

Άσκηση 10 Στο Κ.Μ. και για υψηλές ενέργειες, η σκέδαση “ηλεκτρονίου”-“μιονίου” δίνεται από τη σχέση

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{CM} = \frac{\alpha^2}{4s} \left(\frac{3 + \cos \theta}{1 - \cos \theta} \right)^2$$

όπου $\alpha = e^2/(4\pi)$ και θ είναι η γωνία σκέδασης στο κέντρο μάζας. (II)

Λύση

Σε υψηλές ενέργειες, οι μάζες αμελούνται, οπότε $|\mathbf{p}_i| = |\mathbf{p}_f| = p$ και $E = p$. Άρα, σ' αυτή τη περίπτωση έχουμε μόνο μια μεταβλητή: p και τη γωνία σκέδαση βέβαια). Οπότε, ξεκινώντας

από το αναλλοίωτο πλάτος της σκέδασης

$$|\mathcal{M}|^2 = e^4 \frac{\left[(p_A + p_C)^\mu (p_B + p_D)_\mu \right]^2}{\left[(p_C - p_A)^\mu (p_C - p_A)_\mu \right]^2}$$

έχουμε

$$(p_A + p_C)^\mu = (2p, \mathbf{p}_i + \mathbf{p}_f)$$

$$(p_B + p_D)^\mu = (2p, -\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_f)$$

$$(p_A + p_C)^\mu (p_B + p_D)_\mu = 4p^2 + 2p^2 + 2p^2 \cos \theta = 2p^2(3 + \cos \theta)$$

$$(p_C - p_A)^\mu = (p - p, \mathbf{p}_i - \mathbf{p}_f) \Rightarrow (p_C - p_A)^\mu (p_C - p_A)_\mu = (0, \mathbf{p}_i - \mathbf{p}_f)^2$$

$$= -p^2 - p^2 + 2p^2 \cos \theta = -2p^2(1 - \cos \theta)$$

Επομένως, το αναλλοίωτο πλάτος γράφεται

$$|\mathcal{M}|^2 = e^4 \frac{4p^4 (3 + \cos \theta)^2}{4p^4 (1 - \cos \theta)^2}$$

και η ενεργός διατομή

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_{CM} = \frac{e^4}{64\pi^2 s} \frac{(3 + \cos \theta)^2}{(1 - \cos \theta)^2} = \frac{\alpha^2}{4s} \frac{(3 + \cos \theta)^2}{(1 - \cos \theta)^2}$$