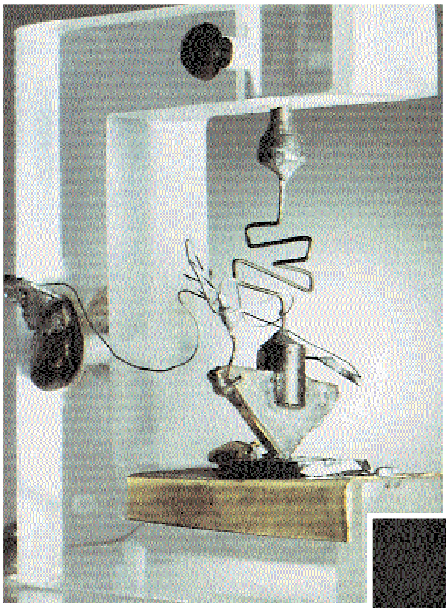
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ

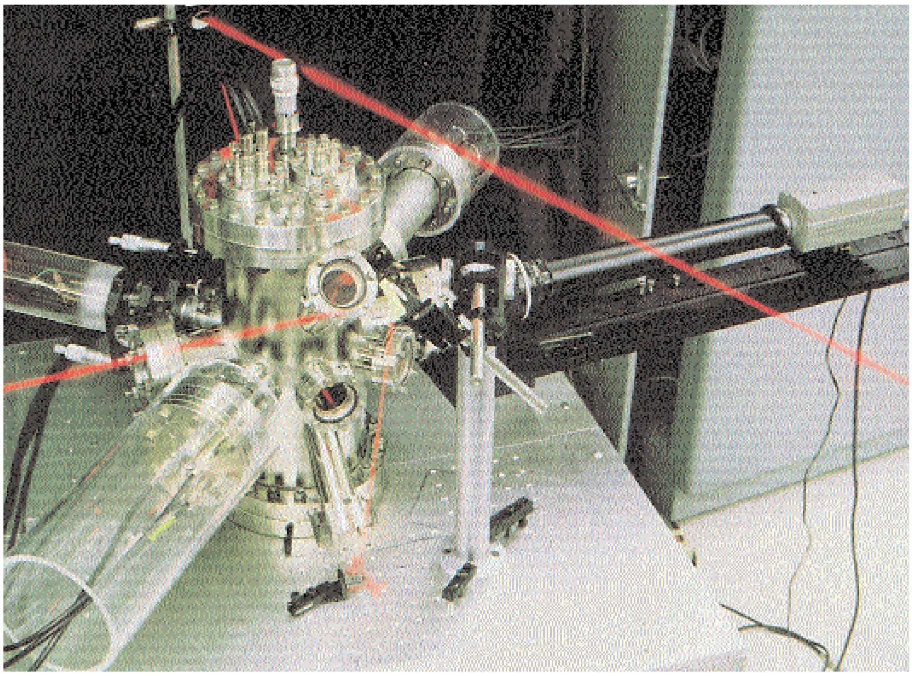
Φυσική

της

Β΄ Λυκείου



Θετικής και Τεχνολογικής Κατεύθυνσης



ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ
ΑΘΗΝΑ

Το βιβλίο αυτό ολοκληρώθηκε το έτος 2000 στα πλαίσια της ιδέας περί πολλαπλού βιβλίου.
Είναι το ένα εκ των τριών εγκριθέντων για τη Φυσική Θετικής και Τεχνολογικής Κατεύθυνσης.
Το μέρος που αφορά στη Φυσική Β Λυκείου τυπώθηκε και μοιράστηκε στα Σχολεία.
Στη συνέχεια άλλαξε η άποψη περί πολλαπλού βιβλίου, το θέμα πήγε στις Ελληνικές Καλένδες.
Το μέρος που αφορά στη Γ Λυκείου δεν εκτυπώθηκε ποτέ από τον Οργανισμό Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων.
Εδώ και καιρό πολλοί συνάδελφοι από τη Μέση εκπαίδευση μας ζητούσαν να τους δώσομε (κυρίως) το βιβλίο της Γ Λυκείου σε κάποια μορφή. ΄Ετσι αποφασίσαμε να κάνομε μερικές διορθώσεις και να έχομε και τους δυο τόμους σε ηλεκτονική μορφή. Δυστυχώς δεν έχομε τα αρχικά σχήματα και έτσι η εμφάνιση του βιβλίου δεν είναι αυτή που θα έπρεπε.

Οι διορθώσεις καθώς και το τεχνικό μέρος του εγχειρήματος έγιναν από τον συντονιστή της ομάδας συγγραφής κ. Εμμανουήλ Δρη. Ο εκ των συγγραφέων κ. Αθανάσιος Βελέντζας πρότεινε πολλές από τις διορθώσεις.

Αθήνα, Μάρτης του 2008

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ

Φυσική

της Β΄ Λυκείου

Θετικής - Τεχνολογικής Κατεύθυνσης

Ανδρακάκος Κων/νος
Βελέντζας Αθανάσιος
Γάτσιος Ιωάννης
Διαμαντής Νικόλαος
Δρης Εμμανουήλ
Κρίκος Κων/νος
Πιερράκος Νικόλαος

ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ
ΑΘΗΝΑ

Συγγραφείς:

Ανδρακάκος Κωνσταντίνος	*Φυσικός, καθηγ. δευτεροβάθμιας ιδιωτικής εκπαίδευσης*
Βελέντζας Αθανάσιος	*Φυσικός, καθηγ. δευτεροβάθμιας δημόσιας εκπαίδευσης*
Γάτσιος Ιωάννης	*Φυσικός, καθηγ. δευτεροβάθμιας δημόσιας εκπαίδευσης*
Διαμαντής Νικόλαος	*Φυσικός, καθηγ. δευτεροβάθμιας δημόσιας εκπαίδευσης*
Δρης Εμμανουήλ	*Καθηγητής Εθνικού Μετσόβειου Πολυτεχνείου*
Κρίκος Κωνσταντίνος	*Δρ φυσικός, σχολικός σύμβουλος*
Πιερράκος Νικόλαος	*Φυσικός, καθηγ. δευτεροβάθμιας ιδιωτικής εκπαίδευσης*

Συντονιστής ομάδας συγγραφής:

Δρης Εμμ.

Καλλιτεχνική επιμέλεια:

Θάνος Κωτσόπουλος

Ηλεκτρονική σελιδοποίηση, μακέτες, σχήματα, γραφήματα, φιλμ, μοντάζ:

Εργαστήρι Γραφικών Τεχνών Θάνου Κωτσόπουλου

Ευχαριστίες

Ευχαριστούμε την Ομάδα Εργασίας που έφτιαξε το Πρόγραμμα Σπουδών για τη Φυσική, στο οποίο βασίστηκε η συγγραφή του παρόντος βιβλίου. Την Επιτροπή αποτελούσαν οι Χρ. Ραγιαδάκος (πρόεδρος), Δημοσθ. Θάνος, Γρ. Καραγιάννης, Ι. Καρανίκας, Ανδρ. Κώττης, Αικ. Νταϊλιάνη, Αικ. Ντυμένου.

Ευχαριστούμε την Επιτροπή Αξιολόγησης για την πολύ καλή και λεπτομερειακή δουλειά που έκανε και τις σημαντικές υποδείξεις της, οι οποίες βοήθησαν στη βελτίωση αυτού του πονήματος. Την Επιτροπή αποτελούσαν οι Νικ. Αντωνίου (πρόεδρος), Θωμ. Ευθυμιόπουλος, Ιωαν. Αρναουτάκης, Ιωαν. Καρανίκας, Γεωργ. Πρίντζας, Ιωαν. Φωτάκης, Αικ. Κοτρόζου.

Ευχαριστούμε τον Αναπλ. Καθηγητή του Ε. Μ. Πολυτεχνείου Θεμ. Ρασσιά για τα στοιχεία που μας έδωσε για τον Κων. Καραθεοδωρή, τον Αντιπρύτανη του Ε.Μ.Πολυτεχνείου Καθηγητή Ευστρ. Γαλανή για την φωτογραφία του Καραθεοδωρή, τον Δρ Διον. Μαρίνο για τη φωτογραφία του Δημ. Χόνδρου, την τέως Επιμελήτρια του Ε.Μ.Πολυτεχνείου Φυσικό κυρία Κ. Παπαπέτρου για τη φωτογραφία του Αχ. Παπαπέτρου.

Ευχαριστούμε τη Δ.Ε.Η. , την COSMOTE, την Ε.Μ.Υ. και την General. Electric για το φωτογραφικό υλικό που μας διέθεσαν

Στο εξώφυλλο:

Στην αριστερή εικόνα φαίνεται το πρώτο τρανζίστορ που έφτιαξαν οι John Bardeen, William Shockley και Walter Brattain, 1947.

Στη δεξιά εικόνα φαίνεται διάταξη λέιζερ για έρευνα που σχετίζεται με τη δυνατότητα κατασκευής κβαντικών υπολογιστών.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ - ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

1.1 ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΙΔΑΝΙΚΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

1.2 ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

2.3 ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΕΠΑΓΩΓΗ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η Ομάδα Συγγραφής αυτού του βιβλίου Φυσικής προσπάθησε να ανταποκριθεί, όσο ήταν δυνατό, στο Πρόγραμμα για τη Φυσική που εκπονήθηκε από το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο.

Ένα εύλογο ερώτημα που τίθεται είναι: γιατί πρέπει να μαθαίνουν οι μαθητές Φυσική; Η απάντηση που δίνεται είναι: Η Φυσική Επιστήμη μας βοηθά να κατανοήσουμε τον κόσμο γύρω μας. Ακόμη, η Φυσική Επιστήμη αντιπροσωπεύει ένα τρόπο οργάνωσης της γνώσης που συνεισφέρει σημαντικά στην πολιτισμική και πνευματική ανάπτυξη της κοινωνίας. Η Φυσική Επιστήμη και η Τεχνολογία συνεισφέρουν στην παραγωγή αγαθών. Πρέπει, επομένως, τα σχολεία να παρέχουν τις βασικές επιστημονικές και τεχνολογικές ιδέες, ώστε να μπορέσουν οι μαθητές να κατανοήσουν τις σχέσεις μεταξύ επιστήμης και τεχνολογίας.

Η διδασκαλία της Φυσικής Επιστήμης πρέπει να συνδέεται στενά με τις εφαρμογές της στην καθημερινή ζωή και στη Βιομηχανία. Η Επιστήμη και η Τεχνολογία είναι στενά συνδεδεμένες και η κατανόηση των επιστημονικών εννοιών μπορεί να γίνεται και με τη μελέτη των τεχνολογικών τους εφαρμογών. Η κατανόηση της σχέσης Επιστήμης και Τεχνολογίας πρέπει να είναι στους στόχους του προγράμματος Φυσικής και, γενικότερα, των Φυσικών Επιστημών.

Το βιβλίο αυτό περιέχει τα συγκεκριμένα κεφάλαια της Φυσικής και με την ειδική διάταξη που προτείνει το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο. Το κάθε κεφάλαιο περιλαμβάνει εισαγωγή, κύριο κορμό, παραδείγματα λυμένων προβλημάτων, ανακεφαλαίωση, δραστηριότητες, προβλήματα. Περιλαμβάνονται επίσης διάφορα ένθετα για εμπλουτισμό των γνώσεων των μαθητών σχετικά με την ιστορία του θέματος ή με πιο προχωρημένες γνώσεις ή με την σχετική τεχνολογία. Το πρόγραμμα αυτό της Φυσικής περιέχει και εργαστηριακό οδηγό. Έγινε προσπάθεια, ώστε οι δραστηριότητες που αφορούν σε πειράματα αλλά και τα πειράματα, γενικώς, να μπορούν να γίνουν με, όσο το δυνατό, απλά μέσα και χωρίς μεγάλα έξοδα. Έχουν προστεθεί παραρτήματα που σχετίζονται με τις μονάδες του Διεθνούς Συστήματος, σταθερές, σφάλματα, κ.τ.λ ώστε να έχει ο διδάσκων και ο μαθητής ένα σημείο αναφοράς στα ανωτέρω θέματα.

Πρέπει να τονίσουμε ότι γίνεται κάποια προσπάθεια μερικές φορές, ακόμη και με επιλογή κατάλληλων παραδειγμάτων και προβλημάτων, να βλέπει ο μαθητής τη σχέση της Φυσικής με την Τεχνολογία και τον γύρω κόσμο. Παρ' όλες τις δυσκολίες που παρουσιάζει το εγχείρημα, πρέπει να γίνονται πειράματα από τους διδάσκοντες και τους μαθητές.

Έτσι οι μαθητές αποκτούν "δεξιότητες" με τα όργανα, αλλά και κατανοούν τους νόμους της Φύσης και την Τεχνολογία καλύτερα. Γενικώς, τα πειράματα, αλλά και η αναφορά σε εφαρμογές ή τις επιπτώσεις των βασικών νόμων της Φυσικής (π.χ. Κβαντομηχανικής, Σχετικότητας) την απομυθοποιούν και διώχνουν το φόβο για τη Φυσική, που έχουν πολλοί άνθρωποι μη ειδικοί.

Το μάθημα για να τραβήξει τους μαθητές πρέπει να είναι ενδιαφέρον και όχι τρομερά δύσκολο. Αυτό εξαρτάται από το βιβλίο αλλά και από τον διδάσκοντα. Το βιβλίο και το πρόγραμμα διδασκαλίας πρέπει να είναι το βοήθημα, αλλά ο διδάσκων πρέπει να αυτενεργεί και να βρίσκει τον κατάλληλο τρόπο παρουσίασης για τους συγκεκριμένους μαθητές που έχει κάθε φορά.

Ελπίδα μας είναι να μην αποτελέσει αυτό το βιβλίο, όπως και κάθε άλλο βιβλίο, δόγμα για την Φυσική στη Μέση Εκπαίδευση "Timeo Hominem unius libri", "Φοβού τον άνθρωπο του ενός βιβλίου" (Θωμάς ο Ακινάτης) . Στόχος είναι, το βιβλίο αυτό μαζί με άλλα να γίνει βοήθημα αλλά και*

* Από τον Πρόλογο της Ελληνικής Έκδοσης του Βιβλίου Φυσικής OHANIAN, μετάφραση Α. ΦΙΛΙΠΠΑΣ.

κέντρισμα για πιο πέρα αναζητήσεις κυρίως για τους μαθητές. Είναι καλό να δοθεί η ευκαιρία σύντομα, να διορθωθούν ελλείψεις ή υπερβολές του βιβλίου, ώστε να προσαρμοστεί όσο γίνεται στις απαιτήσεις και στο επίπεδο της Μέσης Εκπαίδευσης. Οι συνάδελφοι διδάσκοντες, αλλά και οι μαθητές καλό είναι να υποδείξουν βελτιώσεις που το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο και η Ομάδα Συγγραφέων να λάβει υπόψη της. Η βελτίωση και προσαρμογή κάθε βιβλίου πρέπει να είναι μια συνεχής διαδικασία. Παροτρύνουμε τους διδάσκοντες και διδασκόμενους να κάνουν πειράματα. Η Φυσική είναι μελέτη της Φύσης και με τα πειράματα μελετούμε τη φύση με ελεγχόμενο τρόπο.

Προσπαθήσαμε να είμαστε όσο γίνεται σε συμφωνία με την ορολογία του Διεθνούς Συστήματος Μονάδων (SI) *και κάνουμε μια απλή εισαγωγή για τα συστήματα μονάδων και ιδιαίτερα το* SI. *Όροι που υπάρχουν ακόμη στην Ελληνική Βιβλιογραφία έχουν ατονίσει ή εξαλειφθεί στη διεθνή βιβλιογραφία. Υπάρχουν αδυναμίες στην Ελληνική αλλά και στη ξένη ορολογία, οι οποίες όμως θέλουν χρόνο για ν΄αλλάξουν. Ο όρος "μάζα ηρεμίας" δεν χρησιμοποιείται στη μοντέρνα βιβλιογραφία σχεδόν καθόλου, οπως και ο όρος διηλεκτρική σταθερά. Η ορολογία δεν είναι σχολαστικισμός, θέλει να πει κάτι. Όταν στα Αγγλικά λένε resistance και reactance θέλουν να δηλώσουν ότι στην πρώτη περίπτωση υπάρχει μετατροπή ηλεκτρικής ενέργειας σε εσωτερική ενέργεια, ενώ στη δεύτερη περίπτωση απλώς το κύκλωμα αντιδρά, "αντιστέκεται", στη διέλευση ρεύματος χωρίς να γίνεται κατανάλωση ενέργειας. Η ποσότητα ύλης εκφράζεται σε* mol (μολ) *μορίων, ατόμων, ηλεκτρονίων ή γενικώς διαφόρων δομικών λίθων που το είδος τους πρέπει να αναφέρεται. Στα ελληνικά χρησιμοποιείται, ατυχώς, ο όρος γραμμομόριο που προέρχεται από τον παλιό όρο για μόρια. Θα μπορούσαμε να υιοθετήσουμε τον όρο* μολ *(στα ελληνικά), αλλά θα είχαμε πρόβλημα στο επίθετο* (molar) μολικό(;) *, ίσως θα μπορούσαμε νατο πούμε μορίδιο. Χρησιμοποιούμε τον όρο αντιστάτη για τον όρο resistor, αλλά και τον επικρατέστερο όρο, στα ελληνικά, αντίσταση. Δεν δίνομε λύσεις στο πρόβλημα της ορολογίας, απλώς το θέτουμε. Πιστεύουμε ότι πρέπει να δοθεί έμφαση στους αριθμητικούς υπολογισμούς, με κατανόηση της σημασίας των σημαντικών ψηφίων στα αποτελέσματα. Ξανατονίζουμε ότι προσπαθήσαμε να έχουμε παραδείγματα και προβλήματα από τον πραγματικό φυσικό κόσμο, όχι μόνο "φανταστικά" θέματα. Η χρήση ρεαλιστικών προβλημάτων κάνει το μαθητή να καταλάβει συγκεκριμένα φαινόμενα του φυσικού κόσμου και διαδικασίες στις οποίες στηρίζονται διάφορες πραγματικές διατάξεις και κατασκευές που μερικές μπορεί να έχει δει ή χρησιμοποιήσει. Μαθαίνει πώς είναι η φύση όχι πώς θα μπορούσε να είναι. Προσπαθήσαμε , επίσης, να έχομε ασκήσεις με δεδομένα όχι μόνο του τύπου* $u = 5\sqrt{2}/8$ m/s, *αλλά και του τύπου* $u = 3{,}24$ m/s. *Η Φύση , δυστυχώς, δεν είναι τόσο "καλή" μαζί μας ώστε να μπορούμε να κάνουμε αριθμητικούς υπολογισμούς με στρογγυλά αποτελέσματα, ακριβώς. Οι μαθητές πρέπει να μάθουν να κάνουν αριθμητικούς υπολογισμούς με υπολογιστές, με το χέρι ή και κατ' εκτίμηση.*

Πρέπει να τονίσουμε ότι γενικώς το πρόβλημα των σφαλμάτων είναι πολύπλοκο και δεν λύνεται με τους αλοϊκούς κανόνες που δίνουμε στα Παραρτήματα για τις περιπτώσεις πολλαπλασιασμού και πρόσθεσης. Θα μπορούσαμε να πουμε ότι στα περισσότερα προβλήματα η ακρίβεια στο τελικό αποτέλεσμα είναι το πολύ 3 *σημαντικά ψηφία.*

Ένα άλλο θέμα που τονίζουμε κάπως περισσότερο, από ό,τι γίνεται συνήθως, είναι η Διαστατική Ανάλυση. Είναι ένας σημαντικός τομέας με προχωρημένα μαθηματικά. Εμείς δίνουμε μερικά στοιχεία χρήσιμα στα πλαίσια της Γενικής Φυσικής. Παρ' όλο που προσπαθούμε να είμαστε σύμφωνοι με την πιο νέα ορολογία πολλές φορές αυτό δεν είναι δυνατόν γιατί η νέα ορολογία δεν έχει διαδοθεί αρκετά. Ένα παράδειγμα είναι οι κανονικές συνθήκες πίεσης και θερμοκρασίας. Από το 1984 *η IUPAC (International Union of Pure and Applied Chemistry, Διεθνής Ένωση Καθαρής και Εφαρμοσμένης Χημείας), ενέκρινε και δημοσίευσε την υπόδειξη η οποία υποκινήθηκε από την Comimission on Thermodynamics (Επιτροπή για την Θερμοδυναμική), ότι η συμβατική κανονική πίεση για τη*

Θερμοδυναμική πρέπει να αλλάξει από την παραδοσιακή 1 atm (101,325 kPa) *σε* 100 kPa (1 bar). *Αυτό οδηγεί στο ότι ο γραμμομοριακός όγκος από* 22,4 L *γίνεται* 22,7 L.

Σύμφωνα με το νέο ορισμό η κανονική θερμοκρασία εξακολουθεί να είναι 273,15 K (0 ^{o}C), *περίπου* 273 K. *Η πίεση των* 101,325 kPa *τώρα πρέπει να λέγεται κανονική ατμόσφαιρα.*

Εμείς ακολουθούμε τον παλιό ορισμό του βάρους. Κανονικά εισέρχεται το σύστημα αναφοράς. Συγκεκριμένα, βάρος είναι η δύναμη που πρέπει να ασκηθεί στο σώμα ώστε να ακινητεί ως προς το σύστημα αναφοράς, π.χ. μέσα στον περιστρεφόμενο δορυφόρο το βάρος είναι μηδέν. Στην επιφάνεια της Γης πρέπει να ληφθεί υπ' όψιν και η περιστροφή της Γης. Αυτό από πολλούς λέγεται φαινόμενο βάρος και το πραγματικό βάρος ταυτίζεται με την έλξη της βαρύτητας. Εμείς εδώ, όπως και πολλά βιβλία Γενικής Φυσικής, ακολουθούμε τον ορισμό της ταύτισης του βάρους με τη δύναμη της βαρύτητας. Μια άλλη περίπτωση είναι ο ορισμός της ηλεκτρικής ροής. Ορίζεται ως το γινόμενο $\Psi = \varepsilon_0 EA \cos\varphi$, *δηλαδή είναι η ροή του μεγέθους* $\varepsilon_0 \vec{E}$ *που λέγεται μετατόπιση. Η ροή του μεγέθους* $\vec{E}$ *είναι* Ψ_E.

Η συνολική ροή, $\Psi_{ολ}$, *του* $\varepsilon_0 \vec{E}$ *από την επιφάνεια που περικλείει το φορτίο* q *είναι απλώς* q *και όχι* q/ε_0 *που είναι η ροή* $\vec{E}$. *Παρ' όλα αυτά χρησιμοποιούμε τον ορισμό που έχει επικρατήσει στη Γενική Φυσική που θεωρεί ηλεκτρική ροή μόνο του* $\vec{E}$ *και το σύμβολο που χρησιμοποιούμε είναι το* Φ_E *σε αντιδιαστολή με το* Φ *που είναι η μαγνητική ροή του μαγνητικού πεδίου* $\vec{B}$. *Τελειώνοντας τονίζουμε ότι, η Φυσική είναι μια βασική επιστήμη που βοηθά τους ασχολούμενους γενικώς με τις Θετικές Επιστήμες και την Τεχνολογία, καθώς και κάθε άνθρωπο να καταλαβαίνει, σε κάποιο βαθμό, τον κόσμο γύρω του και τις συσκευές που τον περιστοιχίζουν. Στο μέλλον η κβαντομηχανική πιθανόν θα παίξει, ακόμη μεγαλύτερο, άμεσο, ρόλο σε νέους κβαντικούς υπολογιστές και νέα ηλεκτρονικά, στην κατανόηση της λειτουργίας του εγκεφάλου και σε πολλά άλλα τεχνολογικά θέματα που ενδιαφέρουν όλους. Γενικώς, η Φυσική εμπλέκεται παντού, από τα φαινόμενα μεγάλης κλίμακας, κατανόηση του σύμπαντος, μέχρι τα φαινόμενα του μικρόκοσμου, κατανόηση των κουάρκ και των μεταξύ τους αλληλεπιδράσεων.*

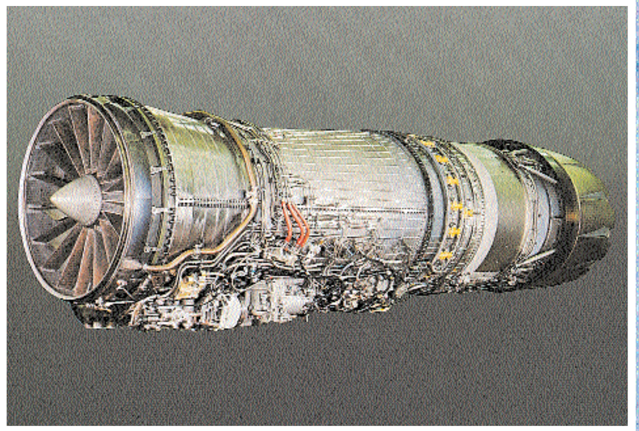
Με την ελπίδα ότι βάζουμε έν μικρό λιθαράκι στην προσπάθεια για καλυτέρευση της εκπαίδευσης στη Φυσική παραδίνουμε το παρόν πόνημα στους Έλληνες δασκάλους της Φυσικής και σε εκείνους τους μαθητές με περισσότερο ενδιαφέρον για τη Φυσική.

Για την ομάδα συγγραφής

Ο υπεύθυνος της ομάδας

Εμμ. Δρης

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1



ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ - ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

1.1 ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΙΔΑΝΙΚΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο κόσμος που αντιλαμβανόμαστε με τις αισθήσεις μας αποτελείται από μακροσκοπικά αντικείμενα, δηλαδή μεγάλα σε σύγκριση με τις ατομικές διαστάσεις. Τα μακροσκοπικά αντικείμενα αποτελούνται από ένα πάρα πολύ μεγάλο πλήθος δομικών λίθων, που είναι τα άτομα και τα μόρια. Ένα κυβικό εκατοστό αέρα για παράδειγμα περιέχει περίπου $2{,}7 \times 10^{19}$ μόρια.

Για να περιγράψουμε τη συμπεριφορά μιας ποσότητας αερίου πρέπει να γνωρίζουμε τις τιμές των φυσικών μεγεθών: πίεση (p), όγκος (V), θερμοκρασία (T). Αυτά τα μεγέθη ονομάζονται μακροσκοπικά μεγέθη ή μακροσκοπικές μεταβλητές, γιατί αναφέρονται σε ποσότητα αερίου με πάρα πολύ μεγάλο πλήθος μορίων. Η περιγραφή της συμπεριφοράς μιας ποσότητας αερίου με τη βοήθεια μακροσκοπικών μεγεθών ονομάζεται μακροσκοπική περιγραφή. Η πίεση που ασκεί ο αέρας σε μια επιφάνεια είναι αποτέλεσμα κρούσεων πάρα πολλών μορίων του αέρα με αυτή την επιφάνεια. Για να υπολογίσουμε την πίεση, μπορούμε να μελετήσουμε την κρούση κάθε μορίου του αέρα με την επιφάνεια, και στη συνέχεια, να βρούμε τι γίνεται για μεγάλο πλήθος μορίων. Η μελέτη της συμπεριφοράς μακροσκοπικών ποσοτήτων αερίων με τη βοήθεια ποσοτήτων μικρής κλίμακας (μικροσκοπικές μεταβλητές), όπως οι ταχύτητες, οι ορμές και οι ενέργειες των μορίων, παρουσιάζει μεγάλη δυσκολία, λόγω του τεράστιου πλήθους των μορίων. Αυτή η δυσκολία αίρεται με τη βοήθεια της Στατικής Μηχανικής, με χρήση της οποίας υπολογίζονται οι μέσες τιμές των μικροσκοπικών μεταβλητών.

Η κινητική θεωρία των αερίων είναι η θεωρία που εξάγει τις σχέσεις ανάμεσα στις μακροσκοπικές και στις μικροσκοπικές μεταβλητές (ή παραμέτρους).

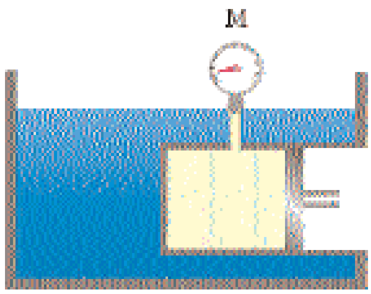
Στο κεφάλαιο αυτό θα ασχοληθούμε με αέρια, που απέχουν αρκετά από τις συνθήκες υγροποίησής τους, είναι δηλαδή πολύ αραιά (ιδανικά αέρια). Θα δούμε αρχικά τους νόμους των ιδανικών αερίων, που συνδέουν τα μεγέθη p, V, T (ή θ) και στη συνέχεια θα γίνει προσπάθεια εξήγησης των νόμων αυτών με τη βοήθεια της κινητικής θεωρίας των αερίων.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΜΕΤΑΒΟΛΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

ΝΟΜΟΣ ΤΩΝ BOYLE - MARIOTTE

Η καθημερινή εμπειρία μάς διδάσκει ότι η μείωση του όγκου μιας ποσότητας αερίου οδηγεί γενικά στην αύξηση της πίεσής του. Μπορούμε να το διαπιστώσουμε πιέζοντας το έμβολο μιας σύριγγας, στην οποία έχουμε εγκλωβίσει αέρα.

Πραγματοποιούμε την διάταξη του σχήματος 1.1. Ποσότητα αερίου βρίσκεται μέσα σε μεταλλικό κυλινδρικό δοχείο, το οποίο περιβάλλεται από νερό σταθερής (πρακτικά) θερμοκρασίας. Μετακινούμε αργά το έμβολο, οπότε η θερμοκρασία του αερίου παραμένει σταθερή, όση η θερμοκρασία του νερού.



ΣΧΗΜΑ 1.1
Πειραματική διάταξη με την οποία πετυχαίνουμε να διατηρούμε σταθερή τη θερμοκρασία του αερίου, ενώ μεταβάλλεται ο όγκος και η πίεση.

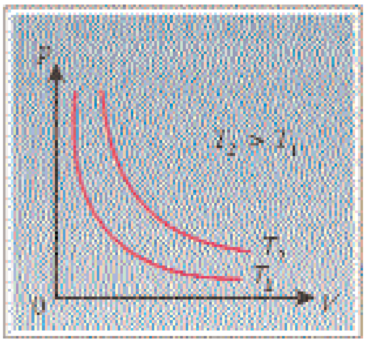
Δίνοντας στον όγκο τις τιμές V_0, $V_0/2$, $V_0/4$, $V_0/8$ παίρνουμε αντίστοιχα για την πίεση τις τιμές p_0, $2p_0$, $4p_0$, $8p_0$. Καταλήγουμε έτσι στο συμπέρασμα:

Ο όγκος ορισμένης μάζας αερίου, υπό σταθερή θερμοκρασία, είναι αντιστρόφως ανάλογος της πίεσης.

$$pV = \text{σταθ.} \quad (T = \text{σταθ.})$$

Η παραπάνω πρόταση ονομάζεται νόμος των Boyle - Mariotte, προς τιμήν των φυσικών Robert Boyle και Edme Mariotte, οι οποίοι πειραματικά - ανεξάρτητα ο ένας απ' τον άλλο - διατύπωσαν τον $17^{ο}$ αιώνα αυτό το νόμο.

Στο σχήμα 1.2. παριστάνεται γραφικά ο νόμος με καμπύλες (υπερβολές), οι οποίες ονομάζονται ισόθερμες, αφού για κάθε μια η θερμοκρασία είναι σταθερή.



ΣχήΜΑ 1.2

Γραφική παράσταση του νόμου των Boyle - Mariotte για την ίδια ποσότητα αερίου σε δύο διαφορετικές θερμοκρασίες

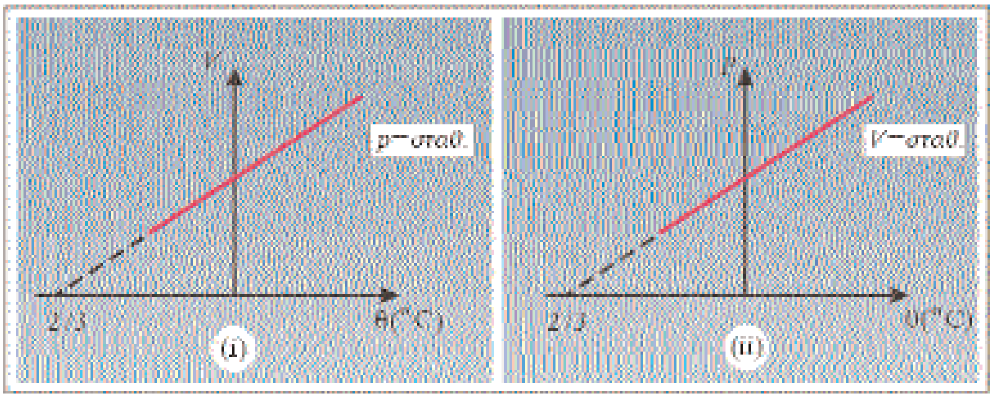
ΝΟΜΟΙ ΤΩΝ CHARLES ΚΑΙ GAY-LUSSAC

Έναν περίπου αιώνα μετά τη διατύπωση του νόμου του Boyle οι Charles και Gay-Lussac εκτελώντας – ανεξάρτητα ο ένας απ' τον άλλο – πειράματα, διαπίστωσαν τα εξής:

(i) Διατηρώντας την πίεση μιας ποσότητας αερίου σταθερή, ο όγκος αυξάνεται γραμμικά με τη θερμοκρασία.

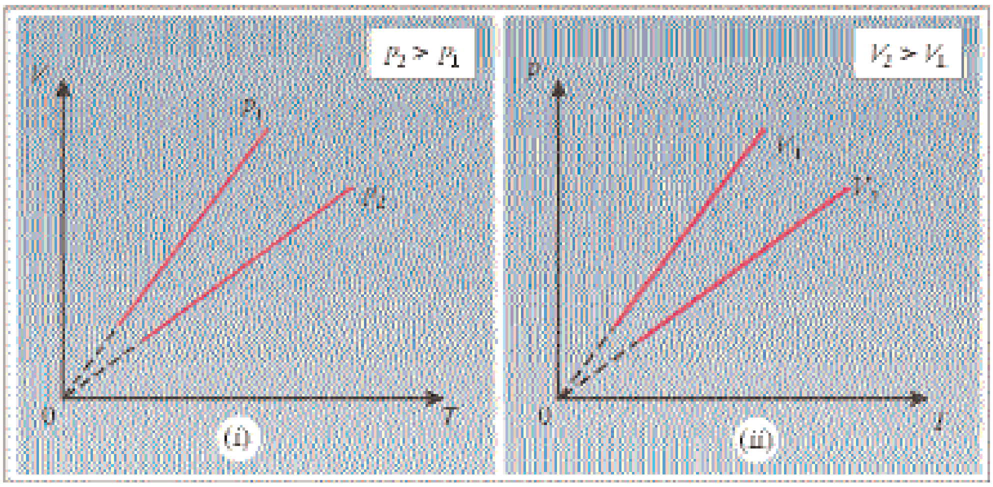
(ii) Διατηρώντας σταθερό τον όγκο μιας ποσότητας αερίου, η πίεση αυξάνεται γραμμικά με τη θερμοκρασία. Τα παραπάνω συμπεράσματα απεικονίζονται στα διαγράμματα των σχημάτων 1.3 και 1.4.

Ως προς την ονομασία των δύο διπλανών νόμων δεν υπάρχει ενιαία άποψη στη βιβλιογραφία. Αλλού αναφέρονται ως 1ος και 2ος νόμος του Gay-Lussac, αλλού αποκαλείται μόνο ο (i) ως νόμος των Charles, Gay-Lussac, ενώ αλλού ο (i) ονομάζεται νόμος του Gay-Lussac και ο (ii) νόμος του Charles.



Σχήμα 1.3

Οι γραφικές παραστάσεις των νόμων των Charles και Gay - Lussac σε άξονες V - θ, p - θ.



ΣχήΜΑ 1.4

Οι γραφικές παραστάσεις των νόμων Charles και Gay - Lussac σε άξονες V - T, p - T.

Παρατηρούμε ότι σε θερμοκρασία περίπου $-273\ ^{o}C$, δηλαδή στο απόλυτο μηδέν ($-273{,}15$ ακριβώς), ο όγκος και η πίεση στις περιπτώσεις (i) και (ii), αντίστοιχα, μηδενίζονται. Στην πράξη τα αέρια υγροποιούνται και στερεοποιούνται σε θερμοκρασίες πολύ πριν από το απόλυτο μηδέν.

Οι παραπάνω νόμοι, εφόσον αναφερόμαστε στην απόλυτη θερμοκρασία του αερίου (μετριέται σε Kelvin), παίρνουν τη μορφή:

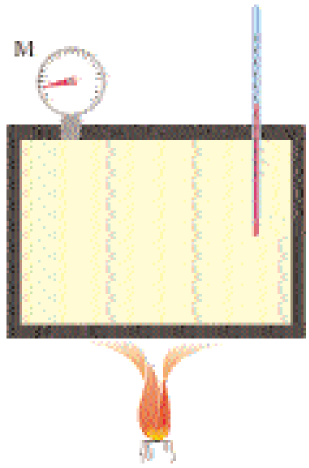
(i) Ο όγκος ορισμένης μάζας αερίου, υπό σταθερή πίεση, είναι ανάλογος με την απόλυτη θερμοκρασία

$$V = \text{σταθ.}\ T,\quad (p = \text{σταθ.}).$$

(ii) Η πίεση ορισμένης μάζας αερίου, υπό σταθερό όγκο, είναι ανάλογη με την απόλυτη θερμοκρασία.

$$p = \text{σταθ.}\ T,\quad (V = \text{σταθ.})$$

Την μεταβολή της θερμοκρασίας αερίου υπό σταθερό όγκο την πετυχαίνουμε με τη διάταξη του σχήματος 1.5.



ΣχήΜΑ 1.5

Μεταβολή της θερμοκρασίας αερίου, υπό σταθερό όγκο

Την μεταβολή της θερμοκρασίας αερίου, υπό σταθερή πίεση, μπορούμε να την πετύχουμε με την διάταξη του σχήματος 1.6. Το έμβολο μετατοπίζεται πολύ αργά, συνεπώς η πίεση του αερίου είναι συνεχώς ίση με το άθροισμα της ατμοσφαιρικής πίεσης συν την πίεση λόγω των βαρυδίων. Το άθροισμα όμως αυτών των πιέσεων είναι συνεχώς σταθερό.

ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

Έστω ότι μια ποσότητα αερίου έχει όγκο V_1, πίεση p_1 και απόλυτη θερμοκρασία T_1. Διατηρώντας σταθερή τη θερμοκρασία T_1 του αερίου, μεταβάλλουμε τον όγκο μέχρι την τιμή V', όπου η πίεση γίνεται p_2. Από το νόμο του Boyle έχουμε

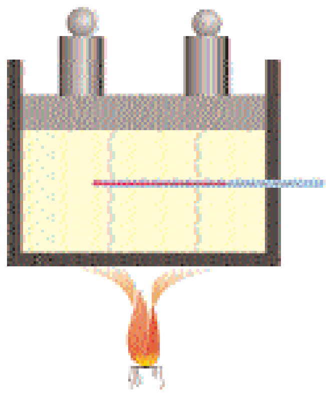
$$p_1 V_1 = p_2 V' \qquad (1.1)$$

Κατόπιν διατηρώντας σταθερή την πίεση, p_2, του αερίου μεταβάλλουμε τη θερμοκρασία του μέχρι την τιμή T_2, οπότε αυτό καταλαμβάνει όγκο V_2. Από το νόμο του Gay - Lussac έχουμε

$$\frac{V'}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \qquad (1.2)$$

Από τις (1.1.) και (1.2) προκύπτει

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \qquad (1.3)$$



ΣχήΜΑ 1.6

Μεταβολή της θερμοκρασίας αερίου, υπό σταθερή πίεση

Δηλαδή το γινόμενο της πίεσης, επί τον όγκο ορισμένης μάζας αερίου, είναι ανάλογο με την απόλυτη θερμοκρασία.

$$pV = \text{σταθ.}\ T$$

Έχουμε ποσότητα ύλης n (μετριέται σε mol) ενός αερίου. Αυτό στις κανονικές (ή πρότυπες) συνθήκες πίεσης και θερμοκρασίας ($p_0 = 1$ atm, $T_0 = 273$ K) καταλαμβάνει όγκο $V_0 = n V_{mol}$ ($V_{mol} = 22{,}4$ L). Μεταβάλλουμε τις συνθήκες, οπότε τα μεγέθη πίεση, όγκος, θερμοκρασία παίρνουν αντίστοιχα τις τιμές p, V, T. Από την σχέση (1.3.) προκύπτει:

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_0 V_0}{T_0} \qquad ή \qquad \frac{pV}{T} = n\,\frac{p_0 V_{mol}}{T_0}$$

Η ποσότητα $\dfrac{p_0 V_{mol}}{T_0}$ είναι σταθερή και συμβολίζεται με R, οπότε έχουμε:

$$\frac{pV}{T} = nR \quad ή$$

$$\boxed{pV = nRT} \tag{1.4}$$

Η σχέση (1.4) ονομάζεται καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων. Η σταθερά R ονομάζεται παγκόσμια σταθερά των αερίων και είναι

$$R = 8{,}314\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol \cdot K}}$$

Σε υπολογισμούς της χημείας ο όγκος μετριέται σε L και η πίεση σε atm, οπότε η σταθερά, χωρίς να αναφέρεται σε συγκεκριμένο σύστημα μονάδων, γίνεται

$$R = 0{,}082\,\frac{\mathrm{L \cdot atm}}{\mathrm{mol \cdot K}}$$

Από την καταστατική εξίσωση μπορούμε να πάρουμε τους τρεις νόμους των αερίων, κρατώντας σταθερά μια από τις τρεις παραμέτρους p, V, T.

Ας εξετάσουμε πειραματικά δεδομένα για τα αέρια O_2, H_2 και He, για να δούμε αν ο νόμος των Boyle - Mariotte, για παράδειγμα, βρίσκεται σε συμφωνία με το πείραμα. Τα διάφορα μεγέθη φαίνονται στον παρακάτω

O_2			H_2			He		
$p/10^5$ Pa	V/L	pV/p_0V_0	$p/10^5$ Pa	V/L	pV/p_0V_0	$p/10^5$ Pa	V/L	pV/p_0V_0
10,07	2,20	0,988	10,07	2,24	1,007	10,04	2,24	1,004
51,4	0,408	0,937	51,9	0,448	1,04	51,1	0,448	1,02
106	0,187	0,884	108	0,224	1,08	105	0,224	1,05

πίνακα.

Η αρχική κατάσταση και των τριών αερίων είναι:

$$T_0 = 273\,\mathrm{K},\ \ p_0 = 10^5\,\mathrm{Pa} \quad και \quad V_0 = 22{,}41$$

Οι τελικές πιέσεις και όγκοι παίρνουν τρεις διαφορετικές τιμές.

Η τρίτη στήλη για καθένα από τα αέρια O_2, H_2 και He δίνει το λόγο pV/p_0V_0, που έχει τιμή περίπου 1, αυτό σημαίνει ότι ο νόμος των Boyle-Marriote

$$p_0 V_0 = pV \quad ή$$

$$\frac{pV}{p_0 V_0} = 1$$

επαληθεύεται και πειραματικά.

Για πιέσεις της τάξης δεκάδων εκατομμυρίων Pa και άνω, οι θεωρητικές τιμές που παίρνουμε από τον νόμο του Boyle αποκλίνουν σημαντικά από τις πειραματικές τιμές. Παρ' όλα αυτά οι παραπάνω νόμοι αποτελούν ένα χρήσιμο εργαλείο μελέτης των αερίων.

Όταν τα αέρια ακολουθούν αυτούς τους νόμους τα λέμε ιδανικά και οι αντίστοιχοι νόμοι ονομάζονται **νόμοι των ιδανικών αερίων**.

Παράδειγμα 1-1

Με αύξηση κατά 150 ^oC της θερμοκρασίας αερίου, που είναι κλεισμένο σε δοχείο σταθερού όγκου, η πίεση αυξάνεται κατά 40%. Να βρεθεί η αρχική και η τελική θερμοκρασία του αερίου σε βαθμούς Κελσίου.

Απάντηση

Η αύξηση της θερμοκρασίας, θ, σε ^oC, ισούται με την αύξηση της απόλυτης θερμοκρασίας, T. Αν η αρχική απόλυτη θερμοκρασία του αερίου είναι T_1, η τελική θερμοκρασία είναι $T_2 = T_1 + 150$ K.

Επίσης, αν είναι p_1 η αρχική πίεση του αερίου, η τελική πίεση είναι

$$p_2 = p_1 + \frac{40}{100} p_1 = 1{,}4\, p_1$$

Αφού ο όγκος του αερίου παραμένει σταθερός, έχουμε

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad \text{ή} \quad \frac{p_1}{T_1} = \frac{1{,}4\, p_1}{T_1 + 150\,\text{K}} \quad \text{ή}$$

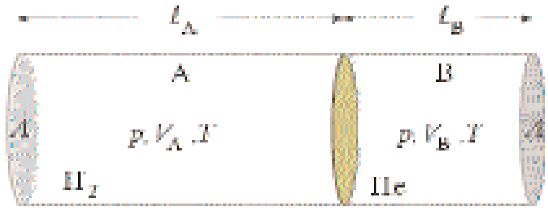
$$T_1 + 150\text{ K} = 1{,}4\, T_1 \quad \text{ή} \quad T_1 = 375\text{ K}$$

οπότε η αρχική θερμοκρασία, θ_1, του αερίου (σε βαθμούς Κελσίου) είναι $\theta_1 = (375\text{-}273)\ ^oC = 102\ ^oC$

Η τελική θερμοκρασία του αερίου είναι $\theta_2 = (102 + 150)\ ^oC = 252\ ^oC$

Παράδειγμα 1-2

Οριζόντιος κυλινδρικός σωλήνας είναι κλειστός στα δύο άκρα του και χωρίζεται σε δύο χώρους με λεπτό έμβολο. Στον ένα χώρο (Α) υπάρχει υδρογόνο και στον άλλο (Β) ήλιο. Η συνολική ποσότητα των δύο αερίων είναι 2,0 mol. Όταν η θερμοκρασία και των δύο αερίων είναι 0 ^oC, το έμβολο ισορροπεί και χωρίζει το σωλήνα σε δύο μήκη που έχουν λόγο $\ell_B/\ell_A = 2/3$. Να υπολογιστεί η ποσότητα της ύλης (μετριέται σε mol) κάθε αερίου. Τα αέρια θεωρούνται ιδανικά.



ΣχήΜΑ 1.7

Απάντηση

Αφού το έμβολο ισορροπεί, θα υπάρχει και στις δύο μεριές του ίδια πίεση. Εφαρμόζοντας την καταστατική εξίσωση για τους δύο χώρους, έχουμε

$$\left.\begin{aligned} pV_A &= n_{H_2}RT \\ pV_B &= n_{He}RT \end{aligned}\right\} \quad \text{ή} \quad \frac{V_A}{V_B} = \frac{n_{H_2}}{n_{He}} \quad \text{ή}$$

$$\frac{A\ell_A}{A\ell_B} = \frac{n_{H_2}}{n_{He}} \quad \text{ή} \quad \frac{\ell_A}{\ell_B} = \frac{n_{H_2}}{n_{He}}$$

όμως

$$\frac{l_B}{l_A} = \frac{2}{3}$$

Άρα

$$\frac{n_{H_2}}{n_{He}} = \frac{3}{2} \quad \text{ή} \quad \frac{n_{H_2}}{n_{H_2} + n_{He}} = \frac{3}{5} \quad \text{ή}$$

$$n_{H_2} = \frac{3}{5}(n_{H_2} + n_{He})$$

οπότε

$$n_{H_2} = 1{,}2 \text{ mol} \quad \text{και} \quad n_{He} = 0{,}80 \text{ mol}$$

ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΤΟΥ ΙΔΑΝΙΚΟΥ ΑΕΡΙΟΥ

Η καταστατική εξίσωση περιγράφει ικανοποιητικά τη συμπεριφορά των πραγματικών αερίων, που έχουν χαμηλή πυκνότητα, δηλαδή είναι πολύ αραιά. Το αέριο που "υπακούει" πλήρως στην καταστατική εξίσωση είναι ένα μοντέλο, που ονομάζεται ιδανικό αέριο. Θα αναφέρουμε τώρα με απλό τρόπο τις ιδιότητες που αποδίδονται στο ιδανικό αέριο, σε μικροσκοπική κλίμακα, ώστε με εφαρμογή της Νευτώνειας Μηχανικής να είναι δυνατή η πρόβλεψη της μακροσκοπικής του συμπεριφοράς.

Η κυριότερη υπόθεση, η οποία ουσιαστικά ορίζει το ιδανικό αέριο σε μικροσκοπική κλίμακα, είναι ότι η εμβέλεια (απόσταση δράσης) των δυνάμεων μεταξύ των μορίων του (ελκτικών και απωστικών) είναι μικρή σε σχέση με την μέση απόσταση μεταξύ των μορίων. Με άλλα λόγια, η δυναμική ενέργεια ένεκα αλληλεπίδρασης μεταξύ των μορίων είναι πολύ μικρή σε σχέση με την κινητική ενέργεια της μεταφορικής τους κίνησης. Αυτό συμβαίνει στην πράξη για πολύ αραιά αέρια, με τα οποία θα ασχοληθούμε εμείς.

Από τα παραπάνω προκύπτουν τα εξής:

α) Οι δυνάμεις μεταξύ των μορίων είναι αμελητέες και εμφανίζονται μόνο κατά τις μεταξύ τους συγκρούσεις.

β) Ο συνολικός όγκος των ίδιων των μορίων είναι αμελητέος σε σχέση με τον όγκο που καταλαμβάνει το αέριο ως σύνολο (όγκος του δοχείου).

γ) Ο χρόνος που διαρκεί η κρούση μεταξύ μορίων ή μορίου και τοιχώματος του δοχείου είναι αμελητέος σε σχέση με το χρόνο μεταξύ δύο διαδοχικών συγκρούσεων ενός μορίου με το ίδιο τοίχωμα.

δ) Στο χρόνο μεταξύ συγκρούσεων το μόριο κινείται με σταθερή ταχύτητα (ευθύγραμμα).

Υποθέτουμε επίσης ότι υπάρχει μεγάλος αριθμός μορίων ακόμη και σε μικρό (μακροσκοπικά) όγκο και ότι γίνεται μεγάλος αριθμός κρούσεων σε μικρούς χρόνους.

Ακόμη δεχόμαστε ότι το αέριο βρίσκεται σε ισορροπία (θερμοδυναμική, όπως θα δούμε αργότερα) σε όλη του την έκταση, καθώς και με τα τοιχώματα του δοχείου. Αυτό σημαίνει πως, για απλοποίηση, μπορούμε να δεχτούμε ότι οι κρούσεις των μορίων με τα τοιχώματα του δοχείου είναι ελαστικές. Δεχόμαστε δηλαδή ότι η κινητική ενέργεια ενός μορίου κατά την κρούση του με ένα ακλόνητο τοίχωμα δεν μεταβάλλεται.

Τέλος, έχουμε ότι τα μόρια κινούνται ατάκτως και συνεπώς η ταχύτητα ενός μορίου μπορεί να έχει με την ίδια πιθανότητα οποιαδήποτε κατεύθυνση.

ΚΙΝΗΣΗ BROWN

Το 1827 ο Άγγλος βοτανολόγος Brown παρατήρησε με το μικροσκόπιό του ότι οι κόκκοι της γύρης μέσα στο νερό εκτελούσαν μια αέναη, άτακτη κίνηση. Αρχικά πίστεψε ότι οι κόκκοι της γύρης είχαν ζωή. Παρατήρησε όμως στη συνέχεια ότι και άλλοι ανόργανοι κόκκοι εκτελούσαν παρόμοια κίνηση μέσα στο νερό. Εξήγηση στο φαινόμενο έδωσε το 1905 ο Einstein. Υπέθεσε ότι το νερό αποτελείται από πολύ μικρά σωματίδια (μόρια), που βρίσκονται σε μια αδιάκοπη άτακτη κίνηση. Η κίνηση των κόκκων της γύρης είναι το αποτέλεσμα των αδιάκοπων κρούσεων, που δέχονται απ' όλες τις μεριές, από τα μόρια του νερού.

Επειδή οι κόκκοι δεν είναι πολύ μεγάλοι, δεν εξουδετερώνονται οι ωθήσεις που δέχονται από όλες τις κατευθύνσεις από τα μόρια του νερού και έτσι κινούνται. Αν ήταν πολύ μεγαλύτεροι, τότε θα δέχοταν μεγαλύτερο αριθμό ωθήσεων προς όλες τις κατευθύνσεις και η πιθανότητα να μην υπάρχει εξουδετέρωσή τους θα ήταν πάρα πολύ μικρή. Φυσικά αν οι κόκκοι ήταν πάρα πολύ μικρότεροι δεν θα ήταν ορατοί.

Η σημασία της εξήγησης του Einstein ήταν μεγάλη για την εποχή εκείνη, διότι εδραίωσε την ατομική θεωρία. Συγκεκριμένα την ιδέα ότι τα σώματα αποτελούνται από διακριτά σωματίδια, τα μόρια, που κινούνται ατάκτως προς όλες τις κατευθύνσεις.

Ομοίως τα μόρια του αέρα εκτελούν μια αέναη τυχαία κίνηση. Αν παρατηρήσουμε με το μικροσκόπιο έναν κόκκο καπνού από τσιγάρο στον αέρα, θα δούμε ότι αυτός κινείται ακανόνιστα. Η κίνησή του είναι το αποτέλεσμα των κρούσεων του κόκκου με τα ατάκτως κινούμενα μόρια του αέρα.

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑ

Μέση τιμή

Όταν έχουμε ένα σύνολο τιμών $\upsilon_1, \upsilon_2, \ldots \upsilon_N$ μιας μεταβλητής υ, τότε η μέση τιμή της υ ορίζεται απ' τη σχέση

$$\overline{\upsilon} = \frac{\upsilon_1 + \upsilon_2 + \ldots + \upsilon_N}{N}$$

Αν οι τιμές της υ δεν είναι όλες διαφορετικές μεταξύ τους, αλλά N_1 απ' αυτές έχουν τιμή υ_1, N_2 έχουν τιμή υ_2 κ.λπ. μπορούμε να γράψουμε:

$$\overline{\upsilon} = \frac{N_1\upsilon_1 + N_2\upsilon_2 + \ldots + N_K\upsilon_K}{N}$$

με

$$N_1 + N_2 + \ldots + N_K = N$$

Μέση τιμή των τετραγώνων

Στην περίπτωση που μας ενδιαφέρει η μέση τιμή των τετραγώνων υ_1^2, $\upsilon_2^2, \ldots, \upsilon_N^2$ των $\upsilon_1, \upsilon_2, \ldots, \upsilon_N$, έχουμε

$$\overline{\upsilon^2} = \frac{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 + \ldots + \upsilon_N^2}{N}$$

Αν οι τιμές της υ^2 δεν είναι όλες διαφορετικές μεταξύ τους, έχουμε

$$\overline{\upsilon^2} = \frac{N_1\upsilon_1^2 + N_2\upsilon_2^2 + \ldots + N_K\upsilon_K^2}{N}$$

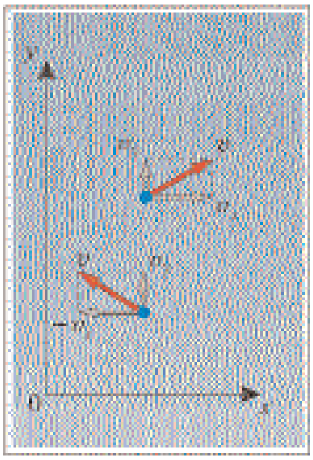
Ρίζα της μέσης τιμής των τετραγώνων (ενεργός τιμή)

Αν η φύση του προβλήματος μας οδηγεί στον υπολογισμό της μέσης τιμής των τετραγώνων, δηλαδή του $\overline{\upsilon^2}$, τότε ορίζουμε τη ρίζα της μέσης τιμής των τετραγώνων (root mean square, rms)

$$\upsilon_{\rm rms} = \sqrt{\overline{\upsilon^2}}$$

Για την $\upsilon_{\rm rms}$ μπορούμε καλύτερα να χρησιμοποιούμε το σύμβολο $\upsilon_{\rm r}$ ή $\upsilon_{\rm εν}$ (ενεργός τιμή).

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΠΙΕΣΗΣ ΙΔΑΝΙΚΟΥ ΑΕΡΙΟΥ



ΣΧΗΜΑ 1.8

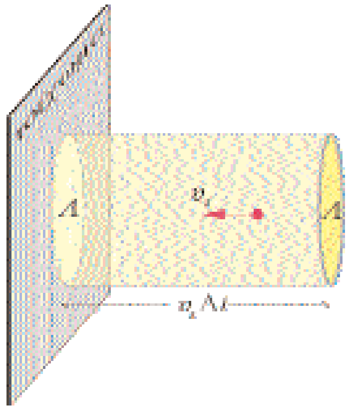
Το μόριο συγκρούεται ελαστικά με το τοίχωμα, οπότε στη διεύθυνση x αναπηδά με αντίθετη ταχύτητα απ' αυτή που προσπίπτει.

Θεωρούμε ιδανικό αέριο, αποτελούμενο από N μόρια, σε δοχείο όγκου V. Έστω ότι το δοχείο έχει ένα επίπεδο τοίχωμα, στο επίπεδο Oyz (στο σχήμα 1.8 φαίνεται το επίπεδο Oxy). Έστω ένα μόριο μάζας m, το οποίο κινείται με ταχύτητα $\vec{\upsilon}$, έτσι που να συγκρουστεί με το τοίχωμα. Το μόριο κατά την (ελαστική) κρούση του με το τοίχωμα δέχεται από αυτό δύναμη (και ασκεί στο τοίχωμα δύναμη) στη διεύθυνση x και ανακλάται.

Η ορμή του μορίου δεν μεταβάλλεται στις διευθύνσεις y και z. Στη διεύθυνση x η ορμή του μορίου πριν την κρούση με το τοίχωμα είναι $-mv_x$ και μετά mv_x. Άρα η μεταβολή της ορμής του μορίου στη διεύθυνση x είναι $mv_x - (-mv_x) = 2mv_x$.

Για να συγκρουστεί ένα μόριο με το τοίχωμα σε χρόνο Δt (πολύ μικρό) πρέπει να βρίσκεται σε απόσταση απ' αυτό μικρότερη ή ίση με $v_x \Delta t$.

Θα υποθέσουμε, για ευκολία, ότι σε μια χρονική στιγμή τα μισά μόρια κατευθύνονται (στη διεύθυνση x) προς το τοίχωμα και ότι τα άλλα μισά απομακρύνονται απ' αυτό, έχοντας όλα την ίδια κατά μέτρο συνιστώσα της ταχύτητας, v_x, στον άξονα x.



ΣΧΗΜΑ 1.9

Θεωρούμε ότι το πλήθος των μορίων που συγκρούονται με την επιφάνεια εμβαδού Α σε χρόνο Δt, ισούται με το μισό του πλήθους των μορίων που περιέχονται κάποια στιγμή στον όγκο $(Av_x\Delta t)$. Αυτή η υπόθεση μπορεί να δικαιολογηθεί θεωρώντας το τοίχωμα πολύ μεγάλης έκτασης.

Σε χρόνο Δt, το πλήθος των μορίων, που συγκρούονται με την επιφάνεια εμβαδού A του τοιχώματος και αναπηδούν, θα είναι ίσο με τον αριθμό των μορίων ανά μονάδα όγκου (N/V), επί τον όγκο $(A v_x \Delta t)$ που φαίνεται στο σχήμα 1.9, επί 1/2, αφού μόνο τα μισά μόρια κατευθύνονται προς το τοίχωμα.

Η μεταβολή της ορμής του συνόλου των παραπάνω μορίων, σε χρόνο Δt, είναι

$$\Delta P_{\mathrm{x}} = \frac{1}{2}\frac{N}{V} A v_{\mathrm{x}} \Delta t \, 2mv_{\mathrm{x}}$$

(Εδώ συμβολίζουμε την ορμή με P για να μην συγχέεται με την πίεση p).

Άρα

$$\frac{\Delta P_{\mathrm{x}}}{\Delta t} = \frac{NAmv_{\mathrm{x}}^{2}}{V}$$

Από το 2ο Νόμο του Νεύτωνα προκύπτει ότι το τοίχωμα ασκεί δύναμη σε κάθε μόριο. Σύμφωνα όμως και με την αρχή δράσης - αντίδρασης (τρίτος Νόμος του Νεύτωνα), και το κάθε μόριο ασκεί δύναμη στο τοίχωμα.

Κατά μέσο όρο η δύναμη F στην επιφάνεια εμβαδού A είναι

$$F = \frac{\Delta P_{\mathrm{x}}}{\Delta t} = \frac{NAmv_{\mathrm{x}}^{2}}{V}$$

Η πίεση είναι

$$p = \frac{F}{A} = \frac{Nmv_{\mathrm{x}}^{2}}{V}$$

Επειδή όλα τα μόρια δεν έχουν την ίδια v_x (και v), πρέπει να πάρουμε τους μέσους όρους για μεγάλο πλήθος μορίων που έχουν διαφορετικές ταχύτητες. Ισχύει

$$v^2 = v_{\mathrm{x}}^{2} + v_{\mathrm{y}}^{2} + v_{\mathrm{z}}^{2}$$

Η μέση τιμή του τετραγώνου των ταχυτήτων, $\overline{v^2}$, θα δίνεται απ' τη σχέση

$$\overline{v^2} = \overline{v_{\mathrm{x}}^{2}} + \overline{v_{\mathrm{y}}^{2}} + \overline{v_{\mathrm{z}}^{2}}$$

Όλες οι διευθύνσεις είναι ισοδύναμες, άρα

$$\overline{v_{\mathrm{x}}^{2}} = \overline{v_{\mathrm{y}}^{2}} = \overline{v_{\mathrm{z}}^{2}}$$

Οπότε

$$\overline{\upsilon^2} = 3\overline{\upsilon_x^{\,2}} \quad \text{ή} \quad \overline{\upsilon_x^{\,2}} = \frac{\overline{\upsilon^2}}{3}$$

Συνεπώς η πίεση είναι

$$p = \frac{1}{3}\frac{Nm\overline{\upsilon^2}}{V}$$

Επειδή η πυκνότητα, ρ του αερίου είναι

$$\varrho = \frac{Nm}{V}$$

έχουμε

$$\boxed{p = \frac{1}{3}\rho\overline{\upsilon^2}} \qquad (1.5)$$

Ακόμη μπορούμε να γράψουμε

$$p = \frac{2}{3}\frac{N}{V}\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2} \quad \text{ή}$$

$$\boxed{p = \frac{2}{3}\frac{N}{V}E_K} \qquad (1.6)$$

Το $E_K = \frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2}$ είναι η μέση τιμή της κινητικής ενέργειας (μεταφοράς) για κάθε μόριο.

Ludwig Boltzmann (1844 - 1906)

Αυστριακός φυσικός θεμελιωτής της Στατιστικής Μηχανικής.

ΣΧΕΣΗ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ ΚΑΙ ΜΕΣΗΣ ΚΙΝΗΤΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΤΩΝ ΜΟΡΙΩΝ

Η σχέση (1.6) με τη βοήθεια της καταστατικής εξίσωσης γίνεται

$$\frac{nRT}{V} = \frac{2N}{3V}E_K \quad \text{ή} \quad E_K = \frac{3}{2}\frac{nR}{N}T$$

Ο αριθμός των μορίων N ισούται με την ποσότητα ύλης n (μετριέται σε mol), επί τη σταθερά Avogadro N_A, δηλαδή $N = nN_A$

Άρα έχουμε

$$E_K = \frac{3}{2}\frac{R}{N_A}T$$

Η σταθερά $k = \frac{R}{N_A}$ είναι η σταθερά του Boltzmann και ισούται με

$$k = \frac{R}{N_A} = \frac{8{,}314 \text{ J / mol} \cdot \text{K}}{6{,}022 \text{ μόρια / mol}} = 1{,}381 \times 10^{-23} \text{ J / μόριο} \cdot \text{K} \quad \text{ή}$$

$$k = 1{,}381 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

Άρα καταλήγουμε

$$\boxed{E_K = \frac{3}{2}kT} \qquad (1.7)$$

Δηλαδή η μέση κινητική ενέργεια μεταφοράς των μορίων εξαρτάται μόνο από την θερμοκρασία και μάλιστα είναι ανάλογη της απόλυτης θερμοκρασίας.

Από την σχέση (1.7) υπολογίζουμε την

$$\upsilon_r = \sqrt{\overline{\upsilon^2}} \, (= \upsilon_{rms})$$

και βρίσκουμε

$$\boxed{\upsilon_r = \sqrt{\frac{3kT}{m}}} \qquad (1.8)$$

Η (1.8) μπορεί ακόμα να γραφεί

$$\upsilon_r = \sqrt{\frac{3RT}{N_A\, m}}$$

Όμως το γινόμενο $N_A\, m$ είναι η μάζα M ενός mol μορίων (γραμμομοριακή μάζα), άρα

$$\boxed{\upsilon_r = \sqrt{\frac{3RT}{M}}} \qquad (1.9)$$

Παράδειγμα 1-3

Πόση είναι η μέση κινητική ενέργεια, λόγω μεταφορικής κίνησης, κάθε μορίου ιδανικού αερίου σε θερμοκρασία 27 °C; [$k = 1{,}38 \times 10^{-23}$ J/K]

Απάντηση

Ισχύει

$$E_K = \frac{3}{2} kT$$

και αντικαθιστώντας έχουμε

$$E_k = \frac{3}{2} 1{,}38 \times 10^{-23} \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}} 300\,\mathrm{K} \quad \text{ή} \quad E_K = 6{,}21 \times 10^{-21}\,\mathrm{J}$$

Παράδειγμα 1-4

Ιδανικό αέριο σε κανονικές (ή πρότυπες) συνθήκες ($T_0 = 273$ K, $p_0 = 1{,}0 \times 10^5\,\mathrm{N/m^2}$) έχει πυκνότητα $\rho_0 = 0{,}30\,\mathrm{kg/m^3}$. Να υπολογιστεί η υ_r των μορίων του αερίου σε θερμοκρασία $T = 1100$ K.

Απάντηση

Από την σχέση (1.5) έχουμε για τις κανονικές συνθήκες

$$p_0 = \frac{1}{3} \rho_0 \overline{\upsilon_0^2}$$

Συμβολίζουμε με υ_{or} την $\sqrt{\overline{\upsilon_0^2}}$, οπότε

$$\upsilon_{or} = \sqrt{\frac{3p_0}{\rho_0}} \qquad (\mathrm{I})$$

Από τη σχέση 1.8 έχουμε για την υ_{or}, καθώς και για την ζητούμενη υ_r

$$\upsilon_{or} = \sqrt{\frac{3kT_0}{m}}$$

και

$$\upsilon_r = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

Διαιρώντας κατά μέλη παίρνουμε

$$\frac{\upsilon_{or}}{\upsilon_r} = \sqrt{\frac{T_0}{T}} \quad \text{ή} \quad \upsilon_r = \upsilon_{or}\sqrt{\frac{T}{T_0}}$$

Η τελευταία σχέση λόγω της (Ι) γίνεται

$$\upsilon_r = \sqrt{\frac{3p_0T}{\rho_0 T_0}}$$

και με αντικατάσταση των δεδομένων προκύπτει $\upsilon_r = 2000\ \text{m/s}$

Τα αερόστατα της φωτογραφίας χρησιμοποιούν θερμό αέρα.

Παράδειγμα 1-5

Μια ποσότητα αζώτου με μάζα $m_{ολ} = 8{,}4\,\text{kg}$ βρίσκεται σε κατάσταση όπου η πυκνότητα του είναι $\rho = 4{,}2\ \text{kg/m}^3$ και η $\upsilon_r = 500\ \text{m/s}$. Να υπολογισθούν:

α) Η πίεση, που ασκεί το άζωτο στα τοιχώματα του δοχείου, στο οποίο περιέχεται.

β) Ο όγκος και ο αριθμός των μορίων του αζώτου.

γ) Η μέση κινητική ενέργεια ενός μορίου (λόγω μεταφορικής κίνησης).

δ) Η θερμοκρασία

Δίνονται: $N_A = 6{,}0 \times 10^{23}$ μόρια/mol, $k = 1{,}4 \times 10^{-23}$ J/K και η σχετική μοριακή μάζα του αζώτου 28.

Απάντηση

α) Από την σχέση

$$p = \frac{1}{3}\rho\overline{\upsilon^2} = \frac{1}{3}\rho\upsilon_r^{\,2}$$

έχουμε

$$p = \left(\frac{1}{3} \times 4{,}2 \times 500^2\right)\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 3{,}5 \times 10^5\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

β) Η πυκνότητα ρ δίνεται απ' τη σχέση $\rho = m_{ολ}/V$, άρα

$$V = \frac{m_{ολ}}{\rho} = \frac{8{,}4}{4{,}2}\,\text{m}^3 = 2{,}0\,\text{m}^3$$

Η ποσότητα ύλης (σε mol) του αζώτου είναι

$$n = \frac{m_{ολ}}{M} = \frac{8{,}4}{28 \times 10^{-3}}\ \text{mol} = 300\ \text{mol}$$

οπότε ο αριθμός των μορίων Ν υπολογίζεται απ' τη σχέση

$$N = nN_A = (300 \times 6 \times 10^{23})\ \text{μόρια} = 18 \times 10^{25}\ \text{μόρια}$$

γ) Έχουμε

$$E_K = \frac{1}{2} m {\upsilon_r}^2$$

Η μάζα m κάθε μορίου (μοριακή μάζα) υπολογίζεται από το πηλίκο

$$\frac{m_{ολ}}{N} \left(ή\ \frac{M}{N_A} \right)$$

άρα

$$E_K = \frac{1}{2} \frac{m_{ολ}}{N} {\upsilon_r}^2 = \frac{1}{2} \times \frac{8{,}4}{18 \times 10^{25}} \times 500^2\ \text{J} = 5{,}8 \times 10^{-21}\ \text{J}$$

δ) Είναι

$$E_K = \frac{3}{2} kT$$

άρα

$$T = \frac{2E_K}{3k} = \frac{2 \times 5{,}8 \times 10^{-21}}{3 \times 1{,}4 \times 10^{-23}}\ \text{K} = 280\ \text{K}$$

ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΤΩΝ ΜΙΚΡΟΣΚΟΠΙΚΩΝ ΙΔΙΟΤΗΤΩΝ ΚΟΡΕΣΜΕΝΩΝ ΚΑΙ ΑΚΟΡΕΣΤΩΝ ΑΤΜΩΝ

Έχουμε ένα δοχείο στο οποίο έχει αντληθεί ο αέρας και σ' αυτό ρίχνουμε μικρή ποσότητα από κάποιο υγρό (αιθέρα ή νερό). Όλο το υγρό εξαερώνεται πάρα πολύ γρήγορα και το μανόμετρο Μ δείχνει την πίεση (τάση) των ατμών [Σχ. 1.10 (α)].

Ρίχνουμε ακόμη μικρή ποσότητα υγρού στο δοχείο, και αυτή εξαερώνεται, οπότε το μανόμετρο δείχνει μεγαλύτερη πίεση [Σχ. 1.10 (β) (γ)].

Συνεχίζοντας με αυτόν τον τρόπο την εισαγωγή υγρού στο δοχείο, θα παρατηρήσουμε ότι κάποια στιγμή θα σταματήσει η εξαέρωση του υγρού και η αύξηση της πίεσης (δ).

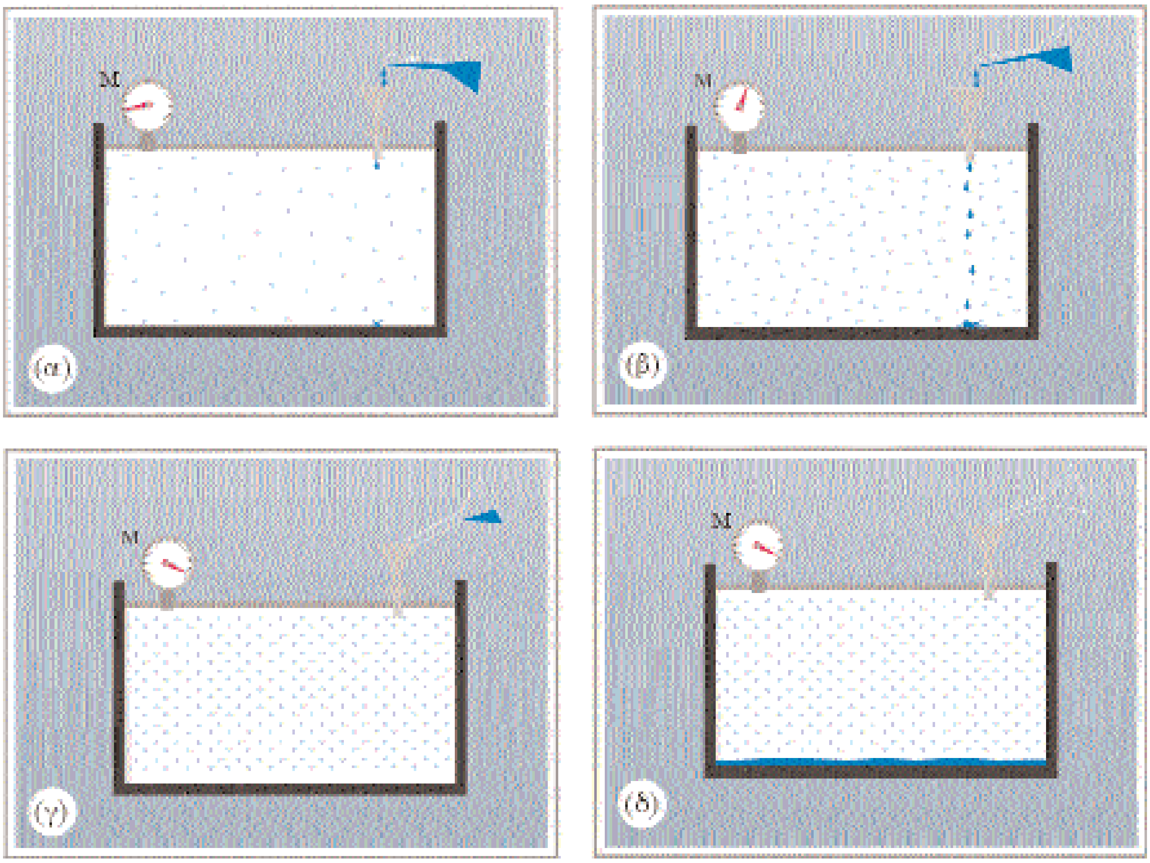
Αυτό συμβαίνει, επειδή ο χώρος του δοχείου δεν μπορεί να συγκρατήσει και άλλους ατμούς έχει φθάσει σε κορεσμό, και λέμε ότι περιέχει κορεσμένους ατμούς. Η πίεση των ατμών αυτών ονομάζεται τάση κορεσμένων ατμών.

Αν συνεχίσουμε την ρίψη υγρού στο δοχείο, όταν αυτό είναι στην κατάσταση κορεσμού, η ένδειξη του μανόμετρου μένει αμετάβλητη, συνεπώς η τάση κορεσμένων ατμών είναι ανεξάρτητη της περιεχόμενης ποσότητας υγρού.

Αν ο χώρος του δοχείου έχει λιγότερους ατμούς από ότι στην περίπτωση του κορεσμού, οι ατμοί λέγονται ακόρεστοι.

Η ερμηνεία αυτού του φαινομένου είναι η εξής:

Τα μόρια των υγρών, όπως και των αερίων, εκτελούν τυχαία κίνηση και η κινητική τους ενέργεια εξαρτάται από την θερμοκρασία. Λόγω της τυχαίας κίνησης των μορίων του υγρού, μερικά από αυτά έχουν διεύθυνση κίνησης προς την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού. Φθάνοντας κοντά σ' αυτή, αν έχουν αρκετά μεγάλη κινητική ενέργεια για να υπερνικήσουν τις ελκτικές δυνάμεις από τα άλλα μόρια του υγρού, βγαίνουν από το υγρό δημιουργώντας τους ατμούς.



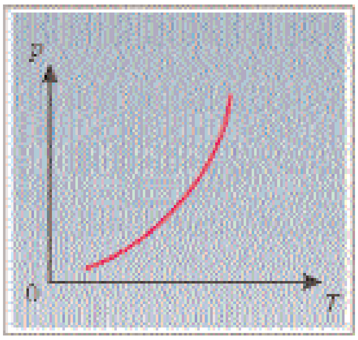
ΣΧΗΜΑ 1.10

Αύξηση της πίεσης των ατμών μέχρι την τιμή κορεσμού (τάση κορεσμένων ατμών)

Τα μόρια των ατμών κινούνται και αυτά τυχαία, οπότε αν μερικά από αυτά έχουν διεύθυνση κίνησης προς την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού και αρκετή κινητική ενέργεια, έλκονται από τα μόρια του και επιστρέφουν στην υγρή κατάσταση. Αν οι ατμοί πάνω από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού είναι πολύ αραιοί, ο αριθμός των μορίων που εισέρχονται στο υγρό είναι μικρότερος από τον αριθμό των μορίων που εξέρχονται από αυτό. Αν έχουμε επαρκή ποσότητα υγρού σε κλειστό δοχείο, θα αυξάνεται η πυκνότητα των ατμών και, συνεπώς, όλο και περισσότερα μόρια θα εισέρχονται στο υγρό.

Όταν η πίεση των ατμών γίνει ίση με την τάση των κορεσμένων ατμών, τότε ο αριθμός των μορίων που εισέρχονται στο υγρό σε κάποιο χρόνο γίνεται ίσος με τον αριθμό των μορίων που εξέρχονται από αυτό στον ίδιο χρόνο. Έτσι λοιπόν έχουμε μια δυναμική ισορροπία μεταξύ του αριθμού των μορίων που εξέρχονται και εισέρχονται στο υγρό.

Αν αυξήσουμε την θερμοκρασία, παύει να υπάρχει ισορροπία μεταξύ της υγρής και της αέριας φάσης και αυξάνεται ο αριθμός των μορίων που διαφεύγουν από το υγρό προς το αέριο. Για να αποκατασταθεί εκ νέου η δυναμική ισορροπία θα πρέπει να αυξηθεί και ο αριθμός των μορίων που εισχωρούν στο υγρό. Αυτό γίνεται μόνο αν αυξηθεί η πίεση των ατμών. Έτσι λοιπόν συμπεραίνουμε ότι “όταν αυξηθεί η θερμοκρασία αυξάνεται και η τάση των κορεσμένων ατμών”. Η καμπύλη του σχήματος 1.11 δίνει την μεταβολή της τάσης (πίεσης) κορεσμένων ατμών με την θερμοκρασία.



ΣΧΗΜΑ 1.11

Μεταβολή της τάσης κορεσμένων ατμών με τη θερμοκρασία.

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

❑ Ο όγκος ορισμένης μάζας αερίου, υπό σταθερή θερμοκρασία, είναι αντιστρόφως ανάλογος της πίεσης

$$pV = \text{σταθ.}$$

❑ Ο όγκος ορισμένης μάζας αερίου υπό σταθερή πίεση, είναι ανάλογος της απόλυτης θερμοκρασίας, (μετριέται σε Kelvin, K)

$$V = \text{σταθ. } T.$$

❑ Η πίεση ορισμένης μάζας αερίου, υπό σταθερό όγκο, είναι ανάλογη της απόλυτης θερμοκρασίας

$$p = \text{σταθ. } T.$$

❑ Το γινόμενο της πίεσης επί τον όγκο ορισμένης μάζας αερίου, είναι ανάλογο της απόλυτης θερμοκρασίας

$$pV = \text{σταθ. } T$$

❑ Η καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων είναι

$$pV = nRT$$

❑ Το ιδανικό αέριο είναι ένα μοντέλο στο οποίο αποδίδουμε ορισμένες ιδιότητες σε μοριακή κλίμακα, ώστε με εφαρμογή της Νευτώνειας Μηχανικής και άλλες παραδοχές να είναι δυνατή η πρόβλεψη της μακροσκοπικής του συμπεριφοράς.

❑ Η πίεση του ιδανικού αερίου σχετίζεται με την μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων, σύμφωνα με τη σχέση

$$p = \frac{1}{3}\frac{Nm\overline{v^2}}{V}$$

N είναι το πλήθος των μορίων, m η μάζα κάθε μορίου και V ο όγκος το αερίου.

❑ Η μέση κινητική ενέργεια ενός μορίου ιδανικού αερίου, λόγω μεταφορικής κίνησης, σχετίζεται με τη θερμοκρασία, σύμφωνα με τη σχέση

$$E_k = \frac{3}{2}kT$$

όπου k η σταθερά του Boltzmann.

❑ Η $v_r = \sqrt{\overline{v^2}}$ των μορίων ιδανικού αερίου σχετίζεται με τη θερμοκρασία, σύμφωνα με τη σχέση

$$v_r = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

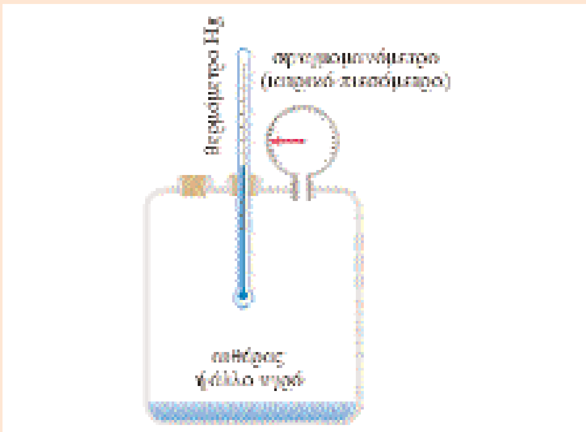
❑ Τάση κορεσμένων ατμών, σε ορισμένη θερμοκρασία, ονομάζουμε την πίεση των ατμών ενός υγρού, όταν το υγρό και οι ατμοί βρίσκονται σε ισορροπία. Η τάση των

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

1. ΤΑΣΗ ΑΤΜΩΝ ΥΓΡΟΥ

Χρησιμοποιείστε τη διάταξη του σχήματος, για να εξετάσετε την τάση των κορεσμένων ατμών, συναρτήσει της θερμοκρασίας.

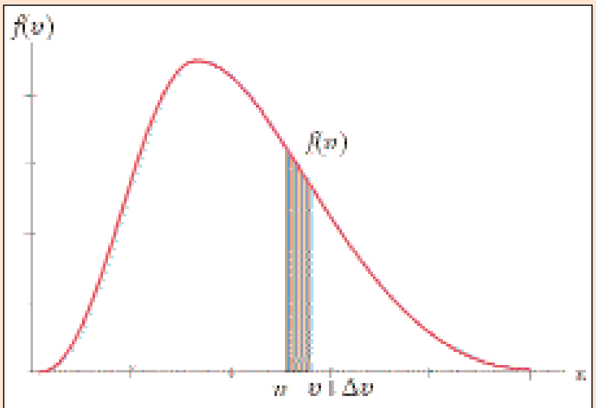
Η αύξηση της θερμοκρασίας του αιθέρα κατά λίγους βαθμούς μπορεί να γίνει με βύθιση του δοχείου σε νερό, του οποίου μεταβάλλεται η θερμοκρασία ή με ρεύμα αέρα από στεγνωτήρα μαλλιών.



2. ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΟΡΙΑΚΩΝ ΤΑΧΥΤΗΤΩΝ

α) Τα μόρια μιας ποσότητας αερίου έχουν διαφορετικές ταχύτητες και διαφορετικές κινητικές ενέργειες. Οι ταχύτητες έχουν τυχαία κατεύθυνση και μέτρο. Είναι αδύνατος ο προσδιορισμός των ταχυτήτων όλων των μορίων κάθε χρονική στιγμή. Παρόλο το τυχαίο των ταχυτήτων, μπορεί να διερωτηθεί κάποιος για το ποιά είναι η κατανομή των μοριακών ταχυτήτων; Πώς δηλαδή, μπορούμε να βρούμε τον αριθμό των μορίων με ταχύτητες στην περιοχή από υ_1 έως υ_2.

Η απάντηση στο ερώτημα αυτό δόθηκε από τον J.C. Maxwell, ο οποίος παρήγαγε μια



Κατανομή ταχυτήτων κατά Maxwell-Boltzmann

$f(\upsilon) = \dfrac{\Delta N}{N_0 \Delta \upsilon}$

έκφραση για την κατανομή των μοριακών ταχυτήτων. Η έκφραση αυτή ονομάζεται κατανομή Maxwell - Boltzmann και παριστάνεται γραφικά στο διάγραμμα του σχήματος.

Το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν παριστάνει το ποσοστό των μορίων με ταχύτητες μεταξύ υ και $\upsilon + \Delta\upsilon$. N_0 είναι ο συνολικός αριθμός μορίων του αερίου.

β) Δίνεται ο πίνακας Ι, κατανομής μοριακών ταχυτήτων ατμών αργύρου 107. Ο άργυρος είναι σε αέρια κατάσταση και βρίσκεται σε ατομική μορφή. Η ατομική μάζα (που είναι και μοριακή) ισούται με $1{,}78 \times 10^{-25}$ kg. Στην πρώτη στήλη δίνεται η ταχύτητα στη μέση κάθε διαστήματος ταχυτήτων. Στη δεύτερη στήλη δίνεται το πλήθος των ατόμων που έχουν ταχύτητες στο αντίστοιχο διάστημα ταχυτήτων, δηλαδή από υ έως $\upsilon + \Delta\upsilon$, για δεδομένη θερμοκρασία. Η τρίτη στήλη είναι όπως η δεύτερη, αλλά για διαφορετική θερμοκρασία. Το εύρος, $\Delta\upsilon$, κάθε διαστήματος είναι 100 m/s. Θεωρήστε ότι για κάθε διάστημα ταχυτήτων, όλα τα άτομα έχουν περίπου την ίδια ταχύτητα, ίση με την ταχύτητα στη μέση του διαστήματος, η οποία φαίνεται στην πρώτη στήλη.

(i) Από τα δεδομένα της 1ης και 2ης στήλης υπολογίστε τη μέση τιμή του μέτρου των ταχυτήτων, $\bar{\upsilon}$.

(ii) Υπολογίστε τη μέση ενέργεια μεταφοράς, ανά άτομο αργύρου και τη θερμοκρασία του αερίου των ατόμων αργύρου, από τα δεδομένα της 1ης και 2ης στήλης.

(iii) Από τα δεδομένα του πίνακα Ι, σχεδιάστε στο ίδιο διάγραμμα τις κατανομές ταχυτήτων, ως ποσοστό ατόμων ανά μονάδα εύρους ταχυτήτων

$$f(\upsilon) = \frac{\Delta N}{N_0 \Delta \upsilon}$$

συναρτήσει της ταχύτητας. Θα φτιάξετε παραστάσεις όπως αυτή του προηγουμένου σχήματος. Το $f(\upsilon)$ μπορεί να ληφθεί στο υ που είναι στη μέση του διαστήματος υ, $\upsilon + \Delta\upsilon$. Χωρίς υπολογισμούς απαντήστε σε ποια από τις δύο περιπτώσεις η θερμοκρασία είναι μεγαλύτερη. Υπολογίστε τη θερμοκρασία από τα δεδομένα της 1ης και 3ης στήλης.

(iv) Δίνεται ο πίνακας ΙΙ, ο οποίος δίνει την κατανομή ταχυτήτων σωματίων μάζας πολύ μεγαλύτερης αυτής των ατόμων. Τα σωμάτια αιωρούνται μέσα στο αέριο ατόμου αργύρου, σε μια από τις δύο προηγούμενες θερμοκρασίες. Το όλο σύστημα βρίσκεται σε θερμοδυναμική ισορροπία.

Το $\Delta\upsilon$ είναι $1{,}0 \times 10^{-6}$ m/s. Σε αυτή την περίπτωση (όπως και για κάθε περίπτωση μίγματος διαφορετικών κλασικών σωματίων) ισχύει το εξής: Για κάθε διαφορετική κατηγορία σωματίων χωριστά, η μέση ενέργεια ανά βαθμό ελευθερίας είναι ίση

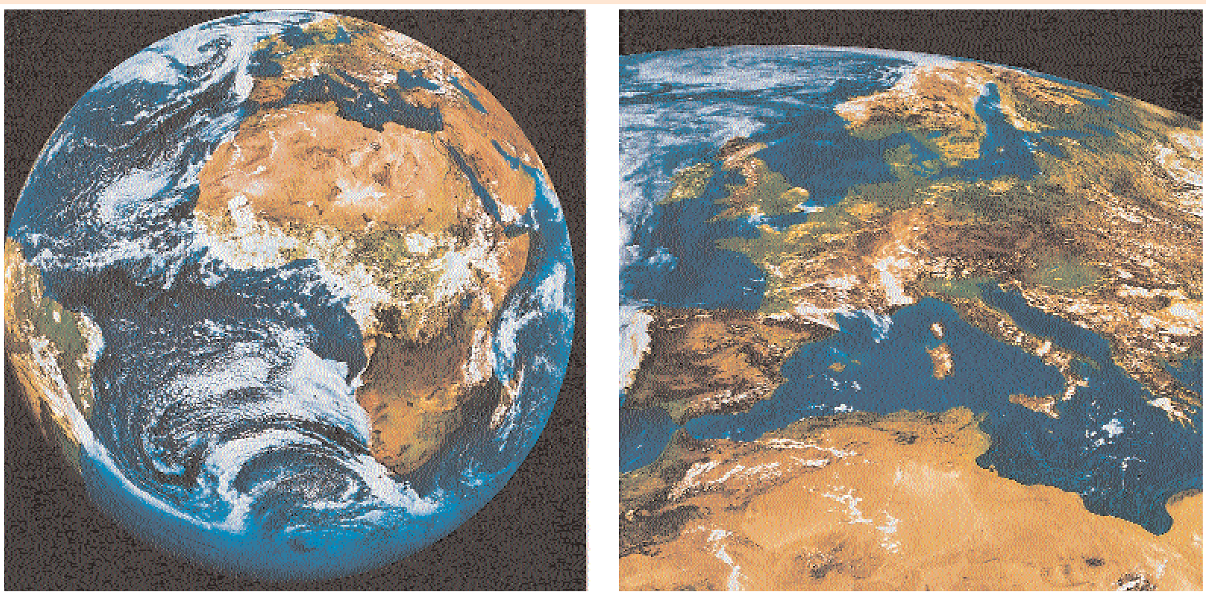
ΠΙΝΑΚΑΣ Ι		
υ/ms^{-1}	ΔN σε πλήθος ατόμων	ΔN σε πλήθος ατόμων
50	110	50
150	880	530
250	1800	1190
350	2300	1700
450	2050	1850
550	1410	1700
650	800	1300
750	380	800
850	135	500
950	45	200
1050	10	100
1150	1	40
1250	0	10
1350	0	3

ΠΙΝΑΚΑΣ ΙΙ	
υ/10 [illegible] ms^{-1}	ΔN σε πλήθος ατόμων
0,5	42
1,5	420
2,5	920
3,5	1470
4,5	1730
5,5	1620
6,5	1350
7,5	980
8,5	680
9,5	360
10,5	210
11,5	100
12,5	35
13,5	10

με $kT/2$, δηλαδή ισχύει η ισοκατανομή ενέργειας. Εδώ πρόκειται για μεγάλα σωμάτια σε σχέση με τα άτομα και μόρια, άρα η κίνησή τους είναι κίνηση Brown για την οποία, σύμφωνα με τα ανωτέρω, ισχύει η ισοκατανομή ενέργειας. Σχεδιάστε την $f(\upsilon)$, ως συνάρτηση του υ.

Βρείτε την μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων και την μέση τιμή του μέτρου της ταχύτητας. Δίνεται ότι η μάζα του κάθε σωματίου είναι $1{,}0 \times 10^{-9}$ kg. Πόση είναι η θερμοκρασία του μίγματος; Συγκρίνετε τα αποτελέσματα με τα αντίστοιχα που βρήκατε από τον πίνακα 1. Η θερμοκρασία που θα βρείτε είναι ίση με τη μια από τις θερμοκρασίες των ατμών Ag. Η αντίστοιχη, αέρια φάση είναι, ουσιαστικά, μίγμα ατόμων Ag και των σωματίων μάζας $1{,}0 \times 10^{-9}$ kg.

Σε πόση θερμοκρασία η κατανομή ταχυτήτων των σωματίων μεγάλης μάζας ($f(\upsilon)$ συναρτήσει υ), θα συνέπιπτε με αυτή του Ag στους 1000 K;

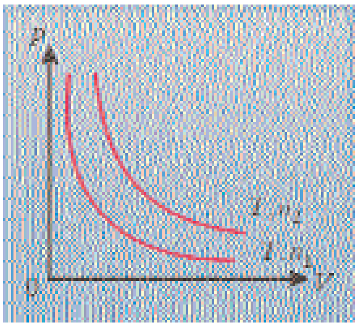


Εφαρμογή των νόμων των αερίων έχουμε στην Μετεωρολογία.
Οι δύο παραπάνω φωτογραφίες είναι από δορυφόρο (ευγενική προσφορά της Ε.Μ.Υ).

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1

Στο παρακάτω διάγραμμα να βρείτε την ισόθερμη καμπύλη που αντιστοιχεί στο αέριο με τη μεγαλύτερη ποσότητα ύλης.



Δικαιολογήστε την απάντηση σας.

2

Ο όγκος δεδομένης ποσότητας ιδανικού αερίου διπλασιάζεται, υπό σταθερή πίεση, και κατόπιν μειώνεται η πίεση, υπό σταθερό όγκο, στο μισό της αρχικής της τιμής. Η τελική απόλυτη θερμοκρασία του αερίου είναι:

(α) διπλάσια της αρχικής απόλυτης θερμοκρασίας
(β) τετραπλάσια της αρχικής απόλυτης θερμοκρασίας
(γ) μισή της αρχικής απόλυτης θερμοκρασίας
(δ) ίση με την αρχική απόλυτη θερμοκρασία.

3

Η θερμοκρασία στο S.I. μετριέται σε

(α) Βαθμούς Κελσίου
(β) Κέλβιν
(γ) Βαθμούς Φαρενάϊτ
(δ) Τζούλ

4

Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της αριστερής στήλης με αυτά της δεξιάς.

Μέγεθος	Μονάδα στο S.I.
Πίεση	L
Όγκος	m^3
	N/m^2

5

Σε δοχείο που κλείνει με κινούμενο έμβολο εγκλωβίζεται μια ποσότητα ιδανικού αερίου. Τετραπλασιάζουμε τον όγκο του αερίου, διπλασιάζοντας ταυτόχρονα με θέρμανση και την απόλυτη θερμοκρασία του. Η πίεση

(α) έμεινε αμετάβλητη
(β) διπλασιάστηκε
(γ) υποδιπλασιάστηκε
(δ) υποτετραπλασιάστηκε.

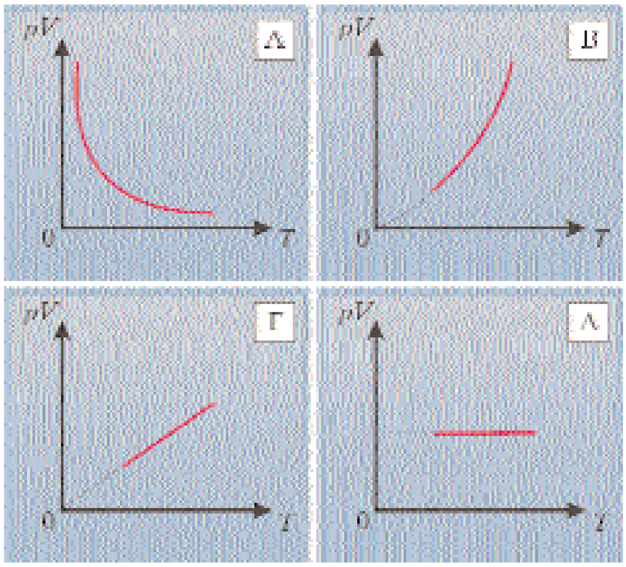
6

Σε δοχείο σταθερού όγκου περιέχεται αέριο. Για να τετραπλασιαστεί η πίεση και ταυτόχρονα να διπλασιαστεί η απόλυτη θερμοκρασία, πρέπει με κάποιον τρόπο η μάζα του αερίου

(α) να παραμείνει ίδια
(β) να τετραπλασιαστεί
(γ) να διπλασιαστεί
(δ) να υποδιπλασιαστεί.

7

Ποιό από τα παρακάτω διαγράμματα περιγράφει τη συμπεριφορά μιας ποσότητας ιδανικού αερίου;



8

Ποσότητα ιδανικού αερίου έχει (απόλυτη) θερμοκρασία Τ. Αν τριπλασιαστούν ταυτόχρονα η πίεση και ο όγκος, η απόλυτη θερμοκρασία γίνεται

(α) T (β) $3T$ (γ) $6T$ (δ) $9T$

9

Για δεδομένη ποσότητα ιδανικού αερίου τετραπλασιάζεται η πίεση, υπό σταθερό όγκο. Για να επανέλθει στην αρχική του πίεση, πρέπει, υπό σταθερή θερμοκρασία, να

(α) υποτετραπλασιαστεί ο όγκος
(β) δεκαεξαπλασιαστεί ο όγκος
(γ) τετραπλασιαστεί ο όγκος
(δ) διπλασιαστεί ο όγκος.

10

Χαρακτηρίστε ως σωστή ή λανθασμένη κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις.

(α) Θα αυξηθεί το ίδιο η θερμοκρασία δεδομένης ποσότητας αερίου, αν τριπλασιαστεί ο όγκος της, υπό σταθερή πίεση, ή τριπλασιαστεί η πίεσή της υπό σταθερό όγκο.

(β) Το πηλίκο του όγκου προς την απόλυτη θερμοκρασία ορισμένης μάζας αερίου είναι ανάλογο της πίεσης.

11

Ποιά (ή ποιές) από τις παρακάτω προτάσεις είναι λανθασμένες;

(α) Η συμπεριφορά του υδρογόνου περιγράφεται ικανοποιητικά από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων, όσο και αν αυξηθεί η πυκνότητά του.

(β) Όταν εκτονωθεί ένα ιδανικό αέριο υπό σταθερή πίεση, θα αυξηθεί η θερμοκρασία του.

(γ) Διπλασιάζοντας τον όγκο μιας ποσότητας ιδανικού αερίου, υπό σταθερή θερμοκρασία, διπλασιάζεται και η πίεση.

(δ) Διπλασιάζοντας την πίεση μιας ποσότητας ιδανικού αερίου, υπό σταθερό όγκο, διπλασιάζεται και η απόλυτη θερμοκρασία του.

12

Σε ένα μίγμα των ευγενών αερίων He και Ne, που βρίσκονται σε θερμική ισορροπία, η μέση κινητική ενέργεια για ένα μόριο του He είναι $6{,}0 \times 10^{-21}$ J. Η μάζα του ατόμου του Ne είναι τετραπλάσια από τη μάζα του ατόμου του He. Η μέση κινητική ενέργεια για ένα μόριο του Ne είναι

(α) $1{,}5 \times 10^{-21}$ J
(β) $3{,}0 \times 10^{-21}$ J
(γ) $6{,}0 \times 10^{-21}$ J
(δ) 24×10^{-21} J.

13

Σε ποιά από τις παρακάτω θερμοκρασίες τα μόρια ιδανικού αερίου έχουν διπλάσια υ_r από αυτή που έχουν στους 27 °C;

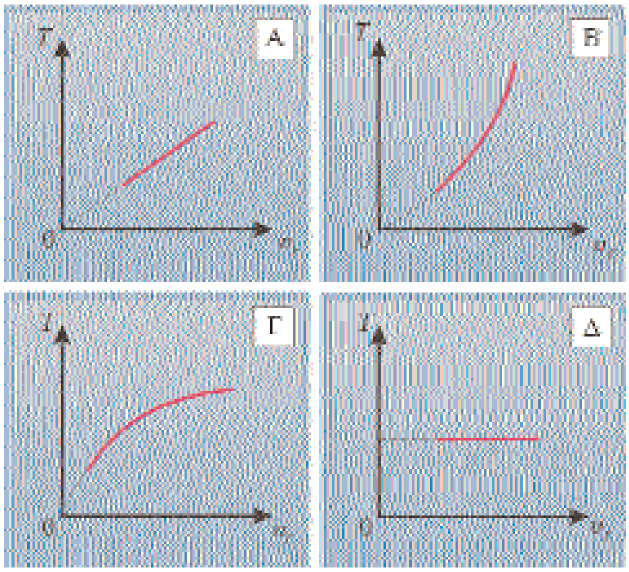
(α) 54 °C (β) 108 °C (γ) 381 °C (δ) 927 °C

14

Ένα σωμάτιο, για να ξεφύγει από την έλξη ενός ουράνιου σώματος, πρέπει να αποκτήσει ταχύτητα μεγαλύτερη από μια τιμή, που έχει σχέση με τα χαρακτηριστικά του ουράνιου σώματος. Από τον περιβάλλοντα χώρο ενός πλανήτη είναι ευκολότερο να διαφύγουν, εφόσον δημιουργηθούν, αέρια με μικρή ή μεγάλη μοριακή μάζα; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

15

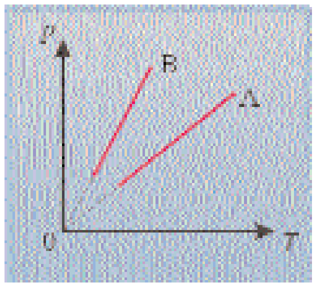
Ποιό από τα παρακάτω διαγράμματα παριστάνει καλύτερα τη σχέση της (απόλυτης) θερμοκρασίας T μιας ποσότητας ιδανικού αερίου με την υ_r των μορίων;



16

Σε δύο δοχεία ίδιου σταθερού όγκου περιέχονται ίσες μάζες δύο διαφορετικών αερίων Α, Β. Στο διάγραμμα παριστάνεται η μεταβολή της πίεσης του κάθε αερίου, συναρτήσει της απόλυτης θερμοκρασίας. Χαρακτηρίστε ως σωστή ή λανθασμένη κάθε μια από τις ακόλουθες προτάσεις.

(α) Το μόριο του Α έχει μεγαλύτερη μάζα από το μόριο του Β.



(β) Στην ίδια θερμοκρασία τα μόρια των αερίων έχουν την ίδια υ_r.

(γ) Στην ίδια θερμοκρασία τα μόρια των αερίων έχουν την ίδια μέση κινητική ενέργεια, λόγω μεταφορικής κίνησης.

17

Ονομάζουμε πιθανή ταχύτητα, υ_π, την ταχύτητα που αντιστοιχεί στο μέγιστο της καμπύλης (δραστηριότητα 2). Σε ορισμένη θερμοκρασία, ισχύει $\upsilon_\pi < \bar{\upsilon} < \upsilon_\text{r}$. Να εξηγήσετε αυτή τη διάταξη στις τιμές των τριών ταχυτήτων υ_π, $\bar{\upsilon}$, υ_r.

18

Κατασκευάστε ποιοτικά το διάγραμμα κατανομής των μοριακών ταχύτητων (δραστηριότητα 2) για τον ίδιο αριθμό mole N_2 και H_2 στην ίδια θερμοκρασία. Τα δύο διαγράμματα να γίνουν στο ίδιο σύστημα αξόνων. Είναι γνωστό ότι το μόριο του N_2 έχει μεγαλύτερη μάζα από το μόριο το H_2.

19

Μέσα σε δοχείο με μεταλλικά τοιχώματα περιέχεται ποσότητα αερίου. Πλησιάζοντας στα τοιχώματα του δοχείου τη φλόγα ενός κεριού, μπορούμε να διαπιστώσουμε με τη βοήθεια θερμομέτρου ότι η θερμοκρασία του αερίου αυξάνεται. Ερμηνεύστε ποιοτικά τη θέρμανση του αερίου με αυτό τον τρόπο με ιδέες από την κινητική θεωρία των αερίων, κάνοντας κάποιες υποθέσεις και για το θερμαινόμενο μεταλλικό τοίχωμα.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1

Η πίεση στον πυθμένα μιας λίμνης είναι $2{,}533 \times 10^5$ Pa και η θερμοκρασία $7\,^\circ$C. Μια φυσαλλίδα αέρα ανεβαίνει από τον πυθμένα της λίμνης στην επιφάνεια της, όπου η θερμοκρασία είναι $27\,^\circ$C και η πίεση $1{,}013 \times 10^5$ Pa.

Να συγκρίνετε τους όγκους της φυσαλλίδας στον πυθμένα και στην επιφάνεια της λίμνης.

2

Φιάλη όγκου 2,5 L, η οποία περιέχει 8,0 mol αέριου, θα εκραγεί, αν η πίεση του ξεπεράσει τις 100 atm. Μέχρι ποιά θερμοκρασία μπορούμε να θερμάνουμε την φιάλη, χωρίς αυτή να εκραγεί; $R = 8{,}314$ J/mol K, 1 atm $= 1{,}013 \times 10^5$ Pa.

3

Μια φιάλη που χρησιμοποιείται για υποβρύχια κολύμβηση έχει όγκο 10 L.

Η πίεση του άερα στην φιάλη, πριν τη γεμίσουμε, είναι 1 atm ($\approx 1{,}0 \times 10^5$ Pa) και η θερμοκρασία του είναι $17\,^\circ$C. Όταν γεμίσουμε την φιάλη με αέρα, η πίεση γίνεται $2{,}0 \times 10^7$ Pa και η θερμοκρασία $47\,^\circ$C. Να βρεθεί η μάζα του αέρα που προσθέσαμε, αν η "μέση" σχετική μοριακή μάζα του αέρα είναι περίπου 29. $R = 8{,}3$ J/mol K.

4

Σε δοχείο σταθερού όγκου υπάρχει σε πίεση p δύσκολα υγροποιούμενο ιδανικό αέριο θερμοκρασίας $7\,^\circ$C. Ανοίγοντας τη στρόφιγγα του δοχείου αφαιρούμε το 1/3 της μάζας του αερίου. Κατόπιν αφού κλείσουμε τη στρόφιγγα θερμαίνουμε το αέριο μέχρι να γίνει η πίεσή του $2p$. Μέχρι ποιά θερμοκρασία θερμάναμε το αέριο;

5

Δύο δοχεία Α, Β όγκων V και $3V$, αντιστοίχως, συνδέονται με σωλήνα αμιλητέου όγκου και περιέχουν ιδανικό αέριο θερμοκρασίας $27\,^\circ$C. Θερμαίνουμε το δοχείο Α στους $127\,^\circ$C. Ποιά πρέπει να είναι η θερμοκρασία του άλλου δοχείου, ώστε η πίεση στο σύστημα να παραμείνει αμετάβλητη;

6

Φιάλη περιέχει 20×10^{-3} kg O_2 υπό πίεση $4{,}0 \times 10^5$ Pa και θερμοκρασία $60\,^\circ$C.

Μετά παρέλευση αρκετού χρόνου, λόγω διαρροής O_2, η μεν πίεση ελαττώνεται στα $3{,}0 \times 10^5$ Pa, η δε θερμοκρασία στους $40\,^\circ$C.

Να υπολογιστούν

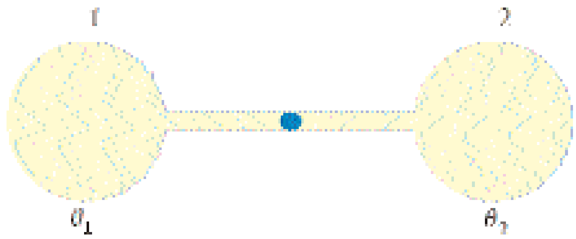
(α) ο όγκος της φιάλης και

(β) η μάζα του O_2 που διέφυγε.

[Γραμμοριακή μάζα $O_2 = 32 \times 10^{-3}$ kg/mol και $R = 8{,}314$ J/mol K].

7

Δύο δοχεία ίσου όγκου συνδέονται με σωλήνα αμελητέου όγκου, στον οποίο υπάρχει σταγόνα Hg, όπως στο σχήμα. Τα δοχεία περιέχουν H_2 σε θερμοκρασίες $\theta_1 = 17\,^\circ$C και $\theta_2 = 27\,^\circ$C και η σταγόνα του Hg ισορροπεί.



(α) Ποιά είναι η σχέση των μαζών H_2 στα δύο δοχεία;

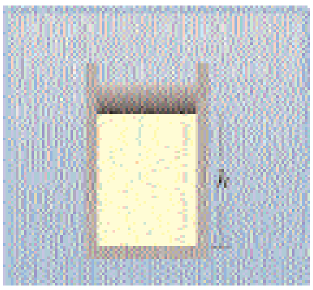
(β) Αν η θερμοκρασία και των δύο δοχείων αυξηθεί κατά $10\,^oC$, πώς θα κινηθεί η σταγόνα Hg;

8

Οριζόντιος σωλήνας σταθερής διατομής $A = 2{,}0 \times 10^{-4}\ m^2$ είναι κλειστός στα δύο άκρα του και περιέχει ιδανικό αέριο. Στο μέσο του σωλήνα υπάρχει σε ισορροπία λεπτό ευκίνητο θερμομονωτικό έμβολο, που χωρίζει το σωλήνα σε δύο χώρους Α και Β όγκου $V_0 = 35 \times 10^{-6}\ m^3$ ο καθένας. Η θερμοκρασία και των δύο χώρων είναι $17\,^oC$. Να υπολογιστεί η μετατόπιση του εμβόλου, αν θερμαίνουμε τον Α χώρο στους $27\,^oC$ και τον Β στους $127\,^oC$.

9

0,121 mol αερίου είναι εγκλωβισμένα σε κατακόρυφο κυλινδρικό δοχείο, με εμβαδό βάσης $A = 3{,}00 \times 10^{-3}\ m^3$, το οποίο στο πάνω μέρος του κλείνεται με έμβολο βάρους $B = 60{,}0$ N. Το έμβολο ισορροπεί σε ύψος h



από τη βάση, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η θερμοκρασία του αερίου μέσα στο δοχείο είναι $27\,^oC$ και η ατμοσφαιρική πίεση $1{,}01 \times 10^5$ Pa. Αν $R = 8{,}31$ J/mol K, να βρεθεί το ύψος h.

10

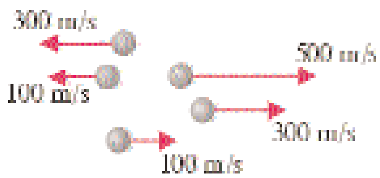
Στο ίδιο δοχείο υπάρχουν σε θερμική ισορροπία N μόρια H_2 και $3N$ μόρια O_2. Να συγκρίνετε για τα δύο αέρια: α) τις μέσες κινητικές ενέργειες του κάθε μορίου τους, λόγω μεταφορικής κίνησης και β) τις τετραγωνικές ρίζες των μέσων τιμών των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων τους. Δίνονται για τα δύο αέρια οι σχετικές μοριακές μάζες. $M_{H_2} = 2$, $M_{O_2} = 32$.

11

Η ρίζα της μέσης τιμής των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίου ιδανικού αερίου είναι $1{,}0 \times 10^3$ m/s. Πόσο θα γίνει η παραπάνω ταχύτητα, αν το αέριο υποτετραπλασιάσει τον όγκο του, υπό σταθερή πίεση;

12

Πέντε μόρια του ίδιου αερίου κινούνται με τις ταχύτητες που φαίνονται στο σχήμα. Να βρεθεί η υ_r αυτών των μορίων.



13

Με δεδομένες τις σχέσεις

$$p = \frac{1}{3}\rho\overline{\upsilon^2}$$

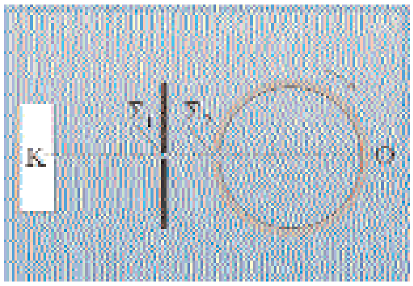
και

$$E_k = \frac{3}{2}kT$$

να εξαγάγετε την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων.

14

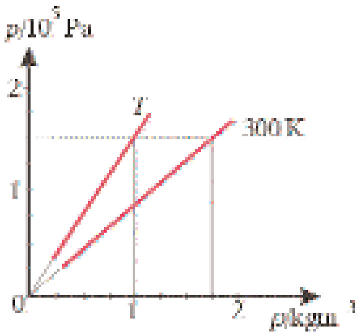
Το σχήμα δείχνει ένα πείραμα σχεδιασμένο για τη μέτρηση των ταχυτήτων των μορίων αερίου. Από τον κλίβανο Κ βγαίνουν τα μόρια του αερίου στην επιθυμητή θερμοκρασία. Τα μόρια περνούν από τη



σχισμή Σ_1 και στην συνέχεια εισέρχονται από την σχισμή Σ_2 στο εσωτερικό ενός κούφιου κυλίνδρου. Η εσωτερική επιφάνεια του κυλίνδρου καλύπτεται με ευαίσθητο φίλμ, οπότε τα μόρια που χτυπούν πάνω του αφήνουν ίχνη. Ο κύλινδρος στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω. Ξετυλίγοντας το φιλμ βρίσκουμε ότι το ίχνος ενός μορίου απέχει 10,0 mm από το σημείο Ο. Να βρεθεί η ταχύτητα του μορίου, αν δίνονται $\omega = 64{,}0$ rad/s και η διάμετρος της βάσης του κυλίνδρου 0,500 m.

15

Τα διαγράμματα του σχήματος δείχνουν την μεταβολή της πίεσης ενός αερίου, συναρτήσει της πυκνότητάς του, για δύο διαφορετικές θερμοκρασίες T και 300 K. Να βρεθούν



(α) η υ_{r} των μορίων του αερίου στη θερμοκρασία T και στους 300 K,

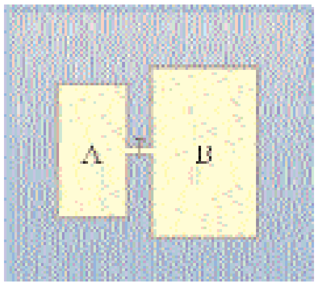
(β) η θερμοκρασία T.

16

Μέσα σε δοχείο όγκου 20 L περιέχονται $1{,}0 \times 10^{23}$ μόρια ιδανικού αερίου. Αν η ασκούμενη πίεση είναι $1{,}0 \times 10^{5}$ Pa, να βρεθεί η μέση κινητική ενέργεια των μορίων, λόγω μεταφοριακής κίνησης.

17

Δύο δοχεία Α, Β με όγκους αντίστοιχα V και $2V$ επικοινωνούν με σωλήνα αμελητέου όγκου, ο οποίος κλείνει με στρόφιγγα. Τα δοχεία περιέχουν He το μεν Α σε πίεση 1,0 atm και θερμοκρασία



300 K, το δε Β σε πίεση 2,0 atm και θερμοκρασία 400 K. Ανοίγουμε τη στρόφιγγα, οπότε, μετά την αποκατάσταση θερμικής ισορροπίας, η πίεση του αερίου στα δοχεία είναι 1,6 atm. Να βρεθούν τελικά

(α) η θερμοκρασία και η μέση κινητική ενέργεια E_k του κάθε μορίου

(β) η ταχύτητα υ_{r} των μορίων.

$k = 1{,}4 \times 10^{-23}$ J/K, $N_A = 6{,}0 \times 10^{23}$ mol^{-1}, $M_{\text{rHe}} = 4{,}0$

18

Ποσότητα αερίου Νέου βρίσκεται σε δοχείο όγκου V_1, η πίεση του είναι p_1 και έχει (απόλυτη) θερμοκρασία T_1. Η ρίζα της μέσης τιμής των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων είναι $\upsilon_{\text{r}} = 500$m/s.

(α) Να βρεθεί η θερμοκρασία T_1.

(β) Διπλασιάζεται η πίεση του αερίου, υπό σταθερό όγκο, οπότε η θερμοκρασία του γίνεται T_2. Να βρεθεί η τιμή της υ_{r} στην θερμοκρασία T_2.

(γ) Να βρεθεί ο λόγος των μέσων κινητικών ενεργειών των μορίων για τις θερμοκρασίες T_1, T_2.

Γραμμοριακή μάζα Νέου $M = 0{,}020$ Kg/mol και $R = 8{,}31$ J/mol K.