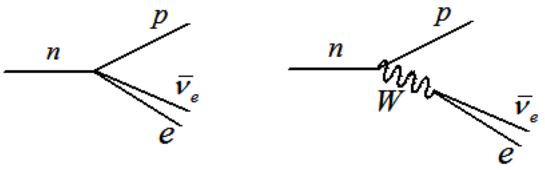
Η πρώτη διατύπωση της "παγκοσμιότητας" (universality) ήταν ότι όλες αυτές οι διαδικασίες θα έχουν κοινό G.
Η αντιστοιχεία του φωτονίου με το ζευγάρι $(e\nu_e)$ δεν είναι πολύ επιτυχής. Το φωτόνιο που εκπέμπεται αποτελεί το κβάντο του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου. Είναι δύσκολο να θεωρήσουμε το ζευγάρι $(e\nu_e)$ ως το κβάντο του αντίστοιχου ασθενούς πεδίου. Από την άλλη πλευρά, η επιτυχία της ΚΗΔ οδηγεί άμεσα στην σκέψη εισαγωγής ενός πεδίου αντίστοιχου με το φωτόνιο, του ενδιάμεσου διανυσματικού μποζονίου (intermediate vectot boson). Αυτό ίσως ήταν το πρώτο βήμα για την ενοποίηση ηλεκτρομαγνητικών και ασθενών αλληλεπιδράσεων.



Παρέμεναν βέβαια πολλές διαφορές ανάμεσα στην ΚΗΔ και τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις. Το φωτόνιο είναι ουδέτερο ενώ το W έχει φορτίο. Το W πρέπει να έχει μάζα, λόγω της μικρής εμβέλειας των ασθενών αλληλεπίδρασεων, ενώ το φωτόνιο είναι άμαζο.

Η εισαγωγή της έννοιας του ενδιάμεσου μποζονίου οδηγεί στο πλάτος

$$\mathcal{M} = J_\mu^{(wk)} \left[\frac{-g^{\mu\nu} + q^\mu q^\nu / M_W^2}{q^2 - M_W^2} \right] J^\nu_{(wk)}$$

Επομένως, στην κορυφή Fermi έχουμε πια μια εξάρτηση από την ενέργεια. Για τυπικές ενέργειες της διάσπασης β, το $q^2 << M_W^2$, οπότε $G \sim g^2/M_W^2$, όπου το g είναι η σταθερά σύζευξης, ανάλογη του e. Δηλαδή, οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις είναι ασθενείς λόγω της μεγάλης μάζας του W. Αν $g \sim e$, τότε

$$M_W \sim \frac{e}{\sqrt{G}} \sim 90 \text{ GeV}$$

Το 1957 παρατηρήθηκε (Wu et al) εξάρτηση της γωνιακής κατανομής του e^- από την πόλωση του πυρήνα (n), κάτι που είχε ήδη αναφερθεί από τους Lee και Young. Άρα, θα πρέπει να εμφανίζεται όρος $\mathbf{s} \cdot \mathbf{p}$. Μετά από πολλές προσπάθειες, παλινωδίες, αποτυχίες, καθιερώθηκε η ύπαρξη συνδυασμών V (διάνυσμα) και A (ψευδοδιάνυσμα) στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις.
Γνωρίζουμε ότι $J^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ μετασχηματίζεται ως διάνυσμα, ενώ το $J_5^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma_5\psi$ ως ψευδοδιάνυσμα. Δηλαδή, σε μετασχηματισμό parity

$$P: \quad J^\mu \to (J^0, -\mathbf{J})$$
$$P: \quad J_5^\mu \to (J^0, \mathbf{J})$$

Η αρχική θεωρία του Fermi πέρασε από την υπόθεση του ενδιάμεσου μποζονίου και έφτασε στην μορφή $V - A$

$$< e^-|J^\mu_{wk}|\nu_e >= \frac{g}{\sqrt{2}} NN' \, \bar{u}_e\gamma^\mu \frac{1}{2}(1-\gamma_5)u_{\nu_e}$$

Επομένως, το $\nu_\mu e^- \to \mu^- \nu_e$ θα γράφεται

$$\frac{g^2}{2}\left[\bar{u}_{(\mu)}\gamma_\mu \frac{1-\gamma_5}{2} u_{(\nu_\mu)}\right]\left[\frac{-g^{\mu\nu}+q^\mu q^\nu/M_W^2}{q^2-M_W^2}\right]\left[\bar{u}_{(\nu_e)}\gamma_\nu \frac{1-\gamma_5}{2} u_{(e)}\right]$$

που αντιστοιχεί στην κορυφή Fermi

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}}\left[\bar{u}_{(\mu)}\gamma_\mu\left(1-\gamma_5\right)u_{(\nu_\mu)}\right] g^{\mu\nu}\left[\bar{u}_{(\nu_e)}\gamma_\nu\left(1-\gamma_5\right)u_{(e)}\right]$$

Οπότε, για $q^2 << M_W^2$,

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2}$$

και αυτό αποτελεί τον ορισμό του G_F.
Γράφοντας το

$$\bar{u}_1\gamma^\mu \frac{1-\gamma_5}{2} u_2 = \bar{u}_1 \frac{1+\gamma_5}{2}\gamma^\mu \frac{1-\gamma_5}{2} u_2 = \bar{u}_1 P_R \gamma^\mu P_L u_2 = \overline{(u_{1_L})}\gamma^\mu u_{2_L}$$

σημαίνει ότι μόνο το αριστερόστροφο (L) τμήμα της κυματοσυνάρτησης παίζει ρόλο στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις.

$$\bar{u}\gamma^\mu u = \overline{u_L}\gamma^\mu u_L + \overline{u_R}\gamma^\mu u_R$$

Τι γίνεται για τα δεξιόστροφα τμήματα;
Ας δούμε τι συμβαίνει στην απαίτηση η Λαγκραντζιανή να παραμένει αναλλοίωτη όταν η κυματοσυνάρτηση ψ μετασχηματίζεται κάτω από δύο μετασχηματισμούς

$$\psi \to e^{-i\alpha(x)Q}\psi, \quad \text{και} \quad \psi \to e^{-i\beta(x)Y}\psi$$

Τότε, θα πρέπει να εισαγάγουμε την συναλλοίωτη παράγωγο ως

$$D^\mu = \partial^\mu - ig_1 Q A^\mu - ig_2 Y B^\mu$$

όπου τα πεδία βαθμίδας μετασχηματίζονται ως

$$A^\mu \to A^\mu - \frac{1}{g_1 Q}\partial^\mu \alpha(x)$$
$$B^\mu \to B^\mu - \frac{1}{g_2 Y}\partial^\mu \beta(x)$$

Ουδέτερα ρεύματα

Η διάσπαση $n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$, στο επίπεδο των κουάρκ αντιστοιχεί στην $d \to u + W^-$ και με τη σειρά του το $W^- \to e^- + \bar{\nu}_e$. Οπότε, η αλληλεπίδραση του ασθενούς ρεύματος των κουάρκ με το W^- γράφεται

$$(\overline{u_L}\gamma^\mu d_L)\, W_\mu^- = \left(\bar{u}\,\bar{d}\right)_L \gamma^\mu \tau^+ \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L W_\mu^-$$

όπου

$$\tau^+ = \frac{1}{2}(\tau_1 + i\tau_2) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Και βέβαια, για την διαδικασία $u \to d + W^+$ θα έχουμε αντίστοιχα

$$(\overline{d_L}\gamma^\mu u_L)\, W_\mu^+ = \left(\bar{u}\,\bar{d}\right)_L \gamma^\mu \tau^- \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L W_\mu^+$$

με

$$\tau^- = \frac{1}{2}(\tau_1 - i\tau_2) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Περιμένουμε (;) λοιπόν και την παρουσία του τ_3

$$\left(\bar{u}\,\bar{d}\right)_L \gamma^\mu \tau_3 \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L = \left(\overline{u_L}\gamma^\mu u_L - \overline{d_L}\gamma^\mu d_L\right)$$

όπου βέβαια το αντίστοιχο $W_\mu^{(3)}$ πρέπει να είναι ηλεκτρικά ουδέτερο.

Το Καθιερωμένο Πρότυπο

Δουλεύοντας σε μια γενιά μόνο (u, d, e, ν_e), θα έχουμε

$$u_L, \quad u_R, \quad d_L, \quad d_R, \quad e_L, \quad e_R, \quad \nu_{e_L}$$

Οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις μας οδηγούν σε αριστερόστρεφες διπλέτες και δεξιόστροφες ''μονάδες'' (singlets)

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \quad u_R, \quad d_R, \quad e_R$$

Τα αριστερόστροφα ''βλέπουν'' μια συμμετρία $SU(2)$ και μια $U(1)$ ενώ τα δεξιόστροφα ''βλέπουν'' μόνο την $U(1)$. Δηλαδή, ο αντίστοιχος μετασχηματισμός είναι

$$\Psi_L^{(i)} \to \exp\left(-i\boldsymbol{\alpha}(x)\cdot\boldsymbol{\tau}/2 - i\beta(x)Y_L^{(i)}/2\right)\Psi_L^{(i)}$$
$$\Psi_R^{(i)} \to \exp\left(-i\beta(x)Y_R^{(i)}/2\right)\Psi_R^{(i)}$$

οπότε, οι αντίστοιχες συναλλοίωτες παράγωγοι θα είναι

$$D^{\mu}_{(L)} = \partial^{\mu} + ig\frac{\boldsymbol{\tau}}{2}\cdot\mathbf{W}^{\mu} + ig'\frac{Y_{(L)}}{2}B^{\mu}, \quad \text{για τα } L \text{ πεδία}$$
$$D^{\mu}_{(R)} = \partial^{\mu} + ig'\frac{Y_{(R)}}{2}B^{\mu}, \quad \text{για τα } R \text{ πεδία}$$

και η Λαγκραντζιανή θα γράφεται

$$\mathcal{L} = (\bar{u}\,\bar{d})_L\, i\gamma^{\mu}D^{(L)}_{\mu}\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L + (\bar{\nu}_e\,\bar{e})_L\, i\gamma^{\mu}D^{(L)}_{\mu}\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L +$$
$$+\overline{u_R}i\gamma^{\mu}D^{(R)}_{\mu}u_R + \overline{d_R}i\gamma^{\mu}D^{(R)}_{\mu}d_R + \overline{e_R}i\gamma^{\mu}D^{(R)}_{\mu}e_R -$$
$$-\frac{1}{4}\boldsymbol{W}_{\mu\nu}\cdot\boldsymbol{W}^{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}$$

Για να δούμε πώς παρουσιάζεται το ηλεκτρομαγνητικό ρεύμα, π.χ. $\bar{e}\gamma^\mu e$. Ας πάρουμε το ρεύμα της $SU(2)$ που αντιστοιχεί στο τ_3

$$j_\mu^{(3)} = (\bar{\nu}_e \, \bar{e})_L \, \gamma_\mu \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L = \frac{1}{2} \overline{\nu_{e_L}} \gamma_\mu \nu_{e_L} - \frac{1}{2} \overline{e_L} \gamma_\mu e_L$$

Για την ίδια διπλέτα, το ρεύμα που αντιστοιχεί στην $U(1)$ θα είναι

$$j_\mu^{(Y_L)} = (\bar{\nu}_e \, \bar{e})_L \, \gamma_\mu \frac{1}{2} Y_L \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L = \frac{1}{2} Y_L \overline{\nu_{e_L}} \gamma_\mu \nu_{e_L} + \frac{1}{2} Y_L \overline{e_L} \gamma_\mu e_L$$

Αν, λοιπόν, επιλεχθεί για την λεπτονική διπλέτα $Y_L = -1$, θα πάρουμε

$$j_\mu^{(3)} + j_\mu^{(Y_L)} = -\overline{e_L} \gamma_\mu e_L$$

Το ρεύμα για το δεξιόστροφο e_R είναι, βέβαια, μόνο από την $U(1)$

$$j_\mu^{(Y_R)} = \overline{e_R} \gamma_\mu \frac{1}{2} Y_R' e_R$$

Επιλέγουμε $Y'_R = -2$, οπότε

$$j_\mu^{(3)} + j_\mu^{(Y_L)} + j_\mu^{(Y_R)} = -\overline{e_L}\gamma_\mu e_L - \overline{e_R}\gamma_\mu e_R = -\bar{e}\gamma_\mu e = q_e \bar{e}\gamma_\mu e$$

που είναι το ηλεκτρομαγνητικό ρεύμα. Δηλαδή, το φορτίο κάθε ψ θα δίνεται από τη σχέση

$$Q = t_3 + \frac{Y_{(L)}}{2} \quad \text{για τα } L, \quad Q = \frac{Y_{(R)}}{2} \quad \text{για τα } R$$

όπου

$$t_3 = \pm\frac{1}{2} \quad \text{για τις πάνω και κάτω συνιστώσες της } L \text{ διπλέτας}$$

Αυτό αναμενόταν, μιας και κάθε κατάσταση έχει καθορισμένο φορτίο. Οπότε, ο τελεστής του φορτίου θα πρέπει να είναι διαγώνιος πίνακας, άρα γραμμικός συνδυασμός του t_3 και του Y.

Ας επαληθεύσουμε ότι ο συνδυασμός $Q = t_3 + \frac{Y}{2}$ δίνει το σωστό φορτίο σε κάθε σωματίδιο.

$$\begin{aligned} \text{για το } \nu_{e_L}: &\qquad +\frac{1}{2} + \frac{-1}{2} = 0 \\ \text{για το } e_L: &\qquad -\frac{1}{2} + \frac{-1}{2} = -1 \\ \text{για το } e_R: &\qquad 0 + \frac{-2}{2} = -1 \end{aligned}$$

Αντίστοιχα, βρίσκουμε την τιμή του Y για την διπλέτα των κουάρκ και των δεξιόστροφων πεδίων

$$Y = \frac{1}{3}, \text{ για το } \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \quad Y = \frac{4}{3}, \text{ για το } u_R, \quad Y = -\frac{2}{3}, \text{ για το } d_R$$

Εφ΄ όσον το φορτίο είναι γραμμικός συνδυασμός του t_3 και του Y, το φωτόνιο θα είναι γραμμικός συνδυασμός του W_3^μ και του B^μ

$$
\begin{aligned}
W_3^\mu &= \sin\theta_W A^\mu + \cos\theta_W Z^\mu \\
B^\mu &= \cos\theta_W A^\mu - \sin\theta_W Z^\mu
\end{aligned}
$$

όπου θ_W η γωνία Weinberg που μας πηγαίνει από το ζευγάρι (W_3^μ, B^μ) στο (A^μ, Z^μ). Τώρα, οι όροι αλληλεπίδρασης των ρευμάτων $j_\mu^{(3)}$ και $j_\mu^{(Y)}$ γίνονται

$$
\begin{aligned}
& -igj_\mu^{(3)} W_3^\mu - ig'\frac{1}{2}j_\mu^{(Y)} B^\mu = \\
& = -i\left[g\sin\theta_W j_\mu^{(3)} + g'\frac{1}{2}\cos\theta_W j_\mu^{(Y)}\right] A^\mu - \\
& \qquad - i\left[g\cos\theta_W j_\mu^{(3)} - g'\frac{1}{2}\sin\theta_W j_\mu^{(Y)}\right] Z^\mu = \\
& = -ig\sin\theta_W\left[j_\mu^{(3)} + \frac{g'}{g}\frac{1}{\tan\theta_W}\frac{1}{2}j_\mu^{(Y)}\right] A^\mu - \\
& \qquad - i\frac{g}{\cos\theta_W}\left[\cos^2\theta_W j_\mu^{(3)} - \frac{1}{2}\frac{g'}{g}\sin\theta_W\cos\theta_W j_\mu^{(Y)}\right] Z^\mu
\end{aligned}
$$

Αν $\frac{g'}{g} = \tan\theta_W$, τοτε, ο πρώτος όρος γίνεται

$$-ig\sin\theta_W \left[j_\mu^{(3)} + \frac{g'}{g}\frac{1}{\tan\theta_W}\frac{1}{2}j_\mu^{(Y)}\right] A^\mu =$$
$$-ig\sin\theta_W \left[j_\mu^{(3)} + \frac{1}{2}j_\mu^{(Y)}\right] A^\mu \equiv -iej_\mu^{(em)}A^\mu$$

όπου

$$e = g\sin\theta_W, \quad \text{και} \quad j_\mu^{(em)} = j_\mu^{(3)} + \frac{1}{2}j_\mu^{(Y)}$$

Ο δεύτερος όρος, ανάλογος του Z^μ, γίνεται

$$-i\frac{g}{\cos\theta_W}\left[\cos^2\theta_W j_\mu^{(3)} - \frac{1}{2}\frac{g'}{g}\sin\theta_W\cos\theta_W j_\mu^{(Y)}\right] Z^\mu =$$
$$= -i\frac{g}{\cos\theta_W}\left[\cos^2\theta_W j_\mu^{(3)} - \sin^2\theta_W \frac{1}{2}j_\mu^{(Y)}\right] Z^\mu =$$
$$= -i\frac{g}{\cos\theta_W}\left[\cos^2\theta_W j_\mu^{(3)} - \sin^2\theta_W \left(j_\mu^{(em)} - j_\mu^{(3)}\right)\right] Z^\mu =$$
$$= -i\frac{g}{\cos\theta_W}\left[j_\mu^{(3)} - \sin^2\theta_W j_\mu^{(em)}\right] Z^\mu$$

Ο μηχανισμός Higgs

Θα πρέπει τώρα να εφαρμόσουμε τον μηχανισμό Higgs ώστε τα $W^{\pm}$ και Z να αποκτήσουν μάζα, ενώ το φωτόνιο να παραμείνει άμαζο. Εισάγουμε μια διπλέτα ϕ με $Y = 1$

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^{+} \\ \phi^{0} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix}$$

Βέβαια, θα προσθέσουμε στη Λαγκραντζιανή τους κατάλληλους όρους, κινητικό και δυναμικού, για το ϕ

$$\mathcal{L}_{\phi} = \left[\left(\partial_{\mu} + ig\frac{\boldsymbol{\tau}}{2} \cdot \boldsymbol{W}_{\mu} + ig'\frac{1}{2}B^{\mu} \right) \phi \right]^2 - \mu^2 \phi^{\dagger}\phi - \lambda(\phi^{\dagger}\phi)^2$$

με $\mu^2 < 0$ και $\lambda > 0$. Επιλέγουμε για

$$\phi_0 = \sqrt{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$$

με $v^2 = -\mu^2/\lambda$. Γιατί αυτή η επιλογή: μια διπλέτα μιγαδικών πεδίων με $Y = 1$ και τη συγκεκριμένη επιλογή του κενού, είναι η κατάλληλη για την περίπτωσή μας;

Κάθε τιμή του ϕ_0 που παραβιάζει μια συμμετρία θα δημιουργήσει όρο μάζας για το αντίστοιχο μποζόνιο βαθμίδας. Αλλά, αν το ϕ_0 παραμένει αναλλοίωτο από κάποια υποομάδα των μετασχηματισμών βαθμίδας, το μποζόνιο βαθμίδας που αντιστοιχεί σ′ αυτήν την υποομάδα θα παραμείνει άμαζο. Η επιλογή του $\phi_0 = v$ παραβιάζει την $SU(2)$ και την $U(1)$. Αλλά, το ηλεκτρικό φορτίο του ϕ_0 είναι $Q = t_3 + Y/2 = -1/2 + 1/2 = 0$, δηλαδή

$$Q\phi_0 = 0$$

και βέβαια

$$\phi_0 \to e^{i\alpha(x)Q}\phi_0 = \phi_0$$

Δηλαδή, το κενό παραμένει αναλλοίωτο στο μετασχηματισμό $U(1)_{em}$ και το φωτόνιο παραμένει άμαζο. Από τους τέσσερεις γενήτορες του $SU(2) \times U(1)$, $\boldsymbol{\tau}/2$ και Y, μόνο ο συνδυασμός Q υπακούει την σχέση $Q\phi_0 = 0$. Οι άλλοι τρεις παραβιάζουντην συμμετρία και δημιουργούν όρους μάζας. Με άλλα λόγια, λόγω της διατήρησης του φορτίου, μόνο αφόρτιστα βαθμωτά πεδία μπορούν να αποκτήσουν αναμενόμενη τιμή στο κενό διάφορη του μηδενός.

Οι μάζες των μποζονίων βαθμίδας

Οι μάζες θα προέλθουν από τον κινητικό ορο της Λαγκραντζιανής του ϕ, επιλέγοντας την αναμενόμενη τιμή του κενού ϕ_0

$$\left|\left(ig\frac{\boldsymbol{\tau}}{2}\cdot\boldsymbol{W_\mu}+i\frac{g'}{2}B_\mu\right)\phi\right|^2=$$

$$=\frac{1}{8}\left|\begin{pmatrix} gW_\mu^{(3)}+g'B_\mu & g(W_\mu^{(1)}-iW_\mu^{(2)}) \\ g(W_\mu^{(1)}+iW_\mu^{(2)}) & -gW_\mu^{(3)}+g'B_\mu \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}\right|^2=$$

$$=\frac{v^2g^2}{8}\left[(W_\mu^{(1)})^2+(W_\mu^{(2)})^2\right]+\frac{v^2}{8}\left(g'B_\mu-gW_\mu^{(3)}\right)\left(g'B^\mu-gW^{\mu(3)}\right)=$$

$$=\left(\frac{vg}{2}\right)^2W_\mu^+W^{-\mu}+\frac{v^2}{8}\left(W_\mu^{(3)}\;B_\mu\right)\begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} W^{(3)\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix}$$

όπου $W^{\pm} = (W^{(1)} \mp iW^{(2)})/\sqrt{2}$. Βλέπουμε άμεσα από τον πρώτο όρο ότι η μάζα των $W^{\pm}$

$$M_W = \frac{1}{2} v g$$

Ο δεύτερος όρος θα πρέπει να διαγωνοποιειθεί. Τα ιδιοδιανύσματα και οι αντίστοιχες ιδιοτιμές είναι

$$\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{g^2}{gg'} \end{pmatrix} \quad \text{με ιδιοτιμή } 0, \quad \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{-g'^2}{gg'} \end{pmatrix} \quad \text{με ιδιοτιμή } g^2 + g'^2$$

Επομένως, ο γραμμικός συνδυασμός των $W^{(3)}$ και B που αντιστοιχούν στις ιδιοτιμές είναι

$$\frac{1}{\sqrt{g'^2 + g^2}} \begin{pmatrix} 1 & \frac{g^2}{gg'} \\ 1 & \frac{-g'^2}{gg'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{(3)} \\ B \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{g'^2 + g^2}} \begin{pmatrix} g' W^{(3)} + gB \\ gW^{(3)} - g' B \end{pmatrix}$$

Έτσι

$$A_\mu \equiv \frac{g' W_\mu^{(3)} + g B_\mu}{\sqrt{g'^2 + g^2}} \quad \text{με } m_A = 0$$

$$Z_\mu \equiv \frac{g W_\mu^{(3)} - g' B_\mu}{\sqrt{g'^2 + g^2}} \quad \text{με } m_Z^2 = \frac{v^2}{4}(g^2 + g'^2)$$

Επειδή $g'/g = \tan\theta_W$, οπότε

$$\cos\theta_W = \frac{g}{\sqrt{g'^2 + g^2}}, \qquad \sin\theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g'^2 + g^2}}$$

μπορούμε να γράψουμε

$$A_\mu = \sin\theta_W W_\mu^{(3)} + \cos\theta_W B_\mu$$
$$Z_\mu = \cos\theta_W W_\mu^{(3)} - \sin\theta_W B_\mu$$

όπως ακριβώς και στα ρεύματα.

Το ότι το φωτόνιο παραμένει άμαζο, είναι δική μας κατασκευή!
Ο λόγος των μαζών του W και

$$\frac{M_W}{M_Z} = \frac{vg/2}{v\sqrt{g^2 + g'^2}/2} = \cos\theta_W$$

είναι πρόβλεψη που εξαρτάται από το ότι το H είναι διπλέτα.
Δηλαδή, στο πρότυπό μας, η παράμετρος ρ είναι

$$\rho \equiv \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2\theta_W} = 1$$

Από τις σχέσεις

$$\frac{g^2}{8M_W^2} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}, \qquad M_W^2 = \frac{1}{4}g^2 v^2$$

και με γνωστή την τιμή του G_F, παίρνουμε

$$v = 246\ \mathrm{GeV}$$

Οπότε

$$
\begin{aligned}
M_W &= \frac{1}{2} g v = \frac{1}{2} \frac{e}{\sin\theta_W} \sim \frac{37.3 \text{ GeV}}{\sin\theta_W} \\
M_Z &\sim \frac{74.6 \text{ GeV}}{\sin 2\theta_W}
\end{aligned}
$$

Το 1982 παρατηρήθηκαν W και Z σε αντιδράσεις $p\bar{p} \to ZX \to (e^+e^-)X$ και $p\bar{p} \to W^{\pm}X \to (e^{\pm}\nu)X$, με $M_W \sim 81$ GeV και $M_Z \sim 93$ GeV.

Μάζες φερμιονίων

Ο όρος μάζας για τα φερμιόνια είναι $m\bar{\psi}\psi = m(\bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L)$. Τώρα όμως τα αριστερόστροφα πεδία είναι ανήκουν σε διπλέτα της $SU(2)$, αντίθετα με τα δεξιόστροφα που βλέπουν μόνο την $U(1)$. Επομένως, ο όρος της μάζας δεν παραμένει αναλλοίωτος σε μετασχηματισμούς. Στο σημείο αυτό έρχεται πάλι το H. Προσθέτουμε στην Λαγκτραντζιανή τους όρους (ας περιοριστούμε μόνο στη μάζα του ηλεκτρόνιου)

$$\mathcal{L}_h = -G_e \left[(\bar{\nu}_e \, \bar{e})_L \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} e_R + \bar{e}_R (\phi^- \, \phi^0) \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \right]$$

Προσέξτε ότι στην άλγεβρα της $SU(2)$ έχουμε : $\mathbf{2} \times \mathbf{2} = \mathbf{3} + \mathbf{1}$ και επιπλέον βλέπουμε ότι και ως προς $U(1)$ οι όροι παραμένουν αναλλοίωτη μιας και $Y_{\delta\iota\pi\lambda\acute{\epsilon}\tau\alpha\varsigma} = -1$, $Y_H = 1$ και $Y_{e_R} = -2$.
Γράφοντας, κατά τα γνωστά,

$$\phi = \sqrt{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}$$

η Λαγκραντζιανή γίνεται

$$\mathcal{L}_h = -\frac{G_e}{\sqrt{2}} v (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) - \frac{G_e}{\sqrt{2}} h (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L)$$

Τώρα αναγνωρίζουμε την μάζα του ηλεκτρονίου $m_e = G_e v / \sqrt{2}$ και έχουμε και ένα όρο αλληλεπίδρασης του ηλεκτρονίου με το h

$$-\frac{G_e}{\sqrt{2}} h (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) = -\frac{m_e}{v} h (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L)$$

Με αντίστοιχο τρόπο δημιουργούνται και οι μάζες των κουάρκ. Για το d κουάρκ η διαδικασία είναι ανάλογη με αυτήν του ηλεκτρόνιου. Για το u κουάρκ χρησιμοποιούμε αντί του ϕ το συζυγές του ϕ_C. Ειδικά για την $SU(2)$ η θεμελιώδης αναπαράσταση **2** και η συζυγής της $\bar{\mathbf{2}}$ μετασχηματίζονται με τον ίδιο τρόπο. Οπότε, στην Λαγκραντζιανή προσθέτουμε τους όρους

$$-G_d(\bar{u}\,\bar{d})_L \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} d_R - G_u(\bar{u}\,\bar{d})_L \begin{pmatrix} -\bar{\phi}^0 \\ \phi^- \end{pmatrix} u_R + \mathrm{h.c}$$

που θα δώσουν τους όρους

$$-m_d\bar{d}d - m_u\bar{u}u - \frac{m_d}{v}\bar{d}dh - \frac{m_d}{v}\bar{u}uh$$

με

$$m_u = \frac{G_u v}{\sqrt{2}}, \qquad m_d = \frac{G_d v}{\sqrt{2}}$$

Τέλος, η μάζα του h φαίνεται από το δυναμικό

$$V(\phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda(\phi^\dagger \phi)^2$$

και είναι

$$m_h^2 = 2\lambda v^2$$