSR Academy of Sciences, Moscow, b. 1904, d. 1990;

FRANK, IL'JA MIKHAILOVICH, USSR, University of Moscow and Physics Institute of USSR Academy of Sciences, Moscow, b.
1908, d. 1990; and

TAMM, IGOR YEVGENYEVICH, USSR, University of Moscow and Physics Institute of USSR Academy of Sciences, Moscow,
b. 1885, d. 1971:

"for the discovery and the interpretation of the Cherenkov effect"

Physics 1959

The prize was awarded jointly to:

SEGRÈ, EMILIO GINO, U.S.A., University of California, Berkeley, CA, b. 1905 (in Tivoli, Italy), d. 1989; and

CHAMBERLAIN, OWEN, U.S.A., University of California, Berkeley, CA, b. 1920:

"for their discovery of the antiproton"

Physics 1960

GLASER, DONALD A., U.S.A., University of California, Berkeley, CA, b. 1926:

"for the invention of the bubble chamber"

Physics 1961

The prize was divided equally between:

HOFSTADTER, ROBERT, U.S.A., Stanford University, Stanford, CA, b. 1915, d. 1990:

"for his pioneering studies of electron scattering in atomic nuclei and for his thereby achieved discoveries concerning the struc-
ture of the nucleons"; and

MÖSSBAUER, RUDOLF LUDWIG, Germany, Technische Hochschule, Munich, and California Institute of Technology,
Pasadena, CA, U.S.A., b. 1929:

"for his researches concerning the resonance absorption of gamma radiation and his discovery in this connection of the effect
which bears his name"

Physics 1962

LANDAU, LEV DAVIDOVICH, USSR, Academy of Sciences, Moscow, b. 1908, d. 1968:

"for his pioneering theories for condensed matter, especially liquid helium"

Physics 1963

The prize was divided, one half being awarded to:

WIGNER, EUGENE P., U.S.A., Princeton University, Princeton, NJ, b. 1902 (in Budapest, Hungary), d. 1995:

"for his contributions to the theory of the atomic nucleus and the elementary particles, particularly through the discovery and application of fundamental symmetry principles";

and the other half jointly to:

GOEPPERT-MAYER, MARIA, U.S.A., University of California, La Jolla, CA, b. 1906 (in Kattowitz, then Germany), d. 1972; and

JENSEN, J. HANS D., Germany, University of Heidelberg, b. 1907, d. 1973:

"for their discoveries concerning nuclear shell structure"

Physics 1964

The prize was divided, one half being awarded to:

TOWNES, CHARLES H., U.S.A., Massachusetts Institute of Technology (MIT), Cambridge, MA, b. 1915; and the other half

jointly to:

BASOV, NICOLAY GENNADIYEVICH, USSR, Lebedev Institute for Physics, Akademija Nauk, Moscow, b. 1922; and

PROKHOROV, ALEKSANDR MIKHAILOVICH, USSR, Lebedev Institute for Physics, Akademija Nauk, Moscow, b. 1916:

"for fundamental work in the field of quantum electronics, which has led to the construction of oscillators and amplifiers based on the maser-laser principle"

Physics 1965

The prize was awarded jointly to:

TOMONAGA, SIN-ITIRO, Japan, Tokyo, University of Education, Tokyo, b. 1906, d. 1979;

SCHWINGER, JULIAN, U.S.A., Harvard University, Cambridge, MA, b. 1918, d. 1994; and

FEYNMAN, RICHARD P., U.S.A., California Institute of Technology, Pasadena, CA, b. 1918, d. 1988:

"for their fundamental work in quantum electrodynamics, with deep-ploughing consequences for the physics of elementary particles"

Physics 1966

KÄSTLER, ALFRED, France, École Normale Supérieure, Université de Paris, b. 1902, d. 1984:

"for the discovery and development of optical methods for studying hertzian resonances in atoms"

Physics 1967

BETHE, HANS ALBRECHT, U.S.A., Cornell University, Ithaca, NY, b. 1906 (in Strasbourg, then Germany):

"for his contributions to the theory of nuclear reactions, especially his discoveries concerning the energy production in stars"

Physics 1968

ALVAREZ, LUIS W., U.S.A., University of California, Berkeley, CA, b. 1911, d. 1988:

"for his decisive contributions to elementary particle physics, in particular the discovery of a large number of resonance states, made possible through his development of the technique of using hydrogen bubble chamber and data analysis"

Physics 1969

GELL-MANN, MURRAY, U.S.A., California Institute of Technology, Pasadena, CA, b. 1929:

"for his contributions and discoveries concerning the classification of elementary particles and their interactions"

Physics 1970

The prize was divided equally between:

ALFVÉN, HANNES, Sweden, Royal Institute of Technology, Stockholm, b. 1908, d. 1995:

"for fundamental work and discoveries in magneto-hydrodynamics with fruitful applications in different parts of plasma physics";

and

NÉEL, LOUIS, France, University of Grenoble, Grenoble, b. 1904:

"for fundamental work and discoveries concerning antiferromagnetism and ferrimagnetism which have led to important applications in solid state physics"

Physics 1971

GABOR, DENNIS, Great Britain, Imperial College of Science and Technology, London, b. 1900 (in Budapest, Hungary), d. 1979:

"for his invention and development of the holographic method"

Physics 1972

The prize was awarded jointly to:

BARDEEN, JOHN, U.S.A., University of Illinois, Urbana, IL, b. 1908, d. 1991;
COOPER, LEON N., U.S.A., Brown University, Providence, RI, b. 1930; and
SCHRIEFFER, J. ROBERT, U.S.A., University of Pennsylvania, Philadelphia, PA, b. 1931:
"for their jointly developed theory of superconductivity, usually called the BCS-theory"

Physics 1973

The prize was divided, one half being equally shared between:

ESAKI, LEO, Japan, IBM Thomas J. Watson Research Center, Yorktown Heights, NY, U.S.A., b. 1925; and
GIAEVER, IVAR, U.S.A., General Electric Company, Schenectady, NY, b. 1929 (in Bergen, Norway),
"for their experimental discoveries regarding tunneling phenomena in semiconductors and superconductors, respectively"
and the other half to:

JOSEPHSON, BRIAN D., Great Britain, Cambridge University, Cambridge, b. 1940:
"for his theoretical predictions of the properties of a supercurrent through a tunnel barrier, in particular those phenomena which are generally known as the Josephson effects"

Physics 1974

The prize was awarded jointly to:

RYLE, Sir MARTIN, Great Britain, Cambridge University, Cambridge, b. 1918, d. 1984; and
HEWISH, ANTONY, Great Britain, Cambridge University, Cambridge, b. 1924:
"for their pioneering research in radio astrophysics: Ryle for his observations and inventions, in particular of the aperture synthesis technique, and Hewish for his decisive role in the discovery of pulsars"

Physics 1975

The prize was awarded jointly to:

BOHR, AAGE, Denmark, Niels Bohr Institute, Copenhagen, b. 1922;
MOTTELSON, BEN, Denmark, Nordita, Copenhagen, b. 1926 (in Chicago, U.S.A.); and
RAINWATER, JAMES, U.S.A., Columbia University, New York, NY, b. 1917, d. 1986:
"for the discovery of the connection between collective motion and particle motion in atomic nuclei and the development of the theory of the structure of the atomic nucleus based on this connection"

Physics 1976

The prize was divided equally between:

RICHTER, BURTON, U.S.A., Stanford Linear Accelerator Center, Stanford, CA, b. 1931;
TING, SAMUEL C. C., U.S.A., Massachusetts Institute of Technology (MIT), Cambridge, MA, (European Center for Nuclear Research, Geneva, Switzerland), b. 1936:
"for their pioneering work in the discovery of a heavy elementary particle of a new kind"

Physics 1977

The prize was divided equally between:

ANDERSON, PHILIP W., U.S.A., Bell Laboratories, Murray Hill, NJ, b. 1923;
MOTT, Sir NEVILL F., Great Britain, Cambridge University, Cambridge, b. 1905, d. 1996; and
VAN VLECK, JOHN H., U.S.A., Harvard University, Cambridge, MA, b. 1899, d. 1980:
"for their fundamental theoretical investigations of the electronic structure of magnetic and disordered systems"

Physics 1978

The prize was divided, one half being awarded to:

KAPITSA, PYOTR LEONIDOVICH, USSR, Academy of Sciences, Moscow, b. 1894, d. 1984:
"for his basic inventions and discoveries in the area of low-temperature physics";
and the other half divided equally between:
PENZIAS, ARNO A., U.S.A., Bell Laboratories, Holmdel, NJ, b. 1933 (in Munich, Germany); and
WILSON, ROBERT W., U.S.A., Bell Laboratories, Holmdel, NJ, b. 1936:
"for their discovery of cosmic microwave background radiation"

Physics 1979

The prize was divided equally between:

GLASHOW, SHELDON L., U.S.A., Lyman Laboratory, Harvard University, Cambridge, MA, b. 1932;

SALAM, ABDUS, Pakistan, International Centre for Theoretical Physics, Trieste, and Imperial College of Science and Technology, London, Great Britain, b. 1926, d. 1996; and

WEINBERG, STEVEN, U.S.A., Harvard University, Cambridge, MA, b. 1933:

"for their contributions to the theory of the unified weak and electromagnetic interaction between elementary particles, including inter alia the prediction of the weak neutral current"

Physics 1980

The prize was divided equally between:

CRONIN, JAMES W., U.S.A., University of Chicago, Chicago, IL, b. 1931; and

FITCH, VAL L., U.S.A., Princeton University, Princeton, NJ, b. 1923:

"for the discovery of violations of fundamental symmetry principles in the decay of neutral K-mesons"

Physics 1981

The prize was awarded by one half jointly to:

BLOEMBERGEN, NICOLAAS, U.S.A., Harvard University, Cambridge, MA, b. 1920 (in the Netherlands); and

SCHAWLOW, ARTHUR L., U.S.A., Stanford University, Stanford, CA, b. 1921, d. 1999:

"for their contribution to the development of laser spectroscopy";

and the other half to:

SIEGBAHN, KAI M., Sweden, Uppsala University, Uppsala, b. 1918:

"for his contribution to the development of high-resolution electron spectroscopy"

Physics 1982

WILSON, KENNETH G., U.S.A., Cornell University, Ithaca, NY, b. 1936:

"for his theory for critical phenomena in connection with phase transitions"

Physics 1983

The prize was awarded by one half to:

CHANDRASEKHAR, SUBRAMANYAN, U.S.A., University of Chicago, Chicago, IL, b. 1910 (in Lahore, India), d. 1995:

"for his theoretical studies of the physical processes of importance to the structure and evolution of the stars"

and by the other half to:

FOWLER, WILLIAM A., U.S.A., California Institute of Technology, Pasadena, CA, b. 1911, d. 1995:

"for his theoretical and experimental studies of the nuclear reactions of importance in the formation of the chemical elements in the universe"

Physics 1984

The prize was awarded jointly to:

RUBBIA, CARLO, Italy, CERN, Geneva, Switzerland, b. 1934; and

VAN DER MEER, SIMON, the Netherlands, CERN, Geneva, Switzerland, b. 1925:

"for their decisive contributions to the large project, which led to the discovery of the field particles W and Z, communicators of weak interaction"

Physics 1985

VON KLITZING, KLAUS, Federal Republic of Germany, Max-Planck-Institute for Solid State Research, Stuttgart, b. 1943:

"for the discovery of the quantized Hall effect"

Physics 1986

The prize was awarded by one half to:

RUSKA, ERNST, Federal Republic of Germany, Fritz-Haber-Institut der Max-Planck-Gesellschaft, Berlin, b. 1906, d. 1988:

"for his fundamental work in electron optics, and for the design of the first electron microscope"

and the other half jointly to:

BINNIG, GERD, Federal Republic of Germany, IBM Zurich Research Laboratory, Rüschlikon, Switzerland, b. 1947; and

ROHRER, HEINRICH, Switzerland, IBM Zurich Research Laboratory, Rüschlikon, Switzerland, b. 1933:

"for their design of the scanning tunneling microscope"

Physics 1987

The prize was awarded jointly to:

BEDNORZ, J. GEORG, Federal Republic of Germany, IBM Research Laboratory, Rüschlikon, Switzerland, b. 1950; and

MÜLLER, K. ALEXANDER, Switzerland, IBM Research Laboratory, Rüschlikon, Switzerland, b. 1927:

"for their important breakthrough in the discovery of superconductivity in ceramic materials"

Physics 1988

The prize was awarded jointly to:

LEDERMAN, LEON M., U.S.A., Fermi National Accelerator Laboratory, Batavia, IL, b. 1922;

SCHWARTZ, MELVIN, U.S.A., Digital Pathways, Inc., Mountain View, CA, b. 1932; and

STEINBERGER, JACK, U.S.A., CERN, Geneva, Switzerland, b. 1921 (in Bad Kissingen, FRG):

"for the neutrino beam method and the demonstration of the doublet structure of the leptons through the discovery of the muon neutrino"

Physics 1989

The prize was awarded by one half to:

RAMSEY, NORMAN F., U.S.A., Harvard University, Cambridge, MA, b. 1915:

"for the invention of the separated oscillatory fields method and its use in the hydrogen maser and other atomic clocks" and the other half jointly to:

DEHMELT, HANS G., U.S.A., University of Washington, Seattle, WA, b. 1922 (in Görlitz, Germany); and

PAUL, WOLFGANG, Federal Republic of Germany, University of Bonn, Bonn, b. 1913, d. 1993:

"for the development of the ion trap technique"

Physics 1990

The prize was awarded jointly to:

FRIEDMAN, JEROME I., U.S.A., Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, b. 1930;

KENDALL, HENRY W., U.S.A., Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, b. 1926, d. 1999; and

TAYLOR, RICHARD E., Canada, Stanford University, Stanford, CA, U.S.A., b. 1929:

"for their pioneering investigations concerning deep inelastic scattering of electrons on protons and bound neutrons, which have been of essential importance for the development of the quark model in particle physics"

Physics 1991

de GENNES, PIERRE-GILLES, France, Collège de France, Paris, b. 1932:

"for discovering that methods developed for studying order phenomena in simple systems can be generalized to more complex forms of matter, in particular to liquid crystals and polymers"

Physics 1992

CHARPAK, GEORGES, France, École Supérieure de Physique et Chimie, Paris and CERN, Geneva, Switzerland, b. 1924 (in Poland):

"for his invention and development of particle detectors, in particular the multiwire proportional chamber"

Physics 1993

The prize was awarded jointly to:

HULSE, RUSSELL A., U.S.A., Princeton University, Princeton, NJ, b. 1950, and

TAYLOR Jr., JOSEPH H., U.S.A., Princeton University, Princeton, NJ, b. 1941:

"for the discovery of a new type of pulsar, a discovery that has opened up new possibilities for the study of gravitation"

Physics 1994

The prize was awarded

"for pioneering contributions to the development of neutron scattering techniques for studies of condensed matter"

by one half to: BROCKHOUSE, BERTRAM N., Canada, McMaster University, Hamilton, Ontario, b. 1918:

"for the development of neutron spectroscopy"

and by the other half to: SHULL, CLIFFORD G., U.S.A., Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, b. 1915:

"for the development of the neutron diffraction technique"

Physics 1995

The prize was awarded

"for pioneering experimental contributions to lepton physics"

with one half to: PERL, MARTIN L., U.S.A., Stanford University, Stanford, CA, U.S.A., b. 1927,

"for the discovery of the tau lepton"

and with one half to: REINES, FREDERICK, U.S.A., University of California at Irvine, Irvine, CA, U.S.A., b. 1918, d. 1998:

"for the detection of the neutrino"

Physics 1996

The prize was awarded jointly to:

LEE, DAVID M., U.S.A., Cornell University, Ithaca, NY, U.S.A., b. 1931;

OSHEROFF, DOUGLAS D., U.S.A., Stanford University, Stanford, CA, U.S.A., b. 1945; and

RICHARDSON, ROBERT C., U.S.A., Cornell University, Ithaca, NY, U.S.A., b. 1937:

"for their discovery of superfluidity in helium-3"

Physics 1997

The prize was awarded jointly to:

CHU, STEVEN, U.S.A., Stanford University, Stanford, California, U.S.A., b. 1948;
COHEN-TANNOUDJI, CLAUDE, France, Collège de France and École Normale Supérieure, Paris, France, b. 1933; and
PHILLIPS, WILLIAM D., U.S.A., National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, Maryland, U.S.A, b. 1948:
"for development of methods to cool and trap atoms with laser light"

Physics 1998

The prize was awarded jointly to:

LAUGHLIN, ROBERT B., U.S.A., Stanford University, Stanford, CA, U.S.A., b. 1950;
STÖRMER, HORST L., Germany, Columbia University, New York, NY and Bell Labs, NJ, USA b. 1949; and
TSUI, DANIEL C., U.S.A., Princeton University, Princeton, NJ, U.S.A, b. 1939:
"for their discovery of a new form of quantum fluid with fractionally charged excitations"

Physics 1999

The prize was awarded jointly to:

't HOOFT, GERARDUS, Netherlands, University of Utrecht, Utrecht, the Netherlands, b. 1946; and
VELTMAN, MARTINUS J.G., Netherlands, University of Michigan, USA, b. 1931:
"for elucidating the quantum structure of electroweak interactions in physics"

Physics 2000

The prize was awarded with one half jointly to:

ALFEROV, ZHORES IVANOVICH, Russia, A.F. Ioffe Physico-Technical Institute, St. Petersburg, Russia, b. 1930;
KROEMER, HERBERT, Federal Republic of Germany, University of California at Santa Barbara, California, USA, b. 1928:
"for developing semiconductor heterostructures used in high-speed- and optoelectronics";

and one half to

KILBY, JACK ST. CLAIR, USA, Texas Instruments, Dallas, Texas, USA, b. 1923, d. 2005:
"for his part in the invention of the integrated circuit"

Physics 2001

The prize was awarded jointly to:

CORNELL, ERIC ALLIN, USA, JILA and National Institute of Standards and Technology (NIST), Boulder, Colorado, USA, b. 1961;

KETTERLE, WOLFGANG, Federal Republic of Germany, Massachusetts Institute of Technology (MIT), Cambridge, Massachusetts, USA, b. 1957;

WIEMAN, CARL EDWIN, USA, JILA and University of Colorado, Boulder, Colorado, USA, b. 1951:

"for the achievement of Bose-Einstein condensation in dilute gases of alkali atoms, and for early fundamental studies of the properties of the condensates"

Physics 2002

The prize was awarded with one half jointly to:

DAVIS, RAYMOND Jr., USA, Department of Physics and Astronomy, University of Pennsylvania, Philadelphia, USA, b. 1914, d. 2006;

KOSHIBA, MASATOSHI, Japan, International Center for Elementary Particle Physics, University of Tokyo, Japan, b. 1926:
"for pioneering contributions to astrophysics, in particular for the detection of cosmic neutrinos";

and one half to

GIACCONI, RICCARDO, USA, Associated Universities Inc., Washington DC, USA, Associated Universities Inc., Washington DC, USA, b. 1931:

"for pioneering contributions to astrophysics, which have led to the discovery of cosmic X-ray sources"

Physics 2003

The prize was awarded jointly to:

ABRIKOSOV, ALEXEI ALEXEEVICH, USA and Russia, Argonne National Laboratory, Argonne, Illinois, USA, b. 1928;

GINZBURG, VITALY LAZAREVICH, Russia, P.N. Lebedev Physical Institute, Moscow, Russia, b. 1916; and

LEGGETT, ANTHONY JAMES, UK and USA, University of Illinois, Urbana, Illinois, USA, b. 1938:

"for pioneering contributions to the theory of superconductors and superfluids"

Physics 2004

The prize was awarded jointly to:

GROSS, DAVID J., USA, Kavli Institute for Theoretical Physics, University of California, Santa Barbara, USA, b. 1941;

POLITZER, H. DAVID, USA, California Institute of Technology (Caltech), Pasadena, USA, b. 1949; and

WILCZEK, FRANK, USA, Massachusetts Institute of Technology (MIT), Cambridge, USA, b. 1951:

"for the discovery of asymptotic freedom in the theory of the strong interaction"

Physics 2005

The prize was awarded with one half to:

GLAUBER, ROY J., USA, Harvard University, Cambridge, MA, USA, b. 1925:

"for his contribution to the quantum theory of optical coherence" ; and one half jointly to

HALL, JOHN L., USA, JILA, University of Colorado and National Institute of Standards and Technology, Boulder, CO, USA, b.

1934; and

HANSCH, THEODOR W., Germany, Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Garching and Ludwig-Maximilians-Universität,

Munich, Germany, b. 1941:

"for their contributions to the development of laser-based precision spectroscopy, including the optical frequency comb technique"

Physics 2006

The prize was awarded jointly to:

MATHER, JOHN C., USA, NASA Goddard Space Flight Center, Greenbelt, MD, USA, b. 1946; and

SMOOT, GEORGE F., USA, University of California, Berkeley, CA, USA, b. 1945:

"for their discovery of the blackbody form and anisotropy of the cosmic microwave background radiation"

Physics 2007

The prize was awarded jointly to:

FERT, ALBERT, France, Unite Mixte de Physique CNRS/THALES, Universite Paris-Sud, Orsay, France, b. 1938; and

GRUNBERG, PETER, Germany, Forschungszentrum Jülich, Germany, b. 1939:

"for the discovery of giant magnetoresistance"

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Η βιβλιογραφία που ακολουθεί είναι μέρος αυτής που χρησιμοποιήσαμε και που θεωρούμε ότι είναι χρήσιμη για τον διδάσκοντα και τους μαθητές. Υπάρχει, ακόμη, μεγάλο πλήθος καλών - βοηθημάτων της παράλληλης παιδείας (φροντιστηριακά). Επίσης υπάρχουν και άλλα βιβλία Πανεπιστημιακού επιπέδου, κυρίως στα Αγγλικά, που μπορεί να είναι χρήσιμα. Για μερικά από τα βιβλία που είναι μεταφρασμένα στα Ελληνικά υπάρχουν και νεώτερες εκδόσεις στα Αγγλικά.

- 1) "ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΗ ΦΥΣΙΚΗ" Τόμος Α' και Β' (8η έκδοση 1992) του HUGH D. YOUNG. Απόδοση στην Ελληνική από ομάδα Πανεπιστημιακών, εκδόσεις ΠΑΠΑΖΗΣΗ (1994).
- 2) "PHYSICS FOR SCIENTISTS & ENGINEERS", R.A. SERWAY τόμοι 1, 2, 3, 4 (3rd edition 1983) Απόδοση στην Ελληνική από Λ. Κ. ΡΕΣΒΑΝΗ (1990).
- 3) "ΦΥΣΙΚΗ" Ο HANIAN, τόμοι Α' και Β' (second edition expanded, 1989) ΜΕΤΑΦΡΑΣΗ - ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ από Α. ΦΙΛΙΠΠΑ, ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ.
- 4) "ΘΕΜΕΛΙΩΔΗΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΗ ΦΥΣΙΚΗ", τόμοι Α,Β,Γ των Αλόνσο-Φινν, 1967, ΜΕΤΑΦΡΑΣΗ ΚΑΙ ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ Λ. Κ. ΡΕΣΒΑΝΗΣ, Α. ΦΙΛΙΠΠΑΣ (1979).
- 5) "ΦΥΣΙΚΗ" HALLIDAY, RESNICK ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΠΝΕΥΜΑΤΙΚΟΥ.
- 6) "ΓΕΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ", τόμοι Α, Β, Γ και Δ (1962) του Κ.Α. ΑΛΕΞΟΠΟΥΛΟΥ.
- 7) "ΜΑΘΗΜΑΤΑ ΦΥΣΙΚΗΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ" BERKLEY, τόμοι 1, 2, 3, 4, 5 (1965), ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΕΚΔΟΣΗ Ε.Μ.Π., 1977.
- 8) PSSC "ΦΥΣΙΚΗ", Έκτη έκδοση, 1985, Απόδοση στα Ελληνικά από ΘΑΝΑΣΗ ΚΩΣΤΙΚΑ, ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΕΥΤΕΝΙΔΕΙΟΥ ΙΔΡΥΜΑΤΟΣ, 1992.
- 9) "ADVANCED PHYSICS" by Tom Duncan, 4th edition, (1997), JOHN MURRAY.
- 10) "FUNDAMENTALS of PHYSICS", vol I AND II, by B.M. YAVORSKY and A.A. PINSKY, translated from Russian by Nicholas Weinstein, MIR PUBLISHERS MOSCOW.
- 11) "ΚΛΑΣΣΙΚΗ ΚΑΙ ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΦΥΣΙΚΗ", Τόμοι 1, 2, 3 του KENNETH W. FORD, ΜΕΤΑΦΡΑΣΗ Γ. ΘΕΟΔΩΡΟΥ - Α. ΘΕΟΔΩΡΟΥ, ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΠΝΕΥΜΑΤΙΚΟΥ (1980).
- 12) "ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ ΦΥΣΙΚΗΣ" των Π. ΚΟΚΚΟΤΑ, Β. ΚΑΡΑΠΑΝΑΓΙΩΤΗ, ΙΩΑΝ. ΑΡΝΑΟΥΤΑΚΗ, ΙΩΑΝ. ΚΑΡΑΝΙΚΑ, ΙΩΑΝ. ΚΟΥΡΕΛΗ, ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΓΡΗΓΟΡΗ, 1988.
- 13) PSSC. "ΦΥΣΙΚΗ, ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΔΗΓΟΣ" Απόδοση στα Ελληνικά από Ν. ΠΑΠΑΣΤΑΜΑΤΙΟΥ, ΕΚΔΟΣΗ ΕΥΤΕΝΙΔΕΙΟΥ ΙΔΡΥΜΑΤΟΣ (1995).
- 14) "PHYSIQUE", Term S, Adolphe Tomasino, Marc Fauris, Christiane Parent, Françoise Patrigon, Christiane Simon, NATHAN, (1995.)
- 15) "IL MONDO DELLA FISICA", UGO AMALDI, ZANICHELLI (1995)
- 16) "A LABORATORY MANUAL OF PHYSICS", SI UNITS, FOURTH EDITION by F. TYLER, EDWARD ARNOLD (PUBLISHERS), (1970).
- 17) "ΜΑΘΗΜΑΤΑ ΑΤΟΜΙΚΗΣ ΚΑΙ ΠΥΡΗΝΙΚΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ", του ΑΧΙΛΛΕΑ Ν. ΠΑΠΑΠΕΤΡΟΥ, (1946).
- 18) "ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΦΥΣΙΚΗΣ" ΤΩΝ Κ.Α. ΠΑΛΑΙΟΛΟΓΟΥ-Σ.Γ. ΠΕΡΙΣΤΕΡΑΚΗ. ΤΟΜΟΙ Α,Β ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟ Χ.Ι. ΠΑΠΑΔΗΜΗΤΡΟΠΟΥΛΟΥ (1951)
- 19) "ΑΤΟΜΙΚΗ ΚΑΙ ΠΥΡΗΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ" των Κ.Α. ΑΛΕΞΟΠΟΥΛΟΥ-Δ.Ι. ΜΑΡΙΝΟΥ, ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΟΛΥΜΠΙΑ (1995)
- 20) "ΦΥΣΙΚΗ" ΤΟΜΟΙ Α,Β,Γ του Α.Ε. ΜΑΖΗ, ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟ ΤΗΣ ΕΣΤΙΑΣ (1971)
- 21) "ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΦΥΣΙΚΗΣ", ΤΟΜΟΙ Ι, ΙΙ, ΙΙΙ των Θ. ΚΟΥΓΙΟΥΖΕΛΗ - Σ. ΠΕΡΙΣΤΕΡΑΚΗ (1960)
- 22) "ΦΥΣΙΚΗ" Β' ΛΥΚΕΙΟΥ των Ν. ΔΑΦΟΝΤΕ, Α. ΚΑΣΕΤΑ, Σ. ΜΟΥΡΙΚΗ ΟΕΔΒ (1990).

23) "ΦΥΣΙΚΗ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ" των Ι ΒΛΑΧΟΥ Κ. ΖΑΧΟΥ, ΙΙ ΚΟΚΚΟΤΑ, Γ ΤΙΜΟΘΕΟΥ, ΟΕΔΒ (1987).

Εργαστηριακές ασκήσεις φυσικής, τόμοι Ι, ΙΙ Τομέας Φυσικής, Εκδόσεις Συμμετρία (1994).

"ΦΥΣΙΚΗ" ΤΟΜΟΙ Α, Β των Κ Δ ΑΛΕΞΟΠΟΥΛΟΥ, ΔΙ ΜΑΡΙΝΟΥ ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΟΛΥΜΠΙΑ (1980)

"ADVANCED LEVEL PHYSICS", 4th Edition, by M. NELKON and P RARKER, Heinemann Educational Books (1977)

27) "SYMBOLS, UNITS, NOMENCLATURE AND FUNDAMENTAL CONSTANTS IN PHYSICS", 1987 Revision, by E. Richard Cohen and Pierre Giacomo, Physica 146A (1987) 1-68 North - Holland.

"INTERNATIONAL STANDARD", ISO 31 0-13, Third Edition, (1992).

"Η ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΣΤΗ ΜΕΓΑΛΗ ΒΡΕΤΤΑΝΙΑ", Συνέδριο Ε.Ε.Φ Πύργος Ηλείας (1979)